ЭКСПЛУАТАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ТРАНСПОРТА

УДК 621.396

В. В. Сахаров,
д-р техн. наук, профессор,
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова;

О. В. Шергина,
канд. техн. наук, доцент,
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова;

А. А. Чертков,
канд. техн. наук, доцент,
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦЕНИВАТЕЛЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СУДОВЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

OPTIMAL ESTIMATOR SYNTHESIS FOR SHIP DYNAMIC OBJECT CONTROL

Рассмотрен алгоритм синтеза оптимального оценивателя для системы управления судовым динамическим объектом. Оцениватель реализован в виде матрицы постоянных коэффициентов на базе фильтра Калмана. Выполнены расчеты оценивателя в кодах MatLAB при воздействии на объект шумотурбулентного воздушного потока с заданной спектральной плотностью.

Optimal estimator synthesis algorithm for dynamic ship system control is considered. Estimator is constructed in the form of Kalman gain as steady-state Kalman filter. Estimator design is realized by MATLAB codes with account of wind gust noise with a set spectral intensity.

Ключевые слова: управление, оптимальный оцениватель, фильтр Калмана, судовой динамический объект, тубулентный поток.

Key words: control, optimal estimator, Kalman filter, ship dynamic object, gust noise.

ПОЛУЧЕНИЕ достоверной информации о векторе переменных состояния динамической системы имеет первостепенное значение при изучении эволюционных процессов и синтезе управляющих функций, обеспечивающих целенаправленное поведение во времени и пространстве. Однако вектор фазовых координат зачастую недоступен для измерения по различным причинам. В этом случае вектор фазовых координат можно оценить по вектору выхода. Вследствие того, что измерения выполняются с погрешностью, а также ввиду наличия шумов на входе системы, требуется получать оценки, базирующиеся на процедурах стохастической фильтрации.

В системах оптимального управления необходимо иметь полную информацию о векторе состояния, поскольку в этом случае значительно упрощается синтез регулятора. При неполных измерениях требуется решать задачу определения вектора состояния по результатам наблюдений выходных величин. Если ошибки измерений и возмущения, воздействующие на систему, значительны, вместо задачи о наблюдателе требуется синтезировать специальный фильтр при представлении процессов в непрерывном либо дискретном времени.

Рассмотрим решение задачи в непрерывном времени. Предположим, что объект описывается матричным уравнением:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{G}_0 \cdot \mathbf{w}(t), \quad (1)$$

$$(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t),\mathbf{y} \quad (2)$$

ВЕСТНИК
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
МОРСКОГО И РЕЧНОГО ФЛОТА ИМЕНИ АДМИРАЛА С. О. МАКАРОВА

где $\mathbf{x}(t)$ – $(n \times 1)$ — вектор состояния, $\mathbf{u}(t)$ – $(m \times 1)$ — вектор управления, $\mathbf{y}(t)$ – $(p \times 1)$ — вектор выхода, $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{B}_0$, $\mathbf{G}_0$, $\mathbf{C}$ — матрицы соответствующих размерностей, $\mathbf{w}(t)$ — неизвестный шум процесса, который воздействует на объект как возмущение (например, таким шумом являются порывы ветра, волнение водной поверхности и др.), $\mathbf{v}(t)$ — шум измерения (например, шум усилителя измерительного устройства и др.), $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^p$.

Если нет информации о точном значении $\mathbf{x}(0)$, то можно воспользоваться математическим ожиданием $\overline{\mathbf{x}}(0)$ и ковариационной матрицей $\mathbf{P}_0$. Тогда

$$\tilde{\mathbf{x}}(0) \approx (\overline{\mathbf{x}}_0, \mathrm{P}_0). \tag{3}$$

Пусть $\mathbf{x}(0)$, $\mathbf{w}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ взаимно ортогональны. Кроме того, предположим, что $\mathbf{w}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ представляют собой белый шум. Следовательно,

$$\mathbf{R}_w(\tau) = \mathrm{E}\left[\mathbf{w}(t+\tau)\cdot\mathbf{w}^T(t)\right] = \mathbf{Q}\cdot\delta(t); \tag{4}$$

$$\mathbf{R}_v(\tau) = \mathrm{E}\left[\mathbf{v}(t+\tau)\cdot\mathbf{v}^T(t)\right] = \mathbf{R}\cdot\delta(t), \tag{5}$$

где $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ — матрицы спектральных плотностей, $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака.

