

**ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В НИЖНЕМ ПОДХОДНОМ
КАНАЛЕ СУДОХОДНОГО ШЛЮЗА И ИХ ВЛИЯНИЕ
НА УСЛОВИЯ СТОЯНКИ СУДНА, ОЖИДАЮЩЕГО ШЛЮЗОВАНИЯ
У ПРИЧАЛЬНОЙ СТЕНКИ**

**A STUDY OF WAVE PROCESSES IN THE BOTTOM
APPROACH CHANNEL OF A NAVIGABLE LOCK
AND THEIR INFLUENCE ON CONDITIONS OF MOORAGE
OF THE VESSEL EXPECTING SLUICING AT A MOORING WALL**

В статье разработана математическая модель нестационарных волновых процессов в подходном и магистральном каналах нижнего бьефа шлюза при опорожнении камеры шлюза. Для идеализированной геометрии системы «подходный канал–магистральный канал» модель сведена к одномерному волновому уравнению. Методом отражений получено аналитическое решение задачи для данного случая. Показано, как на основе решенной задачи можно рассчитать продольную гидродинамическую силу, действующую на судно в подходном канале. С целью спецификации граничного условия для одномерного волнового уравнения рассчитана скорость истечения из камеры шлюза для линейной зависимости коэффициента расхода от времени.

The mathematical model of non-stationary wave processes in approach and main channels of bottom bief of a lock is developed at depletion of the lock's camera. For idealized geometry of a system "the approach channel — the main channel" model is reduced to one-dimensional wave equation. Analytical solution of the problem is obtained by the method of reflections for this case. It is shown how on the basis of the solved problem it is possible to calculate the longitudinal hydrodynamic force acting on a vessel in the approach channel. To specify a boundary condition for the one-dimensional wave equation expiration speed from the lock camera for linear dependence of coefficient of an expense on time is calculated.

Ключевые слова: нижний бьеф, шлюз, подходный канал, магистральный канал, продольная гидродинамическая сила.

Key words: bottom bief, lock, approach channel, main channel, longitudinal hydrodynamic force.

1. Разработка математической модели волновых процессов при опорожнении камеры шлюза в симметричном подходном канале.

Задача о волновых процессах в подходном канале нижнего бьефа шлюза будет решаться нами для идеализированной геометрии системы «подходный канал–магистральный канал», что позволит получить аналитическое решение задачи в замкнутом виде.

Примем, что и подходный, и магистральные каналы имеют постоянную (и одинаковую) глубину h и постоянное прямоугольное сечение. Ширина подходного канала равна B_{1cp} , ширина (полубесконечного) магистрального канала равна B_{2cp} , причем $B_{1cp} > B_{2cp}$ (подходный канал шире магистрального). Ниже всюду индекс 1 относится к параметрам и переменным, описывающим подходный канал, а индекс 2 — магистральный канал.

Направим ось координат x по длине канала, причем начало координат $x = 0$ соответствует нижней голове шлюза, а точка $x = L$ является точкой сопряжения подходного и магистрального каналов, в которой ширина канала скачком убывает с B_{1cp} до B_{2cp} (рис. 1).

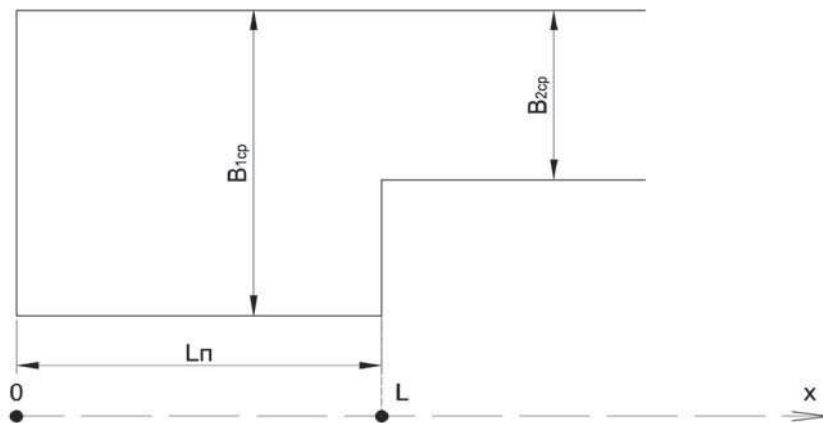


Рис. 1. Идеализированная расчетная схема

Отметим, что, поскольку математическая модель волновых процессов в каналах будет рассматриваться в одномерном приближении (см. ниже), простота геометрии модельной задачи приводит к тому, что она будет давать одинаковые результаты как для симметричного, так и для несимметричного подходных каналов.

