Сравнение результатов показывает, что предлагаемый метод корректировки результатов измерения буксировочного сопротивления дает удовлетворительные результаты и может быть использован при машинной обработке результатов испытаний.

Список литературы

1. *Артюшков Л. С.* Расчеты сопротивления при движении судов в особых условиях / Л. С. Артюшков. — Л.: ЛКИ, 1983.

2. *Schuster S.* Beitrag der Frage der Kanalkorrectur bei Modellversuchen / S. Schuster // Schiffstechnik. — 1955–1956. — Bd. 5.

3. *Schuster S.* Verfahren zur Kanalkorrectur bei Modellversuchen, Symposium on the towing tank facilities / S. Schuster. — Zagreb, 1959. — Paper № 16.

4. Справочник по теории корабля. — Л.: Судостроение, 1985. — Т. 1.

УДК 621.001.5:331.01

А. Г. Ташевский,
д-р техн. наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»;

А. К. Наумова,
начальник отдела,
ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИННОВАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ СУДОСТРОЕНИЯ

MATHEMATICAL MODELING OF INNOVATIVE PROCESSES IN COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS IN RELATION TO THE PROBLEMS OF SHIPBUILDING

На основе теоретико-вероятностной схематизации инновационных процессов и предложенного аналитического аппарата получена плотность функции распределения (лага) времени внедрения нового модуля сложной технической системы.

On the basis of probability-theoretical schematic innovation processes and the proposed analytical apparatus obtained density distribution function (lag) since the introduction of a new module of the technical system.

Ключевые слова: сложная система, инновация, функция распределения, законы распределения, типовой модуль, стимулирующий фактор, стохастическое доминирование, ограниченная информация.

Key words: complex systems, innovation, distribution function, distribution law, module types, stimulating factor, stochastic dominance, limited information.

Анализ циклических закономерностей развития техники и технологии показывает, что они базируются на двух основных принципах. Первый принцип заключается в отражении тенденций развития техники и технологии в динамике наивысших технических достижений. В соответствии с ним закономерность развития технических систем можно исследовать на основе анализа временны́х рядов показателя технического уровня методами, рассмотренными в [1, с. 256–263; 2, с. 203–210]. Второй принцип дискретности и поступательности процесса развития техники и технологии, согласно которому динамика технического уровня описывается ступенчатой неубывающей функцией времени.

Отрезок времени (лаг) между появлением научно обоснованной идеи до внедрения ее в сферу техники является величиной случайной. Сокращение лага обусловлено рядом факторов (потребностью внедрения, доработкой и усовершенствованием технической идеи, подготовкой производства и др.). Очевидно, что число такого рода «стимулирующих» факторов на интервале времени от появления идеи до ее реализации является случайным.

Пусть P_n — закон распределения числа стимулирующих факторов, а время сокращения лага в результате воздействия одного фактора $T_в$ описывается экспоненциальным законом с параметром T_0:

$$f(T_0) = \frac{1}{T_0} e^{-\frac{T_в}{T_0}}. \tag{1}$$

Значение параметра T_0 по статистике также можно считать случайным, а его частное (маргинальное) распределение в свою очередь имеет плотность:

$$\phi(T_0) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{T_0}{\tau}}. \tag{2}$$

В соответствии с результатами, полученными при рандомизации параметра показательного закона, можно составить характеристическую функцию для закона распределения времени внедрения инновационного продукта в судостроении:

$$\phi(T) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n (2\pi)^n \frac{e^{\left[i(\tau t)^{-1}\right]n}}{(t\tau)^n}. \tag{3}$$

Используя формулу обращения, запишем соотношение для определения плотности распределения:

$$f(T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} p_n (2\pi)^n \cdot \frac{e^{i\frac{n}{t\tau}}}{(t\tau)^n} \cdot e^{-itT_в} dt.$$

Изменяя порядок суммирования и интегрирования и используя значение табличного интеграла вида

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-x-\frac{n}{4x}} dx,$$

находим плотность функции распределения (лага) внедрения $T_в$:

$$f(T_в) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n (2\pi)^{n-1} \tau^{-n} (iT_в)^{-m+1} 2\left[\sqrt{\frac{nT_в}{\tau}}\right]^{1-n} K_{n-1}\left[2\sqrt{\frac{nT_в}{\tau}}\right], \tag{4}$$

где $K_{n-1}\left[2\sqrt{\frac{nT_в}{\tau}}\right]$ — модифицированная функция Бесселя третьего порядка;

τ — математическое ожидание среднего времени внедрения, обусловленного воздействием одного «стимулирующего» фактора;

p_n — закон распределения числа «стимулирующих» факторов на интервале времени от появления научно обоснованной идеи до ее реализации.

