

чае, когда заданы интервалы погрузки судов направления, а по схеме погрузки в портах $j = 3, 1$ определены конкретные рейсы, рассчитаем число перестановок возможных вариантов схем загрузки судов.

Число возможных сочетаний из n элементов определяется по формуле $P_n = n!$. Как отмечалось, загрузка судов по схеме $j = 3, 1$ носит фиксированный характер. При погрузке судов в порту $j = 2$ число схем загрузки $n = 2$ (см. табл. 2), $P_{j=2} = 2$, а при погрузке судна только в порту $j = 1$, $n = 4$ и $P_{j=4} = 24$. Общее число сочетаний (перестановок) возможных схем движения $P = P_{j=2} \cdot P_{j=4} = 48$. Таким образом, для нахождения оптимального графика работы флота на направлении необходимо рассмотреть 48 вариантов. Очевидно, что для этих целей целесообразно привлечение средств вычислительной техники.

Список литературы

1. Kendall L. C. The Business Of Shipping / L. C. Kendall. — Cambridge: Cornell Maritime Press, Inc., 1983.
2. Капитанов В. П. Развитие математической модели оптимизации схем движения линейных судов / В. П. Капитанов // Экономика и эксплуатация морского транспорта: сб. науч. тр. ОИИМФ. — М.: Рекламбюро ММФ, 1975.
3. Магамадов А. Р. Вопросы повышения эффективности взаимодействия предприятий морского транспортного узла при оперативном управлении / А. Р. Магамадов. — М.: ЦРИА «Морфлот», 1978.
4. Методическое руководство по разработке графика движения флота с применением электронных вычислительных машин. — М.: Транспорт, 1970.

УДК 656.615

К. М. Семенов,
аспирант,
Балтийская государственная
академия рыбопромыслового флота
ФГБОУ ВПО «Калининградский
государственный технический университет»

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОСТУПЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ В МОРСКОЙ ПОРТ

STOCHASTIC MODEL OF TRANSPORT STREAMS MOVING THROUGH SEAPORT

Деятельность порта в значительной степени зависит от поступающих в него потоков грузов и транспорта, характеристики которых, как правило, являются случайными параметрами. Представленная в статье модель основана на оценке динамики интенсивности нестационарного транспортного потока с последующим применением корреляционно-регрессионного анализа и последующим исследованием характеристик случайной функции, описывающей интервалы между отдельными судозаходами с помощью метода наибольшего правдоподобия. На практике модель может использоваться для обоснования

управленческих решений как на стратегическом, так и на тактическом уровне, оценки эффективности инвестиционных проектов по развитию портов и терминалов. Помимо этого, изложенные в статье методы применимы при разработке имитационных моделей морских транспортных узлов.

The port is heavily dependent on the incoming flow of goods and transport, the characteristics of which, as a rule, are random. Model presented in the article is based on an assessment of intensity dynamics of the non-stationary traffic flow with after-effect using correlation and regression analysis and subsequent study of the characteristics of a random function describing the intervals between individual ship calls using the method of maximum likelihood. In practice, the model can be used for evaluation of decisions at strategic and tactical level and investment projects for the development of ports and terminals. In addition, the methods described in the article are applicable to simulation models of sea transport hubs.

Ключевые слова: транспортный поток, морской порт, стохастическая модель, вероятностная модель, управление портом, судозаходы, нестационарный поток, поток с последствием.

Key words: traffic flow, seaport, stochastic model, probabilistic model, port, ship calls, non-stationary flow, flow with aftereffect.



ОТОКИ грузов и транспорта являются ключевым элементом внешней среды порта, наличие которых есть необходимое условие осуществления им непрерывной деятельности по перевалке, обработке и хранению различных грузов. Поэтому от характеристик транспортных потоков, в частности от их интенсивности, стабильности и тенденций, напрямую зависит общая загруженность порта и, как следствие, эффективность и равномерность использования всех его ресурсов.