Ось координат z направим вертикально вверх, причем уровень $z = 0$ будет соответствовать уровню невозмущенной поверхности воды в каналах, а уровень $z = -H$ — дну каналов.

Гравитационные волны в каналах могут быть описаны в линейном приближении при помощи следующих уравнений [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\nabla_- p}{\rho_0} &= 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ \nabla_- \mathbf{u} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

$$p = g\rho_0\zeta, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} w|_{z=0} &= \frac{\partial \zeta}{\partial t} \\ w|_{z=-H} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{u} = (u, v)$ — вектор горизонтальной скорости воды; w — вертикальная скорость воды; p — отклонение давления от гидростатического давления невозмущенного столба воды, вызванное переменным возвышением возмущенной поверхности воды, ρ_0 — плотность воды,

$$\nabla_- = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \quad (4)$$

(где $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ — единичные векторы, направленные по координатным осям x и y); g — ускорение свободного падения; ζ — возвышение возмущенной поверхности воды.

В одномерном приближении все переменные, входящие в (1)–(3), будут зависеть от (x, z) , но не от y ; кроме того, полагаем $v = 0$ (поперечная компонента скорости отсутствует). Тогда система уравнений (1) примет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

В [1] вышеприведенная система уравнений преобразована к виду, содержащему в качестве неизвестной функции лишь вертикальную скорость w , однако для наших целей удобнее решать задачу в терминах горизонтальной скорости u . Выведем соответствующие уравнения в приближении мелкой воды, то есть рассматривая лишь достаточно длинные волны (длина волны много больше ширины и глубины каналов).

Из структуры частных решений волнового уравнения в приближении мелкой воды [1] видно, что в данном приближении горизонтальная скорость не зависит от глубины ($u(x, z, t) = u(x, t)$), а вертикальная скорость убывает с глубиной линейно. Последнее условие с учетом (3) приводит к зависимости

$$w(x, z, t) = \left(1 + \frac{z}{H}\right) \frac{\partial \zeta}{\partial t}(x, t). \quad (6)$$

Подставляя (6) во второе уравнение системы (5), находим

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

Дифференцируя первое уравнение системы (5) по t , а (7) — по x , получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -g \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial t} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= -\frac{1}{H} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial t} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

откуда приходим к одномерному волновому уравнению:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad (9)$$

где

$$c = \sqrt{gH} \quad (10)$$

— скорость длинных волн в приближении мелкой воды. Отметим, что в данном приближении дисперсия волн отсутствует, то есть фазовая скорость не зависит от частоты и равна групповой.

Как отмечалось выше, в рассматриваемом приближении горизонтальная скорость не зависит от глубины, поэтому для расхода можем записать:

$$Q_1(x, t) = \omega_1 u_1(x, t) \text{ — для подходного канала;} \quad (11)$$

$$Q_2(x, t) = \omega_2 u_2(x, t) \text{ — для магистрального канала,} \quad (12)$$

где ω_1 (ω_2) — площадь живого сечения подходного (магистрального) канала, которую с требуемой степенью точности можно принять постоянной и равной:

$$\omega_1 = B_{1cp} H, \quad \omega_2 = B_{2cp} H. \quad (13)$$

Уравнение (9) описывает динамику скорости воды как в подходном, так и в магистральном канале, при этом в силу одинаковой глубины каналов скорость волны в них согласно (10) также будет одинаковой.

Выведем теперь условия сшивания решений $u_1(x, t)$ в подходном канале и $u_2(x, t)$ в магистральном канале в точке сопряжения $x = L$.

Во-первых, необходимо потребовать непрерывности расхода при $x = L$, то есть

$$Q_1(L, t) = Q_2(L, t), \quad (14)$$

откуда с учетом (11)–(13) получаем первое условие сшивания решений:

$$u_1(L, t) = b u_2(L, t), \quad (15)$$

где введен параметр

$$b = \frac{B_{2cp}}{B_{1cp}} \quad (16)$$

(отметим, что $0 < b < 1$, так как подходный канал шире магистрального).

Во-вторых, необходимо потребовать непрерывности возвышения поверхности воды при $x = L$, то есть

$$\zeta_1(L, t) = \zeta_2(L, t). \quad (17)$$

Подставляя (17) в (7), получаем второе условие сшивания решений:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x}(L, t) = \frac{\partial u_2}{\partial x}(L, t). \quad (18)$$

Окончательно приходим к следующей математической модели:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < x < L, \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = 0, \quad x > L, \quad (20)$$

$$u_1(0, t) = u_0(t), \quad (21)$$

$$u_1(L, t) = bu_2(L, t), \quad (22)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x}(L, t) = \frac{\partial u_2}{\partial x}(L, t). \quad (