

Следующим шагом выделения связанных областей является последовательное распознавание каждого образа, выделенного на предыдущем шаге. Для этой цели могут быть использованы разработки в области нейронных сетей, экспертных систем, вероятностных подходов и другие [5, с. 289–295].

### Список литературы

1. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. — М.: Бином-Пресс, 2006. — 655 с.
2. Башмаков А. В. Дискретная математика. Методы кодирования и обработки дискретных структур данных: учеб. пособие / А. В. Башмаков, Е. В. Зуров, А. П. Ныркoв. — СПб.: СПГУВК, 2012. — 81 с.
3. Кормен Т. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. — М.: МЦНМО, 2000. — 960 с.
4. Ныркoв А. П. Введение в общую теорию алгоритмов: учеб. пособие / А. П. Ныркoв, А. А. Ныркoв. — СПб.: ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова, 2013. — 43 с.
5. Nyrkov A. P. NP-hard tasks: from the theory to practice / A. P. Nyrkov, S. S. Sokolov // Modern scientific research and their practical application. — 2013. — May. — Vol. J11307.

УДК 625.2

**В. О. Тырва,**  
канд. техн. наук, доцент,  
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова

## ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ ЭРГАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

### APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELS FOR CORRECTION OF DISCRETE SIGNALS OF MANAGEMENT BY OBJECT OF ERGATIC SYSTEM

*Получены математические модели, достаточные для проведения расчетов на ЭВМ с целью количественного обоснования принятия решений о коррекции дискретных сигналов управления объектом эргатической системы.*

*Mathematical models sufficient for realization of calculations on COMPUTER with the purpose of quantitative ground of making decision about the correction of discrete signals of management by the object of the ergatic system are got.*

*Ключевые слова: перегрузочный комплекс, судоходный шлюз, эргатическая система, человек-оператор, управляющая вычислительная машина, устройство связи с объектом, система целей, математическая модель.*

*Key words: reloading complex, shipping gate, ergatic system, human operator, controlling computing machine, the device with the object, a system of objectives, mathematical model.*

**Э**ФФЕКТИВНОСТЬ управления работой сложных динамических объектов транспортной отрасли — перегрузочных комплексов, судоходных шлюзов, судов технического флота и др. — во многом зависит от распределения функций управления между человеком-оператором и автоматическими устройствами управления. Применение электронной вычислительной техники, управляющих вычислительных машин дает возможность наиболее полно согласовать преимущественные особенности человека и техники в эргатической (человеко-машинной) системе.

Вполне обосновано использование ЭВМ для быстрой обработки больших массивов информации, моделирования поведения управляемого объекта с целью прогнозирования последствий управляющих воздействий на объект, установления диалогового взаимодействия человека-оператора с ЭВМ в эргатической системе. Для достижения такой цели необходимо располагать математическим описанием процессов в системе, удобным для построения содержательной информационной модели процессов, представляемой человеку-оператору для принятия управленческих решений, и одновременно пригодным для использования при построении алгоритмов автоматического управления объектом. Этому посвящена настоящая статья. Представленный в ней материал является обобщением результатов теоретических и экспериментальных исследований, проведенных на основе системы управления перегрузочными комплексами, состоящими из двух порталных кранов, управляемых одним крановщиком, и системы управления технологическим процессом пропуска судов через шлюз, в которых ручное управление объектом сочетается во времени с автоматическим управлением.

В рассматриваемой далее эргатической системе функции управления объектом распределены между человеком-оператором (ЧО) и управляющей вычислительной машиной (УВМ) через устройство связи с объектом (УСО), которое представим блок-схемой [1, с. 493–495] на рис. 1.



Рис. 1. Блок-схема устройства связи с объектом

На пульте оператора УСО предусмотрены необходимые для управления исполнительными механизмами и объектом в целом органы управления в виде кнопок, переключателей, клавиатуры и др. С их помощью ЧО подает в 1-й блок управления сигналы-команды, которые нужным образом тиражируются этим блоком и распределяются в виде дискретных сигналов управления (ДСУ) между выходными блоками систем управления исполнительными механизмами. Аналогичным образом 1-й блок управления обрабатывает управляющие сигналы от УВМ и передает ДСУ вы-

ходным блокам, а также создает каналы связи между ЧО и УВМ. Пассивные УСО работают только по командам вычислительной части управляющей системы или оператора.

