ВЕСТНИК ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА МОРСКОГО И РЕЧНОГО ФЛОТА ИМЕНИ АДМИРАЛА С. О. МАКАРОВА

УДК 656.052.482

В. А. Логиновский,
д-р техн. наук, профессор,
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова;

Е. Л. Вячеславов,
аспирант,
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ СЦЕНАРИЕВ ДВИЖЕНИЯ СУДНА ПО СТВОРУ

APPLICATION OF CATASTROPHE THEORY FOR CLASSIFICATION OF SCENARIOS FOR SHIP PASSING ALONG THE LEADING LINE

Рассматривается возможность применения катастрофы сборки для моделирования навигационных ситуаций и их сценариев. Анализируется применение математической модели катастрофы сборки для плавания судна по створу.

This article considers the possibility of application of cusp catastrophe to model navigational situations and their scenarios. An application of cusp catastrophe as a mathematical model for ship passing along the leading line is analyzed.

Ключевые слова: навигационная безопасность, опасные ситуации, теория катастроф, катастрофа сборки, моделирование навигационных ситуаций.

Key words: safety of navigation, dangerous situations, catastrophe theory, cusp catastrophe, navigational situations modeling.

---

1. Введение.

Обеспечение навигационной безопасности является важнейшей задачей судоходной индустрии, в частности мореплавания. Несмотря на внедрение современной техники и информационных технологий, количество навигационных аварий остается на высоком уровне, что требует поиска и исследования новых подходов к их предотвращению, одним из которых, несомненно, является эффективный анализ потенциально опасных навигационных ситуаций, которые являются предшественниками аварий.

Для обеспечения безопасности необходимо знать и уметь анализировать не только причины самих аварий, но и, что очень важно, причины и сценарии возникновения и развития потенциально опасных ситуаций. Для этого целесообразно использовать наглядные, понятные и непротиворечивые инструменты их классификации и моделирования. Одним из таких инструментов может быть метод, основанный на прикладной теории катастроф [6], который позволяет изобразить графически множество навигационных ситуаций и сценариев их возникновения. В статье исследуется катастрофа сборки как модель, описывающая состояния системы «судно–створ», (СС-система), хотя исследуемый подход может быть применен к любой системе, если отклонение от правила, определяющего безопасное поведение, в ней можно измерить [3, с. 399–402].

2. Теория катастроф.

Под катастрофой здесь в соответствии с теорией понимается внезапное изменение состояния системы при малом изменении ее управляющих параметров [1; 4–6]. Такое изменение состояния системы возможно лишь тогда, когда она находится в точке неустойчивого равновесия. Введем в качестве характеристики СС-системы горизонтальный угол x, под которым при движении по линии створа с судна видны створные знаки. Интуитивно понятно, что вследствие действия внешних сил судно будет уходить с линии створа ($x \neq 0$) и для приведения его обратно на створ ($x = 0$) необходимо управлять его вектором скорости.

С точностью до чувствительности створа, включающей разрешающую способность глаза наблюдателя, состояние СС-системы при $x = 0$ является неустойчивым. Если же $x \neq 0$, то такое состояние системы устойчиво. Если говорить более абстрактно, то СС-система может находиться в состоянии устойчивого или неустойчивого равновесия, которые можно описать с помощью потенциальной функции.

3. Математическая модель. Описание.

Известно, что в общем случае для удержания судна на линии створа необходимо управлять вектором его собственной скорости для компенсации вектора внешних возмущений от влияния гидрометеорологических факторов, который смещает судно с линии створа. Следует отметить, что в соответствии с принципом минимума потенциальной энергии СС-система всегда будет стремиться к состоянию устойчивого равновесия, которое обусловливает опасную навигационную ситуацию (рис. 1).

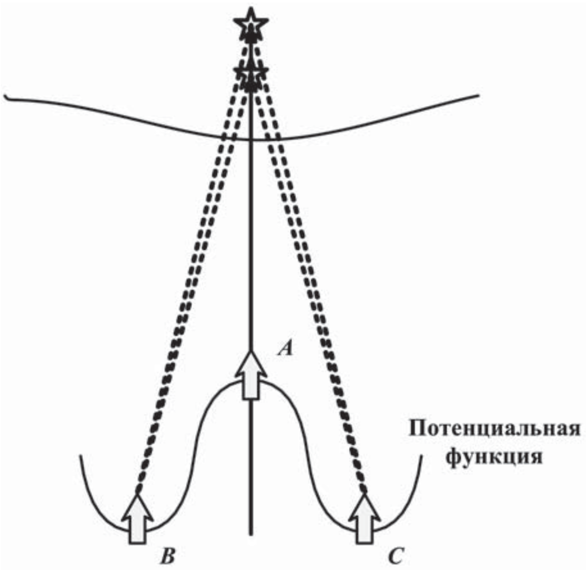

Рис. 1. Состояния равновесия СС-системы при движении судна по створу: *A* — неустойчивое, *B*, *C* — устойчивые равновесия

Такая система может быть представлена с помощью катастрофы сборки, потенциальная функция которой определяется следующим каноническим выражением [5]:

$$V_{ab}\left(x\right)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}ax^2+bx. \qquad (1)$$

Здесь a и b — соответственно модули вектора собственной скорости судна и вектора внешних воздействий.

Для заданной пары (a, b) критические точки функции (1) определяются из условия

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}ax^2+bx\right)=x^3+ax+b=0. \qquad (2)$$

Природа корней уравнения (2) зависит от значений a и b, а именно от дискриминанта рассматриваемого кубического уравнения:

$$D = 4a^3 + 27b^2.$$

Это означает, что природа корней, а значит, и равновесие системы зависят от положения судна на плоскости (a, b) по отношению к кривой (3), определяемой в координатах (a, b) и называемой бифуркационной кривой (на рис. 2, *а* выделена жирной линией) [7].

$$4a^3 + 27b^2 = 0. \qquad (3)$$

Обозначим плоскость (a, b) через C и разделим ее на пять областей: заштрихованную область I «внутри» бифуркационной кривой, область E «вне» ее, две ветви B_1 и B_2 бифуркационной кривой и начало координат — точка P. Точки (a, b), лежащие в I, характеризуются условием $4a^3 + 27b^2 < 0$, а точки, лежащие в E, — условием $4a^3 + 27b^2 > 0$ (рис. 2, *а*).

Соответствующие потенциальные функции (1) показаны на рис. 2, *в*. Мы видим, что V_{ab} имеет один минимум, если $(a, b) \in E$, два минимума и между ними максимум, если $(a, b) \in I$, один минимум и одну точку перегиба для $(a, b) \in B_1$ или B_2 (слева для B_1 и справа для B_2 соответственно) и один минимум в начале координат, то есть в точке P.

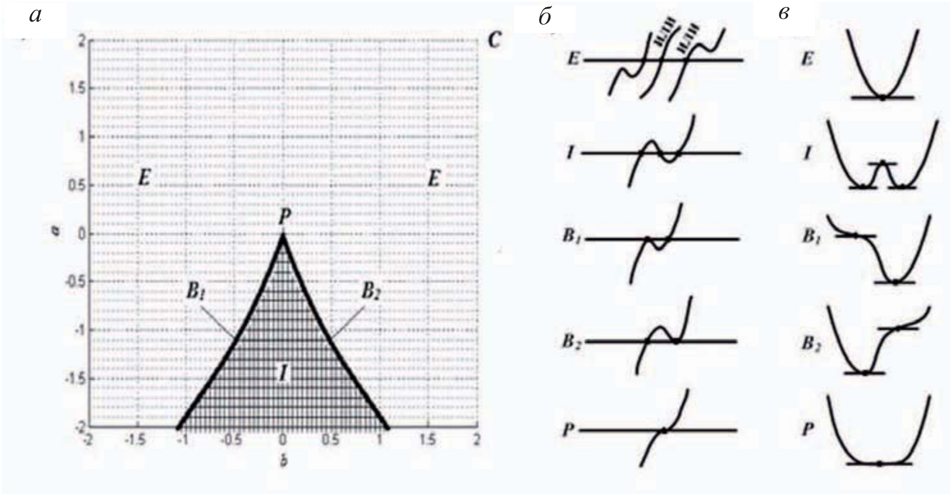

Рис. 2. а — бифуркационная кривая и бифуркационное множество;
б — кривые $x^3 + ax + b = 0$; *в* — кривые $V_{ab}(x)=1/4x^4 + 1/2ax^2 + bx$

С точки зрения динамики минимумы потенциальной функции отвечают устойчивым равновесиям системы, а максимумы или точки перегиба — неустойчивым.

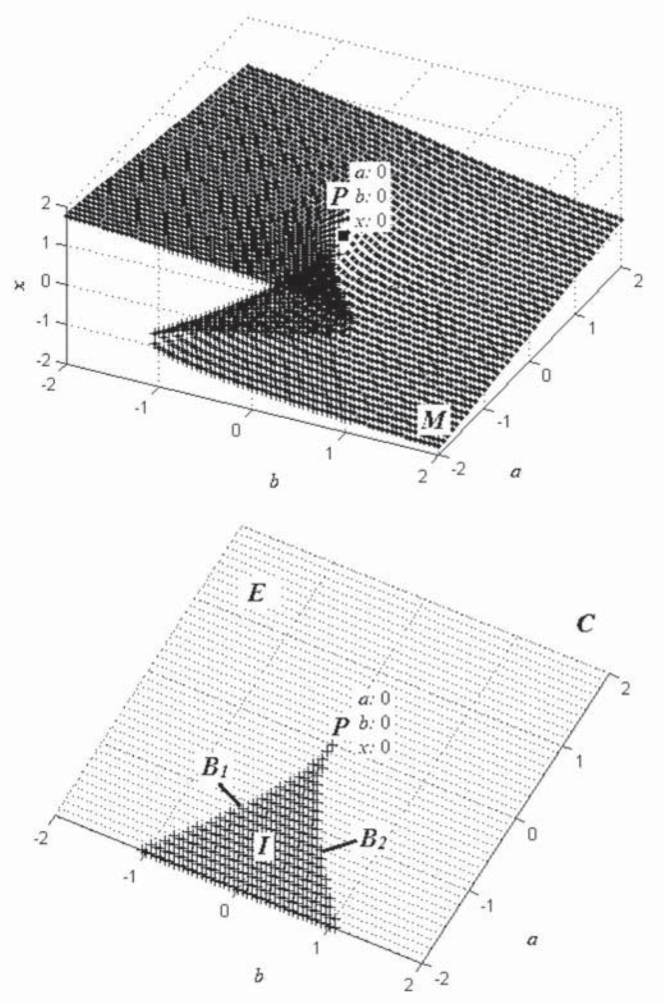

Рис. 3. Многообразие катастрофы и бифуркационное множество

Это довольно сложное поведение потенциальной функции можно охватить единой геометрической картинкой, нарисовав многообразие катастрофы сборки *M* или поверхность равновесия в пространстве *xab*. Это множество точек (*x*, *a*, *b*), удовлетворяющих уравнению (2). Оно имеет вид поверхности со сборкой в точке *P* и показано на рис. 3.

Теперь возможно дать геометрическую интерпретацию положений равновесия СС-системы. Для данной пары значений параметров (*a*, *b*) все положения равновесия определяются значением корней уравнения (2).

Если состояние системы описывается точкой $(a, b) \in$ E, то она находится в устойчивом состоянии (рис. 2); если $(a, b) \in$ I, то между двумя устойчивыми есть неустойчивое состояние; если $(a, b) \in B_1, B_2$, то система находится в устойчивом и неустойчивом состоянии, и если $(a, b) \in$ P, то состояние системы устойчиво.

Теперь, после проведенного выше анализа и геометрического описания, можно следующим образом рассмотреть изменение положения равновесия с изменением (*a*, *b*), то есть построить модель поведения судна в СС-системе, что и является конечной целью исследования.

4. Математическая модель-интерпретация.

Пусть СС-система описывается множеством параметров (x, a, b) и движение судна относительно створной линии интерпретируется как изменение параметров этой системы на некоторой траектории, расположенной на поверхности равновесия M или на ее проекции в пространстве управления C.

Положение точки (a, b) внутри бифуркационной кривой (область I) характеризует некоторый колебательный процесс удержания судна на створной линии с помощью управления вектором собственной скорости, компенсирующего воздействие внешнего возмущения. Причем если точка (a, b) лежит на оси a, то эти колебания симметричны относительно оси створа и положение судна можно считать безопасным при условии, что уклонения от створной линии находятся в пределах судового хода створа. Приближение точек (a, b) к бифуркационным кривым вызывает изменение характера колебаний — увеличивается уклонение от оси створа в одну сторону и соответственно уменьшается в другую. Появление асимметрии в траектории движения судна относительно створной линии является предвестником потенциально опасной ситуации.

Удаление от точки P внутри области I вызывает увеличение амплитуды колебаний траектории (например, по причине низкой квалификации рулевого), что так же может быть причиной создания потенциально опасной ситуации, хотя «в среднем» в заданный интервал времени t судно следует по створу.

Если положение судна характеризуется параметрами (a, b) в области E, это означает, что судно не находилось на линии створа. Навигационная ситуация может быть квалифицирована как устойчиво опасная, то есть судну не удалось выйти на створную линию в заданный интервал времени t.

Если точка (a, b) совпадает с началом координатной системы P (точка сборки), это описывает лишь теоретически возможную навигационную ситуацию, когда судно не на ходу и при отсутствии внешних возмущений находится на линии створа. Состояние СС-системы теоретически устойчиво, так как $a = b = 0$.

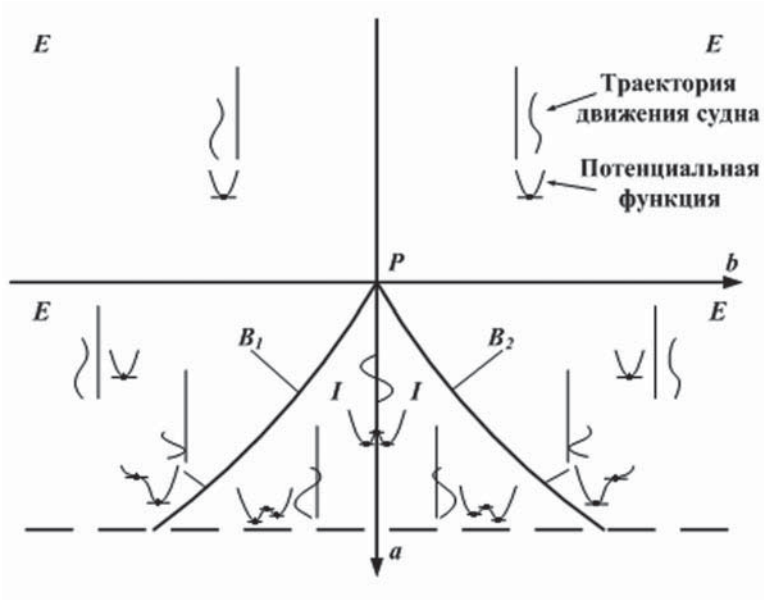

Рис. 4. Модель поведения судна в СС-системе

Если точка (a, b) лежит на бифуркационной кривой, это означает, что колебания таковы, что судно выходит на ось створа и вновь отклоняется в ту же сторону, не пересекая створную линию. Это предел асимметричности траектории движения судна относительно линии створа и характеризуется появлением неустойчивого состояния СС-системы в виде точки перегиба потенциальной функции вместо ее максимума. Другими словами, переход от максимума потенциальной функции к точке перегиба характеризует снижение уровня навигационной безопасности в связи с зарождением тенденции неуправляемого сноса с линии створа, что может привести к выводу положения судна из зоны I в устойчиво опасную зону E (рис. 4).

На рис. 4 изображены траектории движения судна относительно створной линии, а также потенциальные функции поведения СС-системы.

К тому же следует отметить, что отстояние от точки P, что то же самое амплитуда колебаний траектории движения судна, определяется шириной судового хода.

5. Выводы.

Катастрофа сборки как модель, описывающая состояния системы «судно–створ», позволяет изобразить графически все множество возможных навигационных ситуаций, связанных с движением судна по створу, и сценариев их возникновения и развития. Развитие ситуации может быть определено траекторией состояний системы на многообразии катастрофы сборки либо на плоскости управляющих параметров.

Появление асимметрии в траектории движения судна в пространстве управляющих параметров является сигналом к снижению уровня безопасности, то есть к переходу системы в другое состояние (опасную область).

Исследуемый подход может быть применен к любой системе, если отклонение от правила, определяющего безопасное поведение в ней, можно измерить (линейное отклонение от оси фарватера, ракурс встречного судна, динамика фигуры погрешностей при определении места судна и т. д.).

Список литературы

1. *Арнольд В. И.* Теория катастроф / В. И. Арнольд. — 2-е изд., доп. — М.: Изд-во МГУ, 1983. — 80 с.
2. *Морозов В. К.* Моделирование информационных и динамических систем / В. К. Морозов, Г. Н. Рогачев. — М.: Академия, 2011. — 384 с.
3. *Острейковский В. А.* Прогнозирование техногенного риска динамических систем методами теории катастроф / В. А. Острейковский, С. П. Саакян, Я. В. Силин // Фундаментальные исследования. — № 3. — 2012.
4. *Gilmore R.* Catastrophe Theory for Scientists and Engineers / R. Gilmore. — N. Y.: Dover, 1993. — 666 p.
5. *Poston T.* Catastrophe Theory and Its Applications / T. Poston, I. Stewart. Dover Books on Mathematics. — N. Y.: Dover Publications, 2012. — 512 p.
6. *Thom R.* Structural Stability and Morphogenesis: An Outline of a General Theory of Models / Thom R. — 2nd ed. — Addison-Wesley, 1989. — 384 p.
7. *Wilson A.* Catastrophe Theory and Bifurcation (Routledge Revivals) / A. Wilson // Applications to Urban and Regional Systems. — Routledge, 2012. — 354 p. — Repr. ed.