Учитывая сложный характер процессов, формирующих такие редкие события в жизненном цикле судовых технических систем, как проведение с ними модернизаций, приведем еще некоторые дополнительные соображения по выбору закона распределения p_n. С этой целью введем в рассмотрение дискретное вероятностное распределение, лагранжево вероятностное распределение $f(t) = e^{v(t-1)}$ и обобщенное распределение Пуассона:

$$p_n = \vartheta_2 \left(\vartheta_2 + n\vartheta_1\right)^{n-1} e^{-\vartheta_2 - n\vartheta_1} \frac{1}{n!}. \quad (5)$$

Оценивание параметра v для обобщенного распределения Пуассона (5) можно трактовать как оценивание отклонений наблюдений от пуассоновости; при $v = 0$ распределение (5) вырождается в распределение Пуассона.

В качестве оценки параметра может быть использована оценка

$$\hat{\vartheta}_1 = 1 - \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

где m_1 и m_2 — выборочные моменты (среднее и дисперсия).

Достаточным основанием для использования этой зависимости может служить следующее соотношение между параметром v_1 и теоретическими первыми моментами:

$$1 - \vartheta_1 = \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Для распределения Пуассона среднее значение случайной величины равно дисперсии ($\mu_1 = \mu_2$) и $v_1 = 0$.

Если модернизация технической системы зависит от времени внедрения однотипных по этому показателю модулей, то длительность реализационного периода системы определяется самым протяженным лагом внедрения.

Это обстоятельство приводит к необходимости постановки задачи оценки вероятности внедрения при модернизации технической системы совокупности перспективных n модулей по ограниченной информации о лаге каждого из них.

Не обращаясь к точному знанию законов распределения этого события, используя один из вариантов неравенств П. Л. Чебышева и аналитический аппарат теории стохастического доминирования, можно дать интервальную оценку вероятности внедрения на планируемый период модернизации.

Так, например, пусть при модернизации судовой технической системы производится замена модулей (в дальнейшем, не нарушая общности рассуждений, считаем, что $n = 2$), пусть известны оценки математического ожидания и дисперсии времени внедрения каждого нового технического решения (m_1, m_2, σ_1^2, σ_2^2; в общем случае $m_1 \neq m_2$). Требуется определить вероятность модернизации системы за время T.

Пусть $F_1(t)$ и $F_2(t)$ — функции распределений времени внедрения новых технических решений (заметим, что в соответствии с наиболее типовыми условиями при модернизации технических систем эти законы распределения неизвестны). Пусть t_1 — время внедрения первого технического решения, t_2 — второго. Совокупность величин t_1 и t_2 является выборкой независимых и не одинаково распределенных случайных величин. Если упорядочить t_1 и t_2 по величине $t_1^{(2)} \leq t_2^{(2)}$, то распределение крайнего члена вариационного ряда $t_2^{(t)}$:

$$F(T) = P\left\{t_2^{(2)} < T\right\}$$

будет определять вероятность того, что случайная величина $t_2^{(t)}$ будет меньше числа T.

Не обращаясь к точному знанию законов распределения $F_1(t)$, $F_2(t)$ и $F(t)$, для оценки вероятности события вида $\left|t - m_t\right| \leq T$ можно использовать неравенство П. Л. Чебышева. С целью повышения точности оценок, получаемых с помощью этого неравенства, представляется целесообразным использовать один из вариантов его обобщений:

$$P\{|t-m_t|\le T\}\le\begin{cases}\dfrac{\sigma^2}{\sigma^2+(m_t-T)^2}, \text{ если } 0\le T\le m_t,\\ 1, \text{ если } T>m_t,\end{cases}$$

$$P\{|t-m_t|\le T\}\le\begin{cases}\dfrac{(T-m_t)^2}{\sigma^2+(T-m_t)^2}, \text{ если } T>m_t,\\ 0, \text{ если } T\le m_t.\end{cases} \tag{7}$$

Если рассматривать правые члены неравенств как функции распределения, то, очевидно, справедливым является следующее упорядочение (для определенности допустим, что $T > m_{t1}$, $T > m_{t2}$).

Так, например, если m_{t1} = 10 мес., а m_{t2} = 1 год, σ_1 = 4 мес., а σ_2 = 2,5 мес. и T = 1,5 года, то $0{,}68 \le F(T = 1{,}5 \text{ года}) \le 1$.