Предполагается, что матрицы спектральных плотностей $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ известны, причем $\mathbf{R}$ — несингулярная матрица, то есть

$$\mathbf{w}(t) \sim (0, \mathbf{Q}),\ \mathbf{Q} \geq 0; \tag{6}$$

$$\mathbf{v}(t) \sim (0, \mathbf{R}),\ \mathbf{R} > 0. \tag{7}$$

Необходимо рассчитать наблюдателя для стохастической системы, на вход которой подаются два сигнала: сигнал управления и сигнал выхода с объекта:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\cdot(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \tag{8}$$

или

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \left(\mathbf{A} - \mathbf{L}\cdot\mathbf{C}\right)\cdot\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{L}\cdot\mathbf{y}. \tag{9}$$

Вектор $\hat{\mathbf{x}}(t)$ есть оценка состояния. Оценка выхода $\hat{\mathbf{y}}$ производится по формуле

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathrm{E}\left\{\mathbf{C}\cdot\mathbf{x} + \mathbf{v}\right\} = \mathbf{C}\cdot\hat{\mathbf{x}}. \tag{10}$$

Предположим, что пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A})$ наблюдаема и $\left(\mathbf{A}, \mathbf{G}\sqrt{\mathbf{Q}}\right)$ достижима. Тогда матричное алгебраическое уравнение Риккати является единственным положительно определенным решением для $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{P} + \mathbf{P}\cdot\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{G}\cdot\mathbf{Q}\cdot\mathbf{G}^{\mathrm{T}} - \mathbf{P}\cdot\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{R}^{-1}\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{P} = \mathbf{0}, \tag{11}$$

и, следовательно, можно синтезировать оцениватель $\mathbf{L}$, обеспечивающий наилучшую оценку погрешности при наличии шумов $\mathbf{w}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$.

Если погрешность системы $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, то ее можно определить как решение матричного дифференциального уравнения:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\cdot\mathbf{C})\cdot\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\cdot\mathbf{w} - \mathbf{L}\cdot\mathbf{v} = \mathbf{A}_3\cdot\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\cdot\mathbf{w} - \mathbf{L}\cdot\mathbf{v}, \tag{12}$$

где используется матрица постоянных коэффициентов усиления (матрица Калмана)

$$\mathbf{L} = \mathbf{P}\cdot\mathbf{C}^T\cdot\mathbf{R}^{-1}. \tag{13}$$

Решение уравнения (12) является устойчивым.

Оцениватель (13) можно назвать статическим фильтром Калмана. Он минимизирует значение ошибки (ковариацию ошибки) по завершении переходного процесса.

Статический фильтр Калмана является наилучшим оценивателем, содержащим постоянные коэффициенты. Динамические уравнения системы могут содержать модель, позволяющую преобразовывать белый шум в сигнал с заданной спектральной плотностью.

Остановимся на рассмотрении этого вопроса.

Энергетические спектры большинства процессов могут быть представлены в виде квадрата модуля некоторой функции $H(j\omega)$:

$$\Phi(\omega) = \left|H(j\omega)\right|^2. \tag{14}$$

При этом предполагается, что случайный процесс с энергетическим спектром $\Phi(\omega)$ может быть сформирован из белого шума с энергетическим спектром, равным единице, в диапазоне частот $-\infty \le \omega \le \infty$, если его пропустить через линейный формирующий фильтр с частотной характеристикой $H(j\omega)$:

$$\Phi(\omega) = \left|H(j\omega)\right|^2 \cdot N_f(\omega) = \left|H(j\omega)\right|^2 = H(j\omega) \cdot H^*(j\omega), \tag{15}$$

где $H^*(j\omega)$ — сопряженная частотная характеристика.

Энергетический спектр $\Phi(\omega)$ может быть аппроксимирован дробно-рациональной функцией частоты, то есть отношением многочленов, содержащих ω. Так как энергетический спектр действительная, четная, неотрицательная функция частоты ω, то такие многочлены должны иметь действительные коэффициенты и содержать только четные степени ω:

$$\Phi(\omega) = \frac{b_0 + b_1\omega^2 + \ldots + b_m\omega^{2m}}{a_0 + a_1\omega^2 + \ldots + a_n\omega^{2n}} = \frac{M(\omega)}{N(\omega)}. \tag{16}$$

Из условия действительности коэффициентов (16) следует, что полюсы энергетического спектра могут быть либо действительными, либо попарно комплексно-сопряженными (симметричными относительно действительной оси). Из четности энергетического спектра следует также свойство симметрии относительно мнимой оси.

Импульсная и частотная характеристики фильтра связаны преобразованием Фурье.