Исследование грузопотоков и разработка их математических моделей позволяют существенно увеличить эффективность управления портом и его ресурсами как на стратегическом, так и на тактическом и оперативном уровнях. При этом ключевую роль в таком исследовании должны играть стохастические модели, которые позволяют учесть фактор неопределенности и охарактеризовать его влияние на деятельность порта по обслуживанию грузопотоков.

В качестве основных характеристик потока транспорта следует рассматривать как его интенсивность (среднее количество судов, заходящих в порт в единицу времени), так и распределение груза по транспортным единицам (судам, вагонам, автомашинам). Располагая информацией об этих параметрах, можно моделировать деятельность порта или терминала по перевалке и хранению грузов.

Поток транспорта оказывает существенное влияние на работу порта. Так, на основании заблаговременно подаваемых капитанами судов нотисов об ожидаемом времени прибытия порт планирует их обслуживание, погрузочно-разгрузочные операции, внося соответствующую информацию в месячные и декадные графики, выделяет необходимые ресурсы. Персонал порта стремится упорядочить обработку судов с целью обеспечения наиболее эффективной работы и использования ресурсов, но применение традиционных методов управления не позволяет полностью нивелировать влияние фактора случайности судозаходов на его деятельность. В связи с этим актуальной является задача разработки научных методов и моделей для оценки вероятностных параметров потоков судов и связанных с ними грузопотоков, что позволит, впоследствии существенно снизить уровень неопределенности.

Некоторые авторы, исследовавшие поток судов и вагонов [9, с. 347–349; 3, с. 22], приходят к выводу о том, что он является пуассоновским, следовательно, интервал между судозаходами подчиняется экспоненциальному распределению с плотностью:

$$f(t_c) = \lambda e^{-\lambda t_c}. \quad (1)$$

Однако представленный ими материал является недостаточным для построения достоверной модели и, тем более, однозначного выбора именно пуассоновского потока. Поэтому необходимо более глубоко изучить сущность, характеристики и особенности транспортных потоков, а также проверить выдвинутую авторами гипотезу. Как известно, пуассоновский поток является стационарным, ординарным и не имеет последствия.

Если же суда работают на линии, то время их захода в порт известно с определенной точностью, что говорит о наличии последействия. Тем не менее не исключается действие неблагоприятных случайных факторов, которые могут привести к задержке прибытия судна, а также возможность относительно небольших отклонений от графика. Кроме того, если порт связан с морскими путями подходным каналом, движение по которому особым образом регламентируется (например, движение караванами), это также может вызвать последствие. Его можно учесть, определяя интервал между судозаходами по закону Эрланга [6, с. 137–144] с плотностью

$$f(t_{\text{с.п}}) = \frac{\lambda \cdot (\lambda t_{\text{с.п}})^{r-1} e^{-\lambda t_{\text{с.п}}}}{(r-1)!}, \quad (2)$$

где $t_{\text{с.п}} \geq 0$ — интервал между заходами судов для потока с последствием;

λ — интенсивность потока судов;

r — порядок распределения Эрланга ($r \in N$, N — множество натуральных чисел).

Чем больше порядок распределения Эрланга, тем больше последствие потока. При $r = 1$ распределение сводится к экспоненциальному.

Для более точного моделирования последствия удобно применять гамма-распределение, так как в этом случае r может быть вещественным числом:

$$f(t_{\text{с.п}}) = \frac{\lambda \cdot (\lambda t_{\text{с.п}})^{r-1} e^{-\lambda t_{\text{с.п}}}}{\Gamma(r)}, \quad (3)$$

где $\Gamma(r)$ — гамма-функция [4, с. 356].

С другой стороны, для трамповых судов невозможно предсказать время прибытия до подачи соответствующего нотиса, поэтому заход судов можно с известным приближением рассматривать как пуассоновский.