Информацию о состоянии объекта ЧО получает с пульта от информационной модели [2], которая реализуется с помощью измерительных приборов, мнемосхем, мониторов и других технических средств. Информационная модель служит также для отображения выработанных УВМ советов и рекомендаций оператору о совершении тех или иных управленческих действий и для отображения их целей и последствий.

На 2-й блок управления возлагаются задачи обработки входной и выходной информации, моделирования процессов в различных режимах работы эргатической системы. Для этого необходимо выполнять большой объем вычислительных операций. В активном УСО предусматривается такая возможность. Оно реализуется по принципу агрегатно-блочного построения средств вычислительной техники с возможностью подключения новых блоков оперативного запоминающего устройства и обработки информации.

В состав комплектов входных и выходных блоков входят преобразователи аналог–код, код–аналог, коммутаторы, усилители, регуляторы, наблюдатели, посредством которых получают информацию, в том числе и о не измеряемых датчиками физических величинах, характеризующих состояние объекта управления.

Исполнительные механизмы создают управляющие воздействия  $u_1, u_2, \dots, u_r$  в объекте управления. Например, у судна  $u_1$  — упор, создаваемый движителем (винтом);  $u_2$  — момент силы, создаваемый рулем. Чтобы иметь возможность однозначно прогнозировать поведение (движение) объекта в зависимости от начальных условий, непосредственно предшествующих ДСУ, будем использовать модель в форме нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (для объекта с сосредоточенными параметрами). Для некоторого интервала времени  $t_{s-1} \leq t \leq t_s$  между двумя последовательными ДСУ, действующими в моменты времени  $t_{s-1}$  и  $t_s$ , представим систему уравнений в векторной форме записи:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)), \quad (1)$$

$$\frac{dU(t)}{dt} = g^s(U(t), x(t)). \quad (2)$$

Уравнение (1) является неполным представлением динамики объекта в  $(n + 1)$ -мерном пространстве состояний  $\{t \times x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n\}$ , где  $t$  — время,  $x_i(t) \in x(t)$ ,  $i = 1 \dots n$  — фазовые координаты объекта, изменяющиеся со временем от воздействий  $u_j(t) \in u(t)$ ,  $i = 1 \dots r$ , на объект со стороны исполнительных механизмов. Предполагается, что функции  $f_1, f_2, \dots, f_n$  вектор-функции  $f$  правой части уравнения (1) непрерывно дифференцируемы по переменным состояния  $x_1, x_2, \dots, x_n$  и непрерывны относительно переменных управления  $u_1, u_2, \dots, u_r$ .

Уравнение (2) описывает систему управления исполнительными механизмами, структурно представленную на интервале времени  $[(t)_{s-1}, t_s]$  определенным комплектом выходных блоков (рис. 1). Переменные управления  $u_1, u_2, \dots, u_r$  являются элементами вектора  $U$ . Предполагаем, что функции  $g_j^s \in g^s$  непрерывно дифференцируемы по всем  $U_k \in U$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) и непрерывны по  $x_i \in x$ .

Например, при раздельном управлении исполнительными механизмами динамика  $j$ -го исполнительного механизма может быть описана векторным дифференциальным уравнением:

$$\frac{dU_j(t)}{dt} = g^{js}(U_j(t), x(t)), \quad (3)$$

в котором  $u_j(t)$  является элементом вектора  $U_j(t)$ .

Размерность вектора  $U_j(t)$  обозначим через  $r_j$ . Можно положить для определенности, что первый элемент  $U_{j1}(t)$  вектора  $U_j(t)$  есть  $u_j(t)$ , то есть  $U_{j1}(t) = u_j(t)$ . В свою очередь векторы  $U_j(t)$ ,  $j = 1 \dots r$ , являются компонентами вектора  $U_j(t)$  в уравнении (2).

Объединим векторы  $x(t)$  и  $U(t)$  в один вектор-столбец:

$$\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ U^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_N(t) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Размерность вектора  $X(t)$  равна  $N = n + \sum_{j=1}^r r_j$ .