Для повышения точности оценок используем принцип стохастического доминирования. В соответствии с экстремальным принципом при выборе модели случайного эксперимента из рассматриваемых распределений предпочтение должно быть отдано тому закону распределения, который обладает большей неопределенностью. Используя эту концепцию и энтропию Шеннона в качестве меры неопределенности для сравнения и выбора соответствующих законов распределения, можно ввести частичную упорядоченность во множество одномерных функций распределений по энтропии H_ε (упорядочение), которое означает выполнение следующих условий:

$$-\int_a^b f_1(x)\ln f_1(x)dx\le-\int_a^b f_2(x)\ln f_2(x)dx,$$

$$\int_a^b x^k f_1(x)dx\le\int_a^b x^k f_2(x)dx \text{ для } k=0{,}12. \tag{8}$$

Анализ механизма формирования случайной величины T не позволяет выдвинуть соображения теоретического характера, позволяющие выбрать для описания генеральной совокупности соответствующий закон распределения. Однако можно утверждать, что гипернормальное распределение доминирует любой другой закон и в соответствии с принципом максимума неопределенности является предпочтительным для описания совокупности величин t_1, t_2 . Допустим, что совокупность t_1 и t_2 является выборкой независимых, одинаково распределенных по закону $F(t)$ случайных величин. Тогда распределение крайнего члена, построенного по этой выборке вариационного ряда, имеет вид

$$P_1\left\{t_2^{(2)}<T\right\}=F_2\left(\frac{T-m_{t1}}{\sigma_1}\right),$$

где $F_2\left(\frac{T-m_{t1}}{\sigma_1}\right)$ — функция гипернормального распределения [3, с. 34–39] с параметром формы n = 2.

Аналогично можно получить и вторую оценку вероятности:

$$P_2\left\{t_2^{(2)}<T\right\}=F_2\left(\frac{T-m_{t2}}{\sigma_2}\right).$$

Очевидно, что справедливы следующие два варианта упорядочения:

$$F_2\left(\frac{T-m_{t2}}{\sigma_2}\right)\le F(T)\le F_2\left(\frac{T-m_{t1}}{\sigma_1}\right)$$

или

$$F_2\left(\frac{T-m_{t1}}{\sigma_1}\right)\le F(T)\le F_2\left(\frac{T-m_{t2}}{\sigma_2}\right).$$

Для рассмотренного числового примера такая оценка имеет вид

$$F_2\left(\frac{18-40}{4}\right) \le F(T) \le F_2\left(\frac{6-1{,}0}{2{,}5}\right).$$

После подстановки значений функций гипернормального распределения получим $0{,}90 \le F(T) \le 0{,}96$.

Таким образом, введение упорядоченности во множество функций распределений (применение принципа стохастического доминирования) [4; 5] позволяет повысить точность оценок вероятности внедрения «ноу-хау» при модернизации технических систем по ограниченной информации об их статистических характеристиках времени внедрения.

Для оценки гарантированной длительности процесса внедрения n модулей при ограниченной информации о среднем значении времени внедрения $T_в$ используем экстремальное распределение, плотность вероятности которого является решением дифференциального уравнения:

$$\bar{T}_в n\left[P_n\left(T_в\right)\right]^{\frac{n-1}{n}} \ddot{P}_n\left(T_в\right) + \dot{P}_n\left(T_в\right) = 0. \tag{9}$$

Этому распределению соответствует функция квантилей, отображающая $P_r = P_n(T_в)$ в $T_в$:

$$T_в\left(P_r\right) = \bar{T}_в P_r \sum\nolimits_{r=0}^{\infty} \frac{n}{n+r} P_r^{\frac{r}{n}}, \tag{10}$$

определяющая гарантированное время внедрения n модулей.

Выводы

Разработанные и предложенные к рассмотрению модели позволяют ставить и решать обратные задачи определения среднего времени внедрения типового модуля при модернизации судовых технических систем определенного класса по ретроспективной информации об эволюции технических систем. Так, например, если при модернизации судовой технической системы внедрено n модулей и время, прошедшее от предыдущей модернизации, составляет ΔT временны́х единиц, то среднее время внедрения одного модуля может быть оценено по следующей зависимости:

$$\bar{T}_в = \frac{\Delta T}{n^2 \sum\nolimits_{r=0}^{\infty} \frac{1}{(n+r)(2n+r)}}. \tag{11}$$

Список литературы

1. *Ташевский А. Г.* Модели аварийных ситуаций для обеспечения безопасности функционирования сложных технических систем: [текст] / А. Г. Ташевский // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Моделирование. Математические методы. — 2013. — № 1 (166).

2. *Ташевский А. Г.* Верификация результатов испытаний сложных технических систем: [текст] / А. Г. Ташевский // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Моделирование. Математические методы. — 2013. — № 2 (171).

3. *Ташевский А. Г.* Интерпретация результатов испытаний после модернизации систем энергомашиностроения: [текст] / А. Г. Ташевский // Инструмент и технологии. — 2012. — № 36.

4. *Ташевский А. Г.* Метод оценки надежности сложных изделий энергомашиностроения при ограниченном числе испытаний: [текст] / А. Г. Ташевский // Тр. С.-Петерб. ин-та машиностроения. — СПб., 1996. — Вып. 2. — 96 с.

5. *Мартыщенко Л. А.* Гипернормальное распределение / Л. А. Мартыщенко. — М.: МО СССР, 1984.