Интенсивность грузопотоков, поступающих в морской порт, в общем случае непостоянна и может изменяться как в силу различных причин, обусловленных влиянием факторов внешней среды, так и вследствие их выраженной периодичности, в частности сезонности, а значит, транспортный поток, прибывающий в порт, нельзя считать стационарным. Исключением являются случаи, когда колебания грузопотоков настолько малы, что ими можно пренебречь, либо когда рассматривается относительно небольшой интервал времени, за который не может быть существенных колебаний интенсивности. Учитывая, что в настоящей работе ставится задача создания имитационной модели, пригодной для анализа инвестиционных проектов портового строительства, а также обоснования стратегий развития портов, нам необходимо обязательно учитывать изменчивость интенсивности потоков грузов и транспорта.

Учитывая рассмотренные выше свойства потока судов, примем гипотезу о том, что интервалы между их заходами подчинены экспоненциальному либо гамма-распределению, но интенсивность λ будем считать переменной. Тогда для корректного моделирования потока судов необходимо выполнить следующие действия:

- 1) собрать статистические данные о заходе судов в порт за определенный промежуток времени и сгруппировать их по грузопотокам и направлениям перевозки;
- 2) разбить рассматриваемый промежуток времени на интервалы и для каждого из них рассчитать интенсивность потока судов как отношение количества судозаходов за интервал к его продолжительности (позволяет увидеть явную и стабильную динамику);
- 3) определить функцию, характеризующую с достаточной точностью зависимость интенсивности потока судов от времени;
- 4) оценить степень последствия случайных судозаходов (параметр r в формулах (2) и (3));
- 5) проверить статистическую гипотезу о соответствии эмпирических данных выбранным распределениям с помощью критериев согласия;
- 6) ввести полученные данные в имитационную модель.

Что касается потоков вагонов и автомашин, то для их исследования необходимо использовать иной алгоритм, поскольку ввиду их небольшой вместимости по сравнению с вместимостью судов моменты их прибытия или подачи зависят от моментов судозаходов. Этот алгоритм будет нами представлен при рассмотрении проблем слияния и разбиения потоков, а также взаимодействия видов транспорта в рамках виртуальной модели.

Статистические данные должны характеризовать заходы судов одного типа, перевозящих определенный вид груза и обрабатываемых на одном или на нескольких терминалах (перегрузочных комплексах) с одинаковым оборудованием и схемами механизации. Выборка должна быть достаточно большой для качественного статистического анализа. Кроме того, она должна охватывать промежуток времени, сопоставимый по продолжительности с плановым периодом (если результаты моделирования будут использоваться для целей стратегического планирования) либо с периодом реализации инвестиционного проекта в порту.

Разбиение на интервалы осуществляется для оценки динамики интенсивности потока, поэтому количество судозаходов за каждый интервал должно быть таким, чтобы эту динамику можно было проследить. Следовательно, чем медленнее меняется интенсивность с течением времени, тем больше судозаходов должно быть в одном интервале. С другой стороны, чрезмерное укрупнение интервалов приведет к потере важной информации о динамике интенсивности. Поскольку единого метода разбиения не существует, в каждом случае в качестве интервала будем рассматривать неделю, месяц, квартал или полугодие в зависимости от объема выборки.

Изучение функции интенсивности от времени по эмпирическим данным удобно проводить с применением корреляционно-регрессионного анализа. При этом можно использовать как значения интенсивности по выбранным интервалам времени, так и ее значения для каждой пары «соседних» судозаходов (в этом случае она является величиной, обратной интервалу между ними). Если линейная функция недостаточно точно характеризует изменение интенсивности, можно использовать различные линеаризующие преобразования [7, с. 648–649]. Регрессионный анализ позволит выявить некоторые параметры функции, а также выбрать ее тип из конечного множества возможных типов. Данное множество формируется на основе внешнего вида зависимости интенсивности от времени и дополнительной информации о порте или терминале. Так, если грузопотоки имеют сезонный характер, то есть основания предполагать наличие синусоидальной зависимости интенсивности от времени. Линейные функции описывают стабильный подъем или спад деятельности. Кроме того, активность порта может асимптотически приближаться к уровню его реального рыночного потенциала, что можно описать с помощью гиперболы.

В качестве альтернативы корреляционно-регрессионного анализа также используют методы, основанные на нейронных сетях, но они являются более трудоемкими и не всегда позволяют получить более точные результаты [1, с. 9–30; 2, с. 503–523].

Получив функцию интенсивности, можно перейти к анализу нестационарного потока судов. Для достоверной оценки степени последствия будем считать, что интервалы между судозаходами характеризуются гамма-распределением (2). Простая подстановка $\lambda = \lambda(t)$ приведет к систематической ошибке, поскольку за интервал между судозаходами λ изменяется. Поэтому при моделировании нестационарных потоков используется «ведущая функция» $\Lambda(t)$, равная математическому ожиданию числа событий в промежутке $[0, t)$ [10, с. 191]:

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t) dt. \quad (4)$$

Аналогично в промежутке от t до $t + \Delta t$:

$$\Lambda_{t_0, t_0 + t} = \int_{t_0}^{t_0 + t} \lambda(t) dt. \quad (5)$$

Тогда для пуассоновского нестационарного потока судов плотность распределения интервалов между судозаходами определяется следующим образом:

$$f(t) = F'(t) = \left(1 - e^{-\Lambda_{t_0, t_0+t}}\right)' = -\left(e^{-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(u) du}\right)' = \Lambda'(t_0+t) e^{-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(u) du} = \lambda(t_0+t) e^{-\Lambda_{t_0, t_0+t}}. \quad (6)$$

Если интервал подчиняется гамма-распределению, то его плотность вероятности для нестационарного потока определяется аналогично:

$$f(t_{c,l}) = \frac{\lambda(t_0 + t_{c,l}) \cdot (\Lambda_{t_0, t_0+t_{c,l}})^{r-1} e^{-\Lambda_{t_0, t_0+t_{c,l}}}}{\Gamma(r)}. \quad (7)$$

Если мы предполагаем, что интервалы между судозаходами подчиняются экспоненциальному распределению, то после определения интенсивности потока судов мы можем непосредственно перейти к проверке этой статистической гипотезы. Однако при выборе в пользу гамма-распределения необходимо также оценить параметр r , характеризующий последствие потока. Как правило, для нахождения параметров используются методы моментов и наибольшего правдоподобия [8, с. 303–307]. Оба метода дают одну формулу оценки r при известном λ [4, с. 356]:

$$r = \lambda \bar{t}, \quad (8)$$

где $\bar{t}$ — выборочное среднее (средний интервал между судозаходами).

Однако в нашем случае $\lambda = \lambda(t)$, поэтому мы не можем применить формулу (8) напрямую. С другой стороны, можно показать, что максимум функции правдоподобия для распределения с плотностью (7) достигается при условии

$$\psi(r) = \sum_{i=1}^N \ln \Lambda_{t_0, t_0+t_i}, \quad (9)$$

где $\psi(r) = \Gamma'(r) / \Gamma(r)$ — дигамма-функция; N — объем выборки.

С другой стороны, если за интервал между судозаходами интенсивность меняется незначительно, можно принять

$$\Lambda_{t_0, t_0+t_{c,l}} \approx \lambda(t_0 + t_{c,l}) \cdot t_{c,l}. \quad (10)$$

Тогда r можно оценить по методу моментов на основе формулы (8). Поскольку математические ожидания интервалов между одновременными судозаходами в нестационарном потоке не равны, выборочную среднюю следует рассчитать по откорректированным интервалам, приведенным к одному значению интенсивности, то есть

$$r = \lambda_0 \sum_{i=1}^N t_i \frac{\lambda(t_0 + t_i)}{\lambda_0} = \sum_{i=1}^N \lambda(t_0 + t_i) \cdot t_i. \quad (11)$$

Очевидно, оценка r по формуле (9) в среднем будет давать более точный результат. В то же время расчет дигамма-функции достаточно сложен и обычно осуществляется с применением различных аппроксимаций. Поэтому лучше всего произвести расчеты, используя оба метода, а затем выбрать более точный результат. Поскольку переменная интенсивность затрудняет использование методов, основанных на разбиении множества эмпирических данных на интервалы либо на расчете эмпирической функции распределения, при выборе конкретного распределения можно, например, руководствоваться значением функции правдоподобия.

Разработанная нами программа BaltInLog PortInvest, предназначенная для создания и испытания имитационных моделей портов и терминалов, имеет встроенный редактор случайных функций, описание процесса судозаходов в котором будет примерно следующим: Gamma(2.67, 1/(20+sin(46*sin(time)))) (цифры приведены в качестве примера; переменная simtime всегда равна текущему модельному времени). Недостатком редактора является возможность использования только встроенных распределений случайных величин, параметры которых используются в чистом виде,

поэтому ввести интегральную «ведущую функцию» (5) не получится. Для этого нужна поддержка пользовательских распределений с произвольными параметрами.

Получение в программе случайных величин с заданным законом распределения осуществляется в общем случае с помощью метода обратного (функционального) преобразования [4, с. 505–510], включающего следующие шаги:

- 1) получить обратную функцию распределения $F^{-1}(U)$;
- 2) генерировать U как равномерную случайную величину на интервале $(0, 1)$;
- 3) получить $X = F^{-1}(U)$;

Экспоненциальное распределение позволяет непосредственно использовать метод. Величину, распределенную по закону Эрланга, можно определить как сумму экспоненциально распределенных величин. Гамма-распределение выражается через неполную гамма-функцию [5, с. 214], которую невозможно выразить с помощью элементарных функций, поэтому здесь нужен иной метод, который подробно рассмотрен в [4, с. 530–531].

Описанная в статье стохастическая модель транспортных потоков может широко применяться в практике управления деятельностью порта. На стратегическом уровне она позволит более эффективно решать задачи развития его перегрузочных комплексов, с высокой точностью определять реальные потребности порта в оборудовании и трудовых ресурсах для погрузочно-разгрузочных и складских работ, оценивать необходимую для обслуживания судов длину причала, а также вместимость складов. Другой сферой применения модели является разработка комплексных имитационных моделей, которые используются как при изучении будущих и вероятных условий деятельности порта (путем моделирования работы порта в этих условиях на ЭВМ с последующей статистической обработкой результатов испытаний) и при оценке возможных последствий и результатов управленческих решений разного уровня, так и в учебном процессе для наглядной демонстрации работы морских транспортных узлов.

Список литературы

1. Li J. Forecasting tanker freight rate using neural networks / J. Li, M. G. Parsons // *Maritime Policy and Management*. — 2007.
2. Barros C. P. Productivity analysis of Brazilian seaports / C. P. Barros, A. Felicio, R. L. Fernandes // *Maritime Policy & Management*. — 2012.
3. Воевудский Е. Н. Стохастические модели в проектировании и управлении деятельностью портов / Е. Н. Воевудский, М. Я. Постан. — М.: Транспорт, 1987. — 318 с.
4. Кельтон В. Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. — 3-е изд. — СПб.: Питер, 2004. — 847 с.: ил.
5. Кендалл М. Дж. Теория распределений / М. Дж. Кендалл, А. Стюарт. — М.: Наука, 1966. — 588 с.
6. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / пер. с англ. И. И. Глушко; ред. В. И. Нейман. — М.: Машиностроение, 1979. — 432 с.: ил.
7. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 816 с.
8. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н. Ш. Кремер. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. — 573 с.
9. Фролов А. С. Организация, планирование и технология перегрузочных работ в морских портах: учебник для высш. учеб. завед. ММФ / А. С. Фролов, П. В. Кузьмин, А. В. Степанец. — М.: Транспорт, 1979. — 408 с.
10. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания / А. Я. Хинчин. — М.: Физматгиз, 1963. — 236 с.