Если все полюсы частотной характеристики лежат в левой полуплоскости, то импульсная характеристика физически реализуема. В этом случае оказывается физически реализуемым фильтр, комплексный коэффициент передачи которого содержит полюсы в левой полуплоскости. По комплексному коэффициенту передачи можно составить передаточную функцию, а затем синтезировать динамическую систему для реализации $H(s)$. Каноническая форма этой системы может быть определена с помощью известных в теории управления процедур [1]:

$$\begin{gathered}\mathbf{x}_w = \mathbf{A}_w \cdot \mathbf{x}_w + \mathbf{B}_w \cdot \mathbf{n},\\ \mathbf{w} = \mathbf{C}_w \cdot \mathbf{x}_w + \mathbf{D}_w \cdot \mathbf{n},\end{gathered} \tag{17}$$

где $\mathbf{n}(t)$ — белый шум, $\mathbf{w}(t)$ — выход, случайный сигнал с заданными свойствами.

Уравнения (1), (2) и (17) используем для получения расширенной динамической системы со следующей структурой:

$$\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \dot{\mathbf{x}}_w\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A}_0 & \mathbf{G}_0 \cdot \mathbf{C}_w\\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_w\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_w\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{B}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix} \cdot \mathbf{u} + \begin{bmatrix}\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}_w\\ \mathbf{B}_w\end{bmatrix} \cdot \mathbf{n}, \tag{18}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix}\mathbf{C} & \mathbf{0}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_w\end{bmatrix} + \mathbf{v}. \tag{19}$$

Заметим, что на входы расширенной системы, кроме управления $\mathbf{u}(t)$, поступают шум измерений $\mathbf{w}(t)$ и белый шум $\mathbf{n}(t)$.

Используя полученные соотношения, выполним расчет оценивателя — фильтра Калмана — для судового объекта, находящегося под воздействием турбулентного воздушного потока.

Динамические свойства объекта описываются уравнениями (1) и (2) со следующими матрицами [2]:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -1.0200 & 0.9100 \\ 0.8220 & -1.0800 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} -0.0022 \\ -0.1756 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} 0.0020 \\ -0.0016 \end{bmatrix}.$$

На объект действует шум со спектральной плотностью

$$\Phi(\omega) = 2L\sigma^2 \frac{1 + 3L^2\omega^2}{1 + L^2\omega^2},$$

где $\sigma = 10$, $L = 3{,}49$

Матрица **C** в уравнении (2) имеет следующие значения коэффициентов:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 15.8700 & 1.4811 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для расчета фильтра Калмана, обеспечивающего минимум ошибки при воздействии шумов, в уравнении Риккати (11) выберем весовые матрицы **Q** и **R**:

$$\mathbf{Q} = 1; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1/20 & 0 \\ 0 & 1/60 \end{bmatrix}.$$

Факторизация $\Phi(\omega)$ к виду $\Phi(\omega) = H(j\omega) \cdot H(-j\omega)$ позволяет получить передаточную функцию реализуемой части фильтра:

$$H(s) = \frac{13.1118 \cdot s + 2.1691}{s^2 + 0.5731 \cdot s + 0.0821} = \frac{M(s)}{N(s)}.$$

Преобразование $H(s)$ к канонической форме модели в пространстве состояний выполним с помощью функции *tf*2*ss*, содержащейся в пакете MatLAB. В результате получим модель (17):

$$\mathbf{A}_w = \begin{bmatrix} -0.5731 & -0.0821 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_w = \begin{bmatrix} 13.1118 & 2.1691 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_w = 0.$$

Матрицы расширенной системы имеют вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1.0200 & 0.9100 & 0.0266 & 0.0044 & -0.0022 \\ 0.8200 & -1.0800 & -0.0215 & -0.0036 & -0.1756 \\ 0 & 0 & -0.5731 & -0.0821 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2000 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 20.2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица состояния **F** фильтра Калмана равна:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{A} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}) = \begin{bmatrix} -1.6118 & 0.8589 & 0.0266 & 0.0044 & -0.0022 \\ 1.1410 & -1.0529 & -0.0215 & -0.0036 & -0.1756 \\ -30.2332 & -2.5341 & -0.5731 & -0.0821 & 0 \\ -57.1188 & -5.0851 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2000 \end{bmatrix}.$$

Коэффициент передачи Калмана рассчитан с помощью функции *lqe*:

$$L = \begin{bmatrix} 0.0373 & -0.0041 \\ -0.0202 & 0.0029 \\ 1.9051 & -0.2875 \\ 3.5992 & -2.2457 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Фильтр Калмана представляет собой динамическую систему:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{L} \cdot \mathbf{y}. \tag{20}$$

в которой пятое состояние (последняя строка матрицы **L**) равно нулю, поскольку шум не воздействует непосредственно на привод рулевого устройства.

Расчет фильтра выполнен с помощью программы, представленной файлом *sah*175a.*m*, содержание которого поясняется по тексту комментариями.

```
% Файл sah175a.m
% Расчет стационарного фильтра Калмана.
% Динамика системы:
A0=[-1.0200 0.9100;0.8200 -1.0800];
B0=[-0.0022 -0.1756]’;
G0=[0.0020 -0.0016]’;
% Определение модели в пространстве состояний по функции
% спектральной плотности внешнего сигнала помехи
sig=10; L=3.49;
v=sig*((6/L)^0.5);
% Числитель и знаменатель комплексного коэффициента
% передачи (реализуемой части фильтра Винера):
num=[1 1/(L*(3^0.5))].*v;
den=[1 2/L 1/(L^2)];
% Определение модели пространства состояний при воздействии
% белого шума:
[Aw,Bw,Cw,Dw]=tf2ss(num,den);
% Формирование обобщенной динамической системы:
A=[A0 G0*Cw B0;[0 0;0 0;0 0] [Aw;[0 0]] [0 0 -20.2]’];
B=[0 0 0 0 20.2]’;
G=[0 0 1 0 0]’;
C=[15.8788 1.4811 0 0 0;0 1 0 0 0];
R=[1/20 0;0 1/60];
Q=[1];
% Фильтр синтезируется с помощью “lqe.m”.
% Матрица коэффициентов усиления Калмана:
L=lqe(A,G,C,Q,R)
pause,
% Фильтр Калмана: dx/dt=F*x+B*u+L*y;
F=A-L*C
pause,
% Собственные значения матрицы оптимального оценивателя:
eig(F)
```


Программа завершается вычислением собственных значений матрицы **F**, представленных в виде элементов вектора:

$$eig(\mathbf{F}) = \begin{bmatrix} -1.1661 & -0.3759 & -1.5224 & -1.1734 & -20.2000 \end{bmatrix}^T.$$

Таким образом, с помощью соотношений (17)–(20) в среде MatLAB синтезирован фильтр Калмана при обеспечении устойчивости динамического процесса.

Список литературы

1. *Гринкевич Я. М.* Наблюдатели и оцениватели состояния в судовых системах управления / Я. М. Гринкевич, В. В. Сахаров. — СПб.: СПГУВК, 2001. — 193 с.

2. *Lewis F. L.* Optimal Control / F. L. Lewis, D. Vrabie, V. L. Syrmos. — 3rd ed. — N. Y.: John Wilcy and Sons, 2012. — 541 p.

3. Modal parametric identification of flexible mechanical structures in mechatronic system / C. K. Pang [et al.]; Trans. Inst. Measurement and Control. — 2010. — Vol. 32, № 2. — P. 137–154.

УДК 656.625.073.28

Ю. Я. Зубарев,
д-р техн. наук, профессор,
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова;

А. С. Хвастунов,
аспирант,
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ЗАГРУЗКИ КОНТЕЙНЕРНОГО ТЕРМИНАЛА ПРИ ЗАДАННОМ ВРЕМЕНИ ОЖИДАНИЯ

DETERMINING THE OPTIMAL LOAD OF CONTAINER TERMINAL AT A GIVEN WAITING TIME

Рассматривается аналитический метод определения оптимальной загрузки специализированного терминала на основе полиномиальных моделей процессов переработки контейнерных грузов при заданном времени ожидания.

An analytical method for determining the optimal load of specialized terminal based on polynomial models of the processing of container cargo at a given waiting time is considered.

Ключевые слова: вычислительный эксперимент, полиномиальные модели, переработка контейнерных грузов.

Key words: computer experiment, polynomial models, processing of container cargo.

РАССМОТРИМ задачу оптимального планирования загрузки терминала при заданном числе причалов S и общем числе судов m, поступающих в терминал. Необходимо выбрать такой коэффициент загрузки терминала φ, при котором величина среднего приведенного времени ожидания τ не превосходила бы заданных значений. При этом под средним приведенным временем ожидания будем понимать отношение среднего времени нахождения судна в очереди к длительности обработки судна: $\tau = \dfrac{\overline{T}_{\text{ож}}}{\overline{T}_{\text{обр}}}$. Применение такого критерия в указанной постановке целесообразно в случае, когда спрос на переработку грузов превышает предложение, то есть для терминала имеются предложения по достаточно большому объему переработки грузов.

Рассмотрим вероятностную модель обработки экспортно-импортных контейнерных судов на специализированном терминале [2]. Для решения поставленной задачи, мы можем использовать два различных подхода: численный и аналитический. Численный подход требует неоднократного