

# ВОДНЫЕ ПУТИ, ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ И ПОРТЫ

УДК 516.6:539.3:519.635:626

**А. В. Васин,**

канд. физ.-мат. наук, доцент,  
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова;

**Д. П. Голоскоков,**

д-р техн. наук, профессор,  
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова;

**О. А. Тимофеева,**

аспирант,  
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова

## СРАВНЕНИЕ ВЛИЯНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ И СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК НА ЗАТВОРЫ ОБХОДНЫХ ГАЛЕРЕЙ

### COMPARISON OF THE EFFECTS OF THE DYNAMIC AND STATIC LOADS ON HYDRAULIC LOCK BYPASS GALLERIES

*Исследуются деформации плоских гидрозатворов водопропускных галерей шлюзов при гидростатических и гидродинамических нагрузках. Математическая модель гидродинамических нагрузок на гидрозатворы построена на основе исследования нелинейной задачи Лаврентьева–Шабата отрывных течений несжимаемой жидкости. Напряженно-деформированное состояние гидрозатворов моделируется задачей изгиба пластины, подкрепленной перекрестной системой ребер жесткости.*

*The deformation of flat water seal culvert of bypass galleries under hydrodynamic and hydrostatic loads is investigated. Mathematical model of hydrodynamic loads on the hydraulic locks is based on the study of nonlinear problems of Lavrentiev–Shabat separated flow of an incompressible fluid. The stress-strain state of the water seal is modeled by the problem of plate bending supported by cross-bracing system.*

*Ключевые слова: сопряжение вихревых течений, задача Дирихле, изгиб ребристых пластин.*

*Key words: conjugation of vortex flows, Dirichlet problem, bending of ribbed plates.*

**Введение.** В данной работе, являющейся логическим продолжением работы трех авторов [1], исследуется влияние течения жидкости на гидрозатворы обводных галерей. В сжатом сечении струи скорость потока повышается, достигая максимума, а давление уменьшается. Вихревые течения, возникающие из-за вязкости за затвором (рис. 1), влекут существенные изменения абсолютных скоростей, которые, в свою очередь, приводят к сложной меняющейся динамической нагрузке на гидрозатворы водопропускных галерей. Тем самым задача исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) гидрозатвора существенно усложняется. Цель работы заключается в сравнении влияний гидростатических и гидродинамических нагрузок на плоские гидрозатворы водопропускных галерей. Динамические нагрузки изучаются с точки зрения теории пластин с перекрестной системой ребер жесткости [2, с. 150–162; 3]. Влияние ребер учитывается в соответствующих уравнениях в виде дополнительных слагаемых, содержащих дельта-функции и ее производные в смысле теории распределений. Результаты расчета при различных режимах открытия затвора представляют математическое моделирование явления вибрации гидрозатвора. Данное явление наблюдается экспериментально [4], но при моделировании только гидростатических нагрузок или потенциальных моделей жидкости не подтверждается.

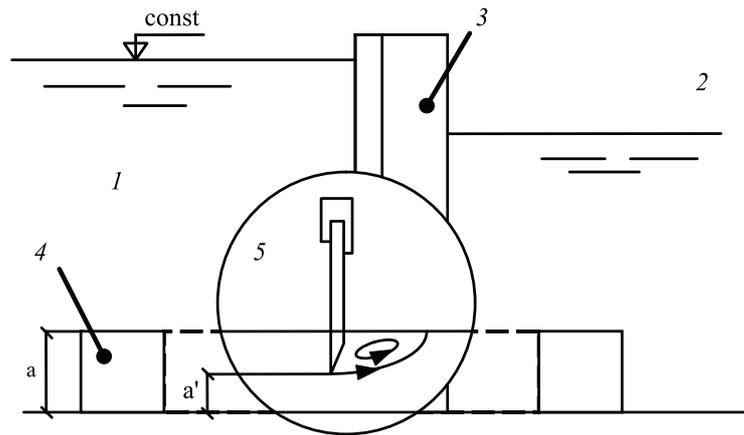


Рис. 1. Схема шлюза:

1 — подводящий канал; 2 — камера шлюза; 3 — верхние ворота;  
 4 — водопроводная галерея; 5 — плоский затвор

**1. Моделирование по схеме Лаврентьева–Шабата.** Основным уравнением первой части работы является вариант нелинейной задачи Гольдштика [4; 5; 6, с. 330–331] об отрывных течениях несжимаемой жидкости:

$$\Delta\psi = \begin{cases} -\omega, & \psi(z) > 1, \\ 0, & \psi(z) < 1 \end{cases} \quad (1)$$

для функции тока со смешанными граничными условиями (на одной части границы заданы значения Дирихле, а на другой — условия Неймана). В работе [6] для решения задачи (1) используется метод непрерывной аппроксимации. Потенциальное течение в области  $D_1$ , ограниченной стенками камеры, линиями входа и выхода потока и струей  $\gamma$ , срывающейся с нижнего края затвора; вихревое течение с постоянной завихренностью  $-\omega$ ,  $\omega > 0$  в области  $D_0$ , дополняющей  $D_1$  до всей камеры. Алгоритм решения был реализован в математическом пакете Maple [8]. На рис. 2 показана полученная картина течения при следующих исходных данных: высота камеры равна 3 м, общее количество точек границы области равно 220, на нижней стенке функция тока  $\psi_n = 0$ , на верхней стенке функция тока  $\psi_v = 12$ , на входе/выходе функция тока меняется линейно  $\psi = 2,4y$ , средняя скорость на входе и выходе равна 2,4 м/с, затвор поднят на 30 %. Максимально допустимая погрешность значения функции тока на линии раздела  $\varepsilon = 0,001$ . Исходная величина завихренности  $\omega = 10$ , в процессе итераций данная величина изменилась до  $\varepsilon = 5,66$ . Мы не представляем картину линий уровня функции тока для других режимов открытия затвора, поскольку зрительно картина выглядит следующим образом (рис. 2).

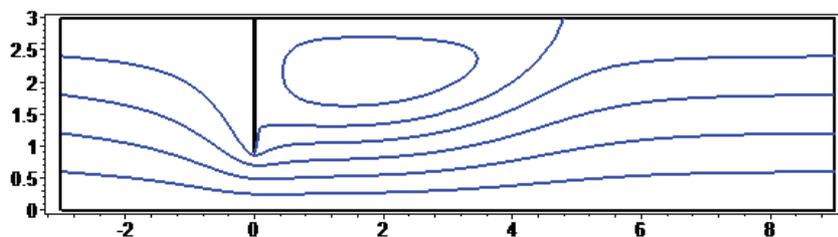


Рис. 2. Картина течения

С другой стороны, знание картины течения позволяет вычислить скорости за затвором и перед ним, что дает возможность определить величину гидродинамического давления на затвор.

**2. Математическая модель напряженно-деформированного состояния плоского затвора водопропускной галереи.** Затвор рассматривается как прямоугольная пластина ( $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ ), которая нагружена поперечной нагрузкой  $q(x, y)$  и подкреплена ребрами, расположенными параллельно осям  $y$  и  $x$  по линиям  $x = x_j = \text{const}$  и  $y = y_j = \text{const}$ . Учитываются только изгибные жесткости ребер, которые считаются постоянными. Основное разрешающее уравнение относительно функции прогиба  $w(x, y)$  имеет вид

$$\nabla^4 w = \frac{q}{D} - \sum_{i=1}^{K_1} \lambda_{1i} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \delta(y - y_i) - \sum_{j=1}^{K_2} \lambda_{2j} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \delta(x - x_j),$$

где  $\lambda_{1i} = \frac{E_{1i} J_{1i}}{D}$ ,  $i = 1, \dots, K_1$ ,  $\lambda_{2j} = \frac{E_{2j} J_{2j}}{D}$ ,  $j = 1, \dots, K_2$ ;  $w(x, y)$  — прогиб;  $D$  — цилиндрическая жесткость пластины;  $E_{1i} J_{1i}$ ,  $E_{2j} J_{2j}$  — изгибные жесткости ребер, расположенных в направлениях  $x$  и  $y$  соответственно;  $\delta(y)$  —  $\delta$ -функция Дирака. Граничные условия могут быть любыми. Конструкция гидрозатвора предполагает, что две параллельные вертикальные кромки пластины являются шарнирно опертыми, а две другие (горизонтальные) — свободные. Полное решение рассматриваемой задачи, обладающее всеми нужными особенностями в зоне всех ребер, имеет вид [9; 10]:

$$w(x, y) = w_0(x, y) - \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\beta_n y) \left\{ \sum_{k=1}^4 C_{kn} Z_{\beta_n k}(x) + \sum_{j=1}^{K_2} \lambda_{2j} \beta_n^4 w_{nx}(x_j) \Psi_{j\beta_n}^*(x) \right\} - \sum_{m=1}^{\infty} \sin(\alpha_m x) \left\{ \sum_{k=1}^4 D_{km} Z_{\alpha_m k}(y) + \sum_{i=1}^{K_1} \lambda_{1i} \alpha_m^4 w_{my}(y_i) \Psi_{i\alpha_m}^*(y) \right\},$$

где  $C_{kn}$ ,  $D_{km}$  — произвольные константы интегрирования,  $w_0(x, y)$  — решение для «гладкой», не подкрепленной пластины (удобно взять в форме решения Навье):

$$\Psi_{j\beta_n}^*(x) = \frac{\theta(x - x_j)}{2\beta_n^3} \left\{ \beta_n(x - x_j) \text{ch} \beta_n(x - x_j) - \text{sh} \beta_n(x - x_j) \right\},$$

$$\Psi_{i\alpha_m}^*(y) = \frac{\theta(y - y_i)}{2\alpha_m^3} \left\{ \alpha_m(y - y_i) \text{ch} \alpha_m(y - y_i) - \text{sh} \alpha_m(y - y_i) \right\},$$

$\{Z_{\beta_n k}(x)\}$ ,  $\{Z_{\alpha_m k}(y)\}$  — фундаментальные системы решений соответствующих однородных уравнений.

Существенными моментами решения являются применение методики, использующей аппарат  $\delta$ -функций, а также одновременное использование в ходе решения разложений искомой функции в одинарные тригонометрические ряды относительно обеих переменных  $x$  и  $y$ . Заметим, что поскольку все особенности функции  $w$  содержатся в функциях  $\Psi_{j\beta_n}^*(x)$  и  $\Psi_{i\alpha_m}^*(y)$ , то бесконечные суммы сходятся быстро всюду, за исключением линий  $x = x_j$  и  $y = y_i$ . Поэтому практически задача решается всегда при сравнительно небольшом числе неизвестных, если мы хотим определить НДС в самой пластине-обшивке. К сожалению, этого нельзя сказать о расчете НДС ребер жесткости. Здесь приходится удерживать достаточно большое число членов разложения. В следующем пункте проиллюстрируем развитую технику к расчету НДС при различных режимах открытия затвора.

**3. Численные результаты и выводы.** Приведем результаты расчета НДС прямоугольных пластин, подкрепленных перекрестной системой ребер жесткости параллельно сторонам пластины. Будем считать, что материал пластин и ребер жесткости — сталь с модулем Юнга  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа и коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,3$ . Прямоугольная пластина, подкреплена двумя горизонтальными и двумя вертикальными ребрами жесткости. Обшивка пластины имеет постоянную толщину  $h = 0,012$  м. Размеры в плане — по оси  $x$ :  $a = 3$  м, по оси  $y$ :  $b = 3$  м (рис. 5). Ребра жесткости: горизонтальные ригели — тавры: высота стенки — 0,8 м; толщина стенки — 0,02 м;

ширина полки — 0,35 м; толщина полки — 0,04 м; вертикальные стойки — тавры: высота стенки — 0,6 м; толщина стенки — 0,02 м; ширина полки — 0,35 м; толщина полки — 0,03 м. Координаты расположения ребер:  $x_1 = 1,0$  м,  $x_2 = 2,0$  м,  $y_1 = 1,0$  м,  $y_2 = 2,0$  м.

Вначале рассмотрим гидростатическое трапецидальное давление воды (полный напор 4 м) (рис. 3). Такая нагрузка возникает при полном закрытии затвора. Гидростатическое трапецидальное давление  $p = \rho g(x + L)/a$ , где  $L = 1$  м — глубина верхней кромки затвора. Первый пример нам нужен для масштабирования дальнейших результатов, которые будут получены в динамике. Кроме того, мы наблюдаем (рис. 7), что прогибы затвора при гидростатике направлены в одну сторону. Наибольшие прогибы в пределах 6 мм. Данная картина резко контрастирует с результатами НДС в момент работы затвора. На следующих графиках (рис. 7–10) указаны давления и прогибы при высоте поднятия затвора 0,3 м на рис. 11–14 — при высоте 0,6 м, на рис. 15–18 — при высоте 0,9. Прогибы в разных частях затвора направлены в разные стороны. Величины разносторонних прогибов соизмеримы с прогибами, испытываемыми при гидростатической нагрузке. Более того, ввиду разносторонней направленности прогибов требуется учет не столько абсолютных величин прогибов, сколько разности прогибов с разных сторон гидрозатвора. Но главный вывод из полученных результатов заключается в том, что, сравнивая пространственные эпюры прогибов, мы отчетливо наблюдаем, что область наибольших прогибов сдвигается, что приводит к колебательным явлениям и в результате к вибрации. Повторим, что подобные выводы невозможно получить в рамках упрощенных схем расчета гидрозатворов (равномерных или трапецидальных). Исследование НДС только на гидростатическую нагрузку не годится при полукрытых затворах, поскольку гидростатическая составляющая давления равна с разных сторон затвора на одном уровне. Исследование же динамических моделей с потенциальным течением не подходит ввиду симметричности обтекания, что опять-таки приводит к равенству давлений с разных сторон затвора.

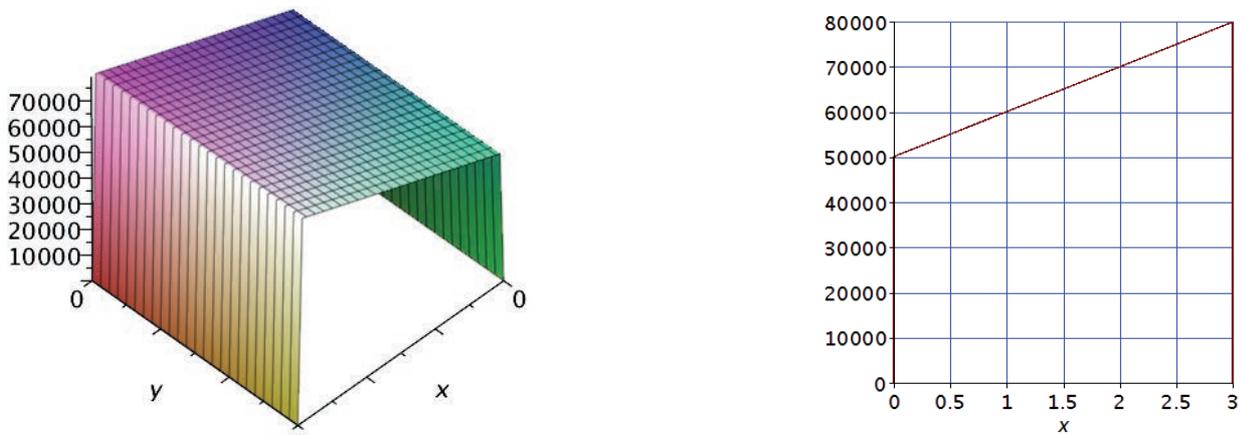


Рис. 3. Гидростатические нагрузки

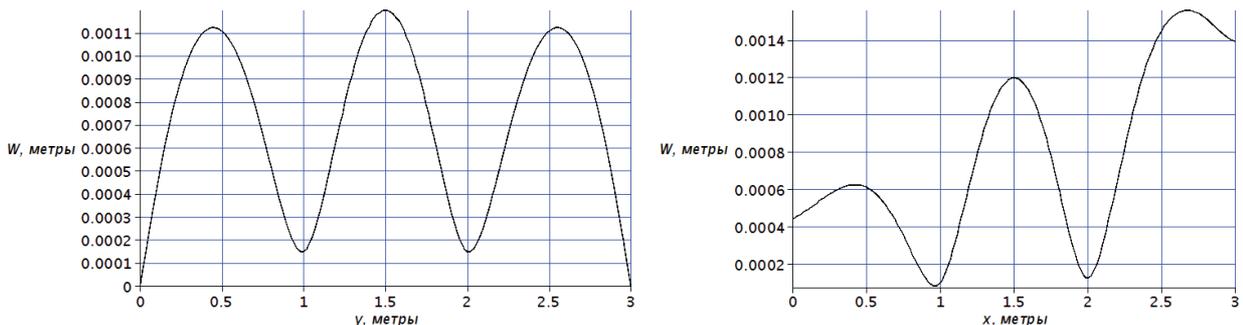


Рис. 4. Прогибы в пластине на уровне  $x = 1,5$  м и на уровне  $y = 1,5$  м

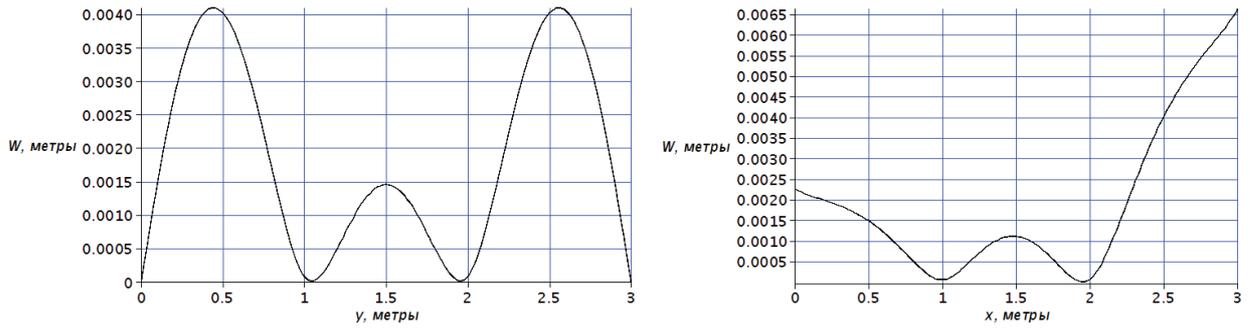


Рис. 5. Прогибы в пластине на уровне  $x = 2,5$  м и на уровне  $y = 2,5$  м

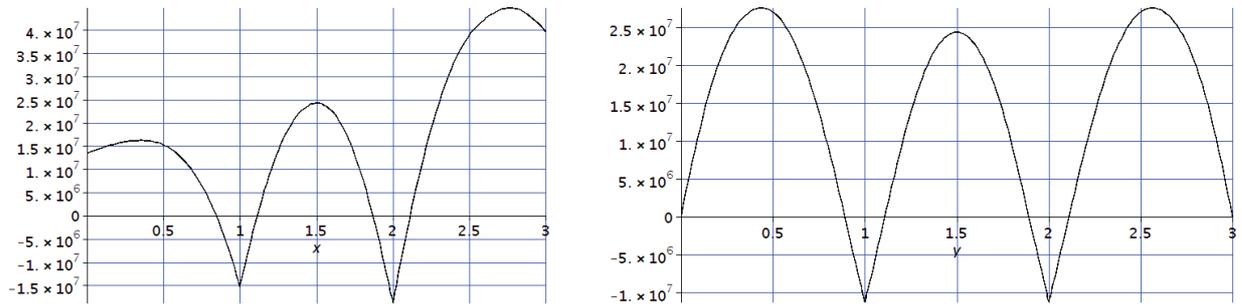


Рис. 6. Напряжения  $\sigma_y$  и  $\sigma_x$  в пластине на уровне  $x = 1,5$  м и на уровне  $y = 1,5$  м

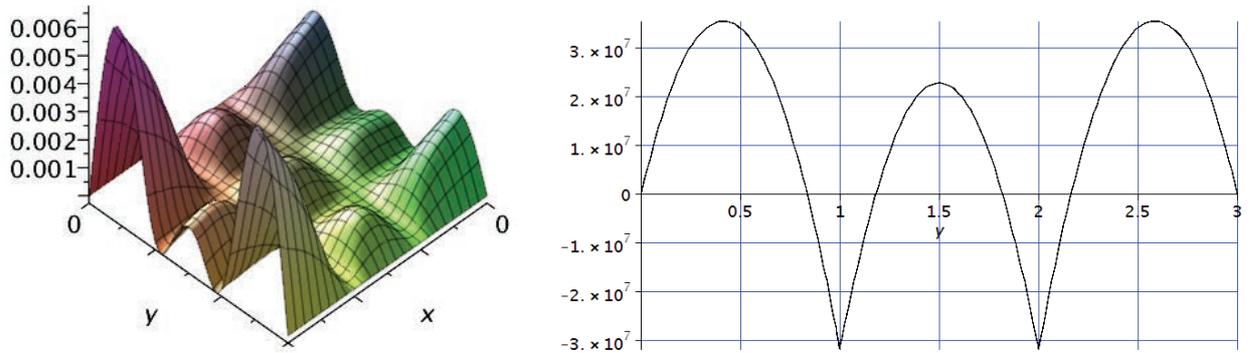


Рис. 7. Изогнутая поверхность пластины — прогиб  $w(x, y)$  и напряжение  $\sigma_x$  в пластине при  $x = 2,5$  м

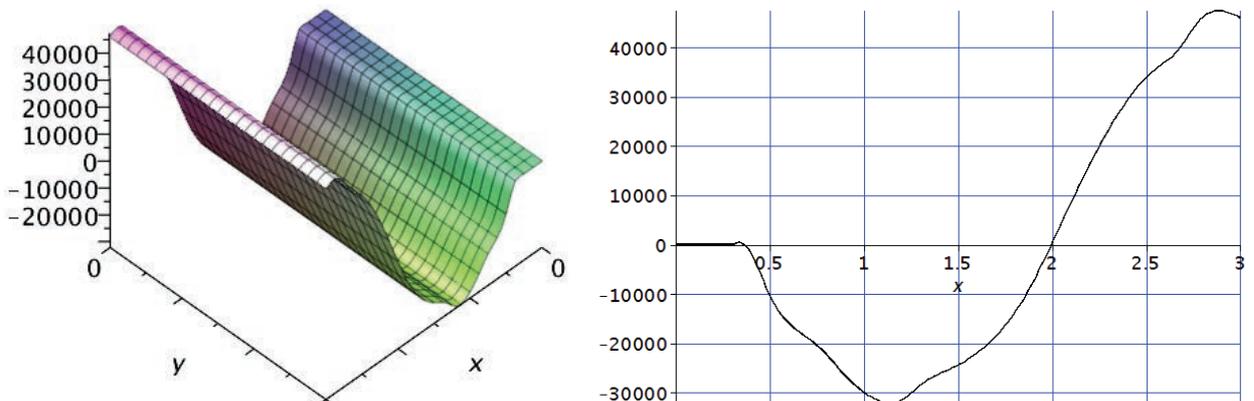


Рис. 8. Эпюры давления (в Па) при высоте 0,3 м

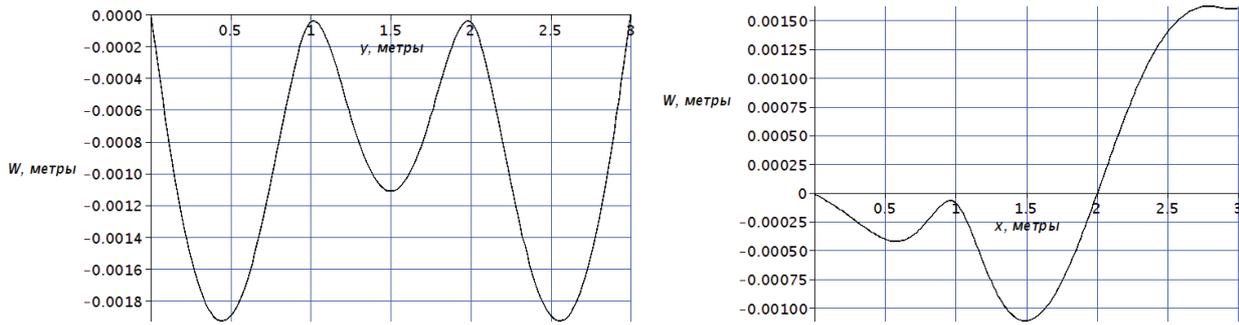


Рис. 9. Прогибы в пластине на уровне  $x = 1,5$  м и на уровне  $y = 1,5$  м

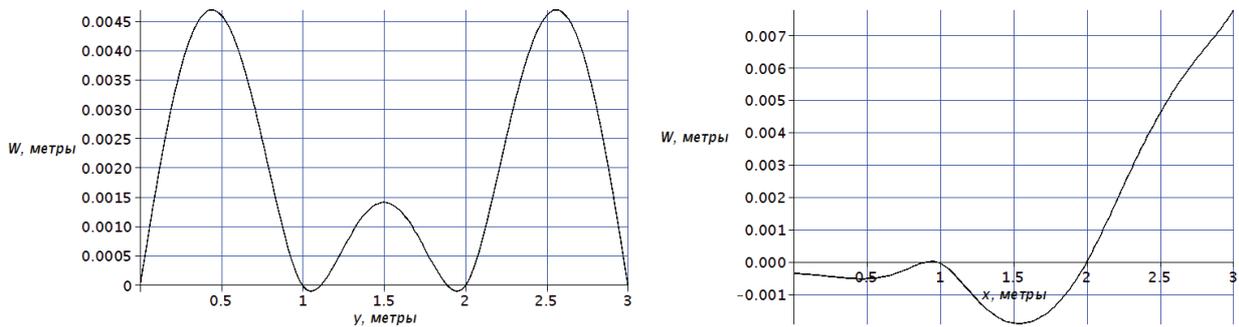


Рис. 10. Прогибы в пластине на уровне  $x = 2,5$  м и на уровне  $y = 2,5$  м

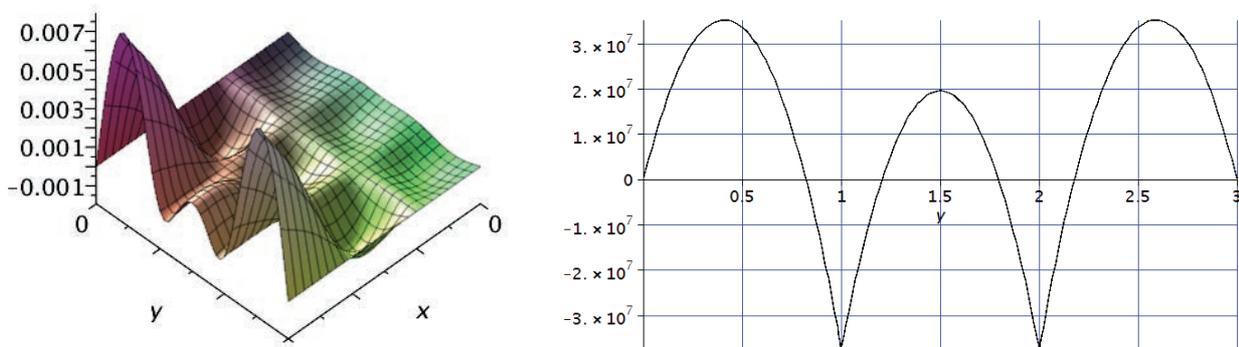


Рис. 11. Изогнутая поверхность пластины — прогиб  $w(x, y)$  и напряжение  $\sigma_x$  в пластине при  $x = 2,5$  м

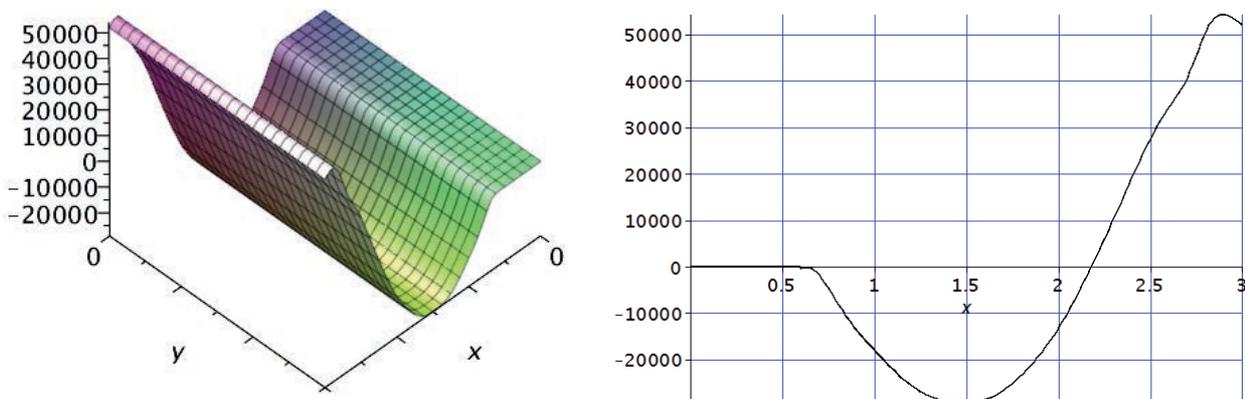


Рис. 12. Эпюры давления при высоте 0,6 м

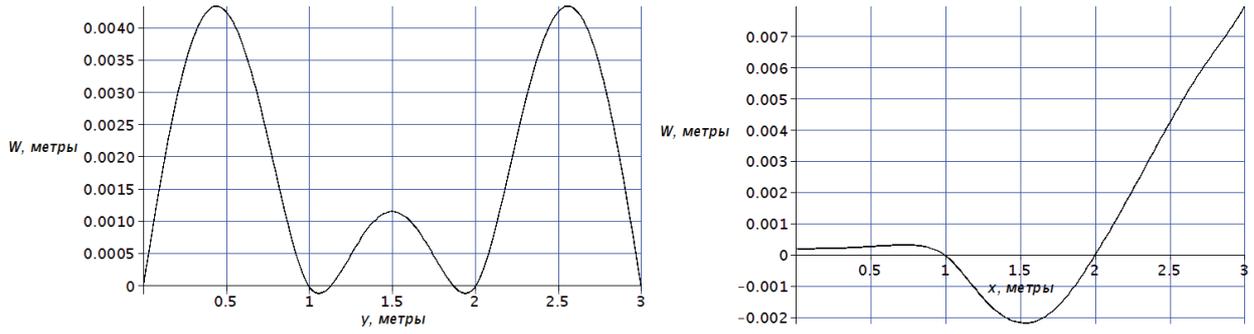


Рис. 13. Прогибы в пластине на уровне  $x = 2,5$  м и на уровне  $y = 2,5$  м

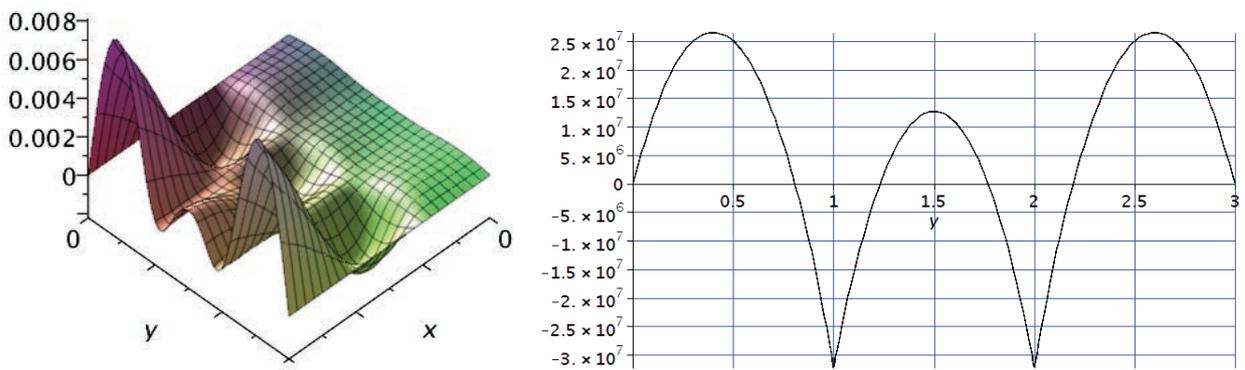


Рис. 14. Изогнутая поверхность пластины — прогиб  $w(x, y)$  и напряжение  $\sigma_x$  в пластине при  $x = 2,5$  м

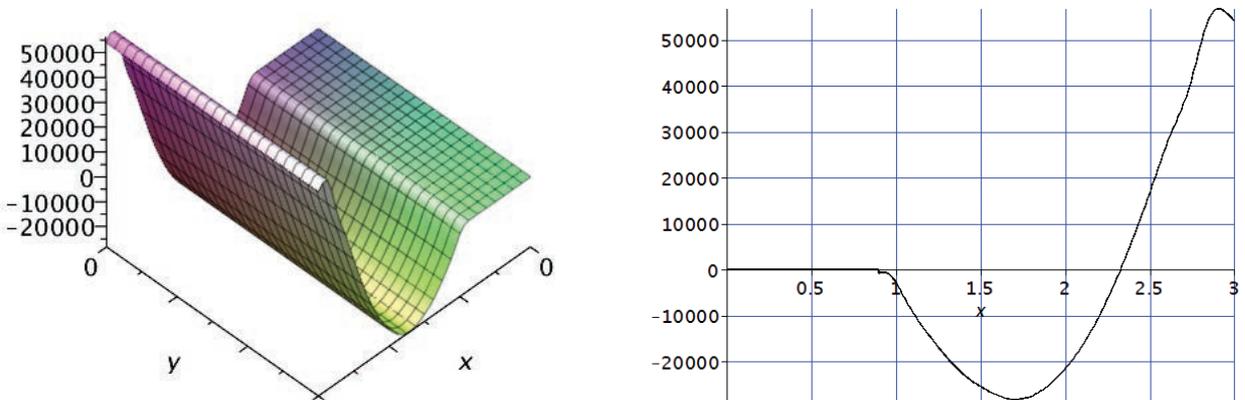


Рис. 15. Эпюры давления при высоте 0,9 м

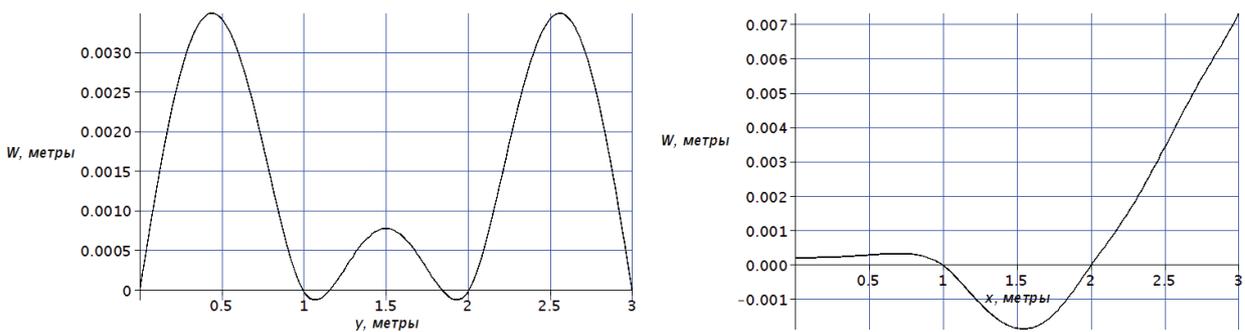


Рис. 16. Прогибы в пластине на уровне  $x = 2,5$  м и на уровне  $y = 2,5$  м

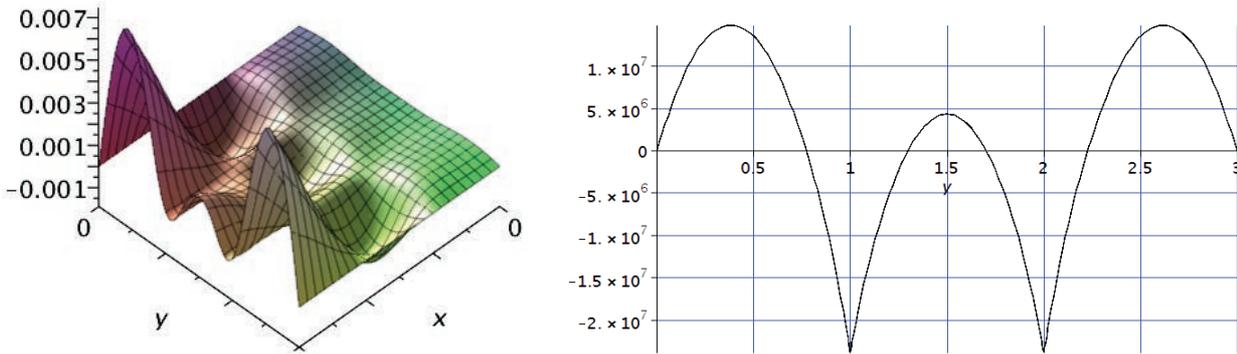


Рис. 17. Изогнутая поверхность пластины — прогиб  $w(x, y)$  и напряжение  $\sigma_x$  в пластине при  $x = 2,5$  м

### Список литературы

1. Васин А. В. Разработка математической модели динамических нагрузок на гидрозатворы обводных галерей / А. В. Васин, Д. П. Голоскоков, О. А. Тимофеева // Журнал Университета водных коммуникаций. — 2013. — Вып. 2 (16).
2. Жилин П. А. Линейная теория ребристых оболочек / П. А. Жилин // Механика твердого тела. — 1970. — Вып. 4.
3. Михайлов Б. К. Пластины и оболочки с разрывными параметрами / Б. К. Михайлов. — Л.: ЛГУ, 1980. — 196 с.
4. Бутин В. П. Повышение эффективности эксплуатации судоводных шлюзов на основе исследований, разработки и внедрения новых технических и технологических решений: дис. ... д-ра техн. наук / В. П. Бутин. — СПб.: Изд-во СПГУВК, 1995. — 248 с.
5. Гольдштик М. А. Вихревые потоки / М. А. Гольдштик. — Новосибирск: Наука: Сиб. отделение, 1981.
6. Вайнштейн И. И. Решение двух дуальных задач о склейке вихревых и потенциальных течений вариационным методом М. А. Гольдштика / И. И. Вайнштейн // Журнал Сибирского федерального университета. Сер. «Математика и физика». — 2011. — № 4 (3).
7. Потапов Д. К. Непрерывные аппроксимации задачи Гольдштика / Д. К. Потапов // Математические заметки. — 2010. — Т. 87, вып. 2. — С. 262–266.
8. Голоскоков Д. П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе MAPLE / Д. П. Голоскоков. — СПб.: Питер, 2004. — 539 с.
9. Голоскоков Д. П. Математическое моделирование упругих тонкостенных систем / Д. П. Голоскоков, А. А. Грищенко. — СПб.: СПГУВК, 1999. — 149 с.
10. Голоскоков Д. П. Численно-аналитические методы расчета упругих тонкостенных конструкций нерегулярной структуры / Д. П. Голоскоков. — СПб.: Изд-во А. Кардакова, 2006. — 271 с.