Теперь систему дифференциальных уравнений для интервала времени  $t_{s-1} \leq t \leq t_s$  представим в виде

$$\frac{dX(t)}{dt} = F^s(X(t)). \quad (5)$$

Вектор-функция  $F^s(X(t))$  образована из правых частей уравнений (1) и (2). Предполагается, что она удовлетворяет условиям существования и единственности решения задачи Коши в рассматриваемой области пространства состояний  $\{t \times X\}$ .

Следуя методологии работы [3], будем рассматривать уравнение (5) как неполное представление управляемого движения объекта на интервале  $t_{s-1} \leq t \leq t_s$ , которому соответствует некоторая цель  $C_s$ , выражаемая через фазовые координаты объекта. Иначе говоря, подача дискретного сигнала управления ДСУ 1-м блоком управления (рис. 1) в момент  $t_{s-1}$  производится для реализации некоторой цели  $C_s$ . Эта цель может быть выражена математическими выражениями, связывающими фазовые координаты объекта. Самой цели  $C_s$  можем присвоить, например, некоторый номер и формально считать, что  $C_s$  — натуральное число.

Управляемому движению объекта на определенном интервале времени  $[t_0 - \Delta t_0, t_M + \Delta t_M]$  ( $\Delta t_0 > 0, \Delta t_M > 0$ ) в нормальном (штатном) режиме работы эрготической системы соответствует последовательная смена целей:

$$\dots \xrightarrow{t_0} C_1 \xrightarrow{t_1} C_2 \xrightarrow{t_{M-1}} C_M \xrightarrow{t_M} \dots \quad (6)$$

в моменты времени  $t_0, t_1, t_{M-1}, t_M$ . Число  $M$  определяет количество целей нижнего уровня иерархии — целей, которые могут быть развернуты во времени и в пространстве [4]. Полная система целей, развернутая во времени, например, при  $M = 4$  показана на рис. 2.

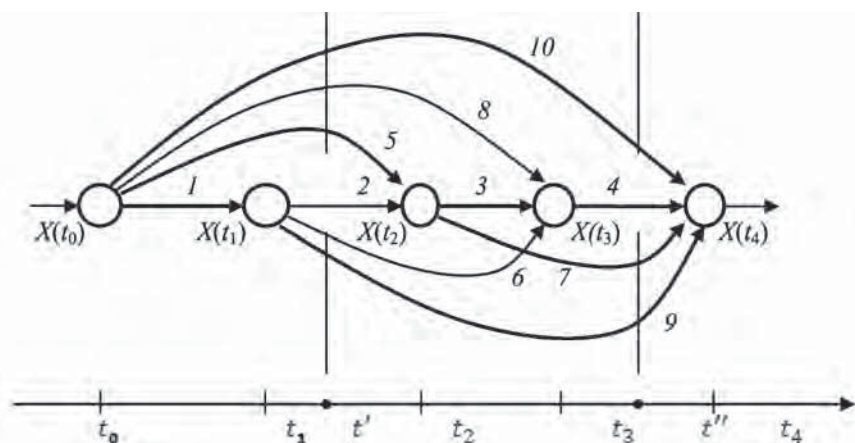


Рис. 2. Полная система целей, развернутая во времени при  $M = 4$

Все цели представлены дугами графа и пронумерованы от 1 до 10.

Вершинам графа соответствуют значения векторов  $X(t_s)$  фазовых координат в моменты времени  $t_s$  подачи ДСУ  $\nabla F^1, \nabla F^2, \dots, \nabla F^2$  из 1-го блока эрготической системы в моменты времени  $t_0, t_1, \dots, t_4$ .

Структура полной системы целей для приведенного примера показана на рис. 3. Это иерархическая структура со слабыми связями.

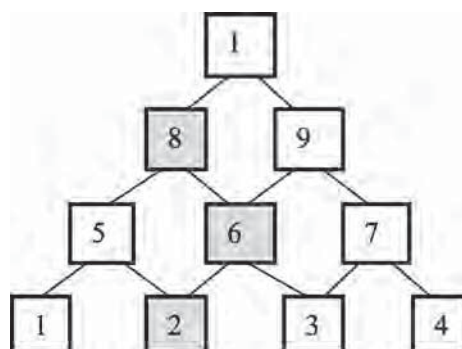


Рис. 3. Иерархическая структура полной системы целей при  $M = 4$

Структура целей зависит от текущего времени  $t$ . Например, для сечения процесса функционирования системы управления, выделенного на рис. 2 вертикальной пунктирной линией при  $t = t'$ , в иерархической структуре будет отсутствовать цель с номером 1 (она уже достигнута до этого момента времени). Непосредственно перед окончанием решения задачи управления объектом на интервале  $[(t)_0, t_M]$  при  $t = t''$  в структуре остаются только цели 4, 7, 9, 10. Поэтому полной системе целей, отображенной на рис. 2 и 3, соответствует априорное описание управляемого движения в виде (5) на соответствующих интервалах времени  $[(t)_{s-1}, t_s]$ , построенное до момента времени  $t_0$ .

Структура целей зависит также от конкретной реализации эргатической системы. Например, может быть, что цели 1 и 9 реализуются управлением  $u_1(t)$ , цели 5, 7 — управлением  $u_2(t)$ , 5, 3, 4 — управлением  $u_3(t)$ . Цель 10 является общей целью управления для интервала времени  $[t_0, t_M]$ . Она реализуется в любой момент времени из этого интервала путем управления всеми исполнительными механизмами. На рис. 2 перечисленные цели выделены утолщенными линиями. Отсутствующие цели выделены на рис. 3 затемненными прямоугольниками. В этом случае априорное представление целей, например, в виде структурной схемы будет таким, как показано на рис. 4, а.

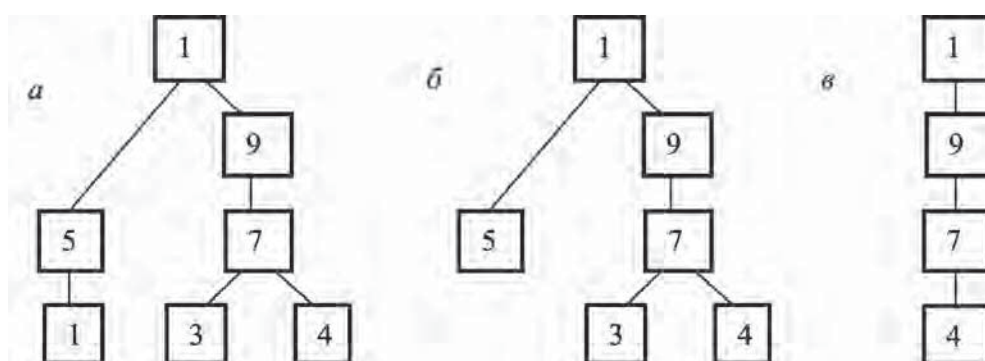


Рис. 4. Иерархическая структура неполной системы целей при  $M = 4$

Изменение структуры целей со временем при реализации управляемого движения объекта иллюстрируется на рис. 4, а и б для моментов времени  $t = t'$  и  $t = t''$ .

В априорном описании координат объекта в пространстве состояний для уравнения (5) будем пометать координаты точки чертой сверху над буквенным обозначением координат. Тогда значение вектора  $\bar{X}^s$  в момент времени  $\bar{t}_s$ , полученное в результате решения уравнения (5) с начальным условием  $\bar{X}^{s-1}$  при  $t = \bar{t}_{-1s}$ , представим в виде

$$\bar{X}^s(s-1) = \varphi^s(\bar{t}^s, \bar{X}^{s-1}), \quad (7)$$

где  $\varphi^s$  — вектор-функция размерности  $N$ .

В момент  $\bar{t}^s$  действия дискретного сигнала управления (ДСУ  $\nabla F^{s+1}$ ) на выходе 1-го блока управления (рис. 1) изменяется правая часть уравнения (5):  $F^s(\bar{X}^s(s-1)) \xrightarrow{t_s} F^{s+1}(\bar{X}^s)$ , так как изменяется цель и соответственно структура системы управления исполнительными механизмами, причем в реальной системе управления ДСУ вызывает коммутации электрических цепей — замыкание и размыкание контактов, включение и отключение электронных ключей и т. п. Действие ДСУ  $\nabla F^{s+1}$  в момент  $\bar{t}^s$  отражается на модели (2) переключением  $g^s(U(\bar{t}^s), x(\bar{t}^s)) \xrightarrow{\bar{t}^s} g^{s+1}(U(\bar{t}^s), x(\bar{t}^s))$ . Такой ДСУ имеет смысл, если  $g^{s+1}(U(\bar{t}^s), x(\bar{t}^s)) \neq g^s(U(\bar{t}^s), x(\bar{t}^s))$ . Поэтому примем, что  $F^s(\bar{X}^s(s-1)) \neq F^{s+1}(\bar{X}^s)$  и определим

$$\nabla F^{s+1} F^s(\bar{X}^s(s-1)) - F^{s+1}(\bar{X}^s) = F^s(\bar{X}^s) - F^{s+1}(\bar{X}^s). \quad (8)$$

Поскольку вектор  $\nabla F^{s+1}$  имеет хотя бы один элемент, отличный от нуля, то траектория  $\bar{X}(t)$  в окрестности момента  $\bar{t}^s$  имеет угловую точку при  $t = \bar{t}^s$ .

В общем случае полной системе целей, состоящей из

$$K = \sum_{s=1}^{s=M} s$$

целей разного уровня, может быть поставлена система из  $K$  целевых функций

$$\bar{y}(s, p) = \gamma_{s,p}(\bar{X}^s, \bar{X}^p), \quad (9)$$

где

$$1 \leq s \leq M, s+1 \leq p \leq M. \quad (10)$$

Вектор определяется по вектору  $s$  помощью выражения (7).

Отклонение ДСУ от момента времени  $\bar{t}^s$  на некоторую величину  $\tau_s$  вызовет изменение аргументов целевой функции  $\gamma_{s,p}$  в выражении (9). Это может привести к увеличению или к уменьшению значения целевой функции  $y(s, p)$ . Чтобы получить такую информацию, найдем новый вектор  $X^s$ , приведя его значение к моменту времени  $\bar{t}^s$ . Учитывая (8), получим

$$X^s = \bar{X}^s + (F^s(\bar{X}^s) - F^{s+1}(\bar{X}^s))\tau_s + O(\tau_s) = \bar{X}^s + \nabla F^{s+1}\tau_s + O(\tau_s),$$

где  $O(\tau_s)$  — вектор, компоненты которого стремятся к нулю при  $\tau_s \rightarrow 0$ .

Обозначим через

$$X(t, X^s) = X(t, \bar{X}^s + \nabla F^{s+1}\tau_s) \quad (11)$$

решение уравнения (5) с начальным значением  $X^s$  при  $t = \bar{t}^s$ .

Раскладывая вектор-функцию  $X(t, X^s)$  в ряд Тейлора относительно точки  $\bar{X}^s$  и ограничиваясь линейными членами при малом значении  $\tau_s$ , получим

$$X(t, X^s) = X(t, \bar{X}^s) + \left( \frac{\partial X(t, X^s)}{\partial X^s} \right)_{X^s = \bar{X}^s} \nabla F^{s+1}\tau_s \quad (12)$$

Как известно [5], матрица

$$\left( \frac{\partial X(t, X^s)}{\partial X^s} \right)_{X^s = \bar{X}^s} = \bar{\xi}^{s+1}(t) \quad (13)$$

удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\bar{\xi}^{s+1}(t)}{dt} = \frac{\partial F^{s+1}(\bar{X}(t))}{\partial \bar{X}} \bar{\xi}^{s+1}(t) \quad (14)$$

с начальным значением

$$\bar{\xi}^{s+1}(\bar{t}_s) = I, \quad (15)$$

где  $I$  — единичная матрица  $N \times N$ .

В момент  $t = \bar{t}_{s-1}$ :

$$X(\bar{t}_{s-1}, X^s) = X^{s+1} + \bar{\xi}^{s+1}(s) \nabla F^{s+1} \tau_s, \quad (16)$$

где  $\bar{\xi}^{s+1}(s)$  — матрица  $\bar{\xi}^{s+1}(t)$ , компоненты которой найдены для момента времени  $\bar{t}_{s+1}$  в результате решения уравнения (14) с начальным значением (15). Аналогичным образом получим

$$X(\bar{t}_{s+1}, X^s) = X^{s+2} + \bar{\xi}^{s+2}(s+1) \bar{\xi}^{s+1}(s) \nabla F^{s+1} \tau_s$$

и так далее до

$$X(\bar{t}_p, X^s + \bar{X}^p + \bar{\xi}^p(p-1) \bar{\xi}^{p-1}(p-2) \dots \bar{\xi}^{s+1}(s) \nabla F^{s+1} \tau_s).$$

Иначе, обозначая

$$\bar{\xi}^p(s) \bar{\xi}^p(p-1) \bar{\xi}^{p-1}(p-2) \dots \bar{\xi}^{s+1}(s), \quad (17)$$

имеем для момента времени  $\bar{t}_p$ :

$$X(\bar{t}_p, X^s) = \bar{X}^p + \bar{\xi}^p(s) \nabla F^{s+1} \tau_s. \quad (18)$$

Чтобы распространить полученный результат на весь диапазон изменения  $s$  и  $p$ , заданный условием (10), необходимо располагать информацией о  $F^0(\bar{X}^0)$  на интервале  $[t_0 - \nabla t_0, t_0]$  и о  $\nabla F^{M+1}(\bar{X}^M)$  на интервале  $[t_M, t_M + \nabla t_M]$ . (С чего начать управление объектом и чем закончить управление.) Тогда будут определены дискретные сигналы управления  $\nabla F^1$  и  $\nabla F^M$  при любых значениях  $\nabla t_0 > 0, \nabla t_M > 0$ . Поэтому, дополнив функциональные зависимости (17) и (18) матрицей

$$\bar{\xi}^0 \text{ для } \nabla F^1 = F^0(\bar{X}^0) - F^1(\bar{X}^0) \text{ и } \tau_0 \quad (19)$$

и вектором

$$\nabla F^M = F^M(\bar{X}^M) - F^{M+1}(\bar{X}^M) \quad (20)$$

получим полный набор математических моделей, пригодных для программирования, проведения расчетов на ЭВМ и получения информации о возможных последствиях коррекции дискретных сигналов управления динамическим объектом, поведение которого описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений.

Таким образом, представляемые в виде числовых матриц  $\bar{\xi}^{s+1}(s)$  решения дифференциального уравнения в вариациях (14) с начальным значением (15) на каждом интервале времени между дискретными сигналами управления позволяют:

— получить по формуле (18) приращения  $X(\bar{t}_p, X^s) - \bar{X}^p$  фазовых координат объекта при коррекции дискретного сигнала управления  $\nabla F^{s+1}$  на величину  $\tau_s$  для всех значений  $s$  и  $p$ , ограниченных условием (10);

— рассчитать новые значения целевых функций (9) для полной системы целей или для неполной системы целей в соответствии с постановкой конкретной задачи;

— представить информацию об изменении значений фазовых координат и целевых функций человеку-оператору и использовать ее для выработки с помощью УВМ оптимального управления объектом;

— возложить, например, по решению человека-оператора реализацию некоторых или всех дискретных сигналов оптимального управления на автоматические устройства эргатической системы [6, с. 7–13].

### Список литературы

1. Устройство связи с объектом: энцикл. кибернетики. — Киев: Гл. ред. Украинской сов. энциклопедии, 1974. — Т. 2.
2. *Денисов В. Г.* Инженерная психология в авиации и космонавтике / В. Г. Денисов, В. Ф. Онищенко. — М.: Машиностроение, 1972. — 316 с.
3. *Корнев Г. В.* Цель и приспособляемость движения / Г. В. Корнев. — М.: Наука, 1974. — 528 с.
4. *Волкова В. Н.* Основы теории систем и системного анализа / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. — 520 с.
5. *Болтянский В. Г.* Математические методы оптимального управления / В. Г. Болтянский. — М.: Наука, 1969. — 408 с.
6. *Тырва В. О.* О распределении функций управления движением в системе «человек–машина» / В. О. Тырва // Проблемы развития транспортной инфраструктуры Европейского Севера России. — Котлас: ФГОУ ВПО «СПГУВК», 2004. — Вып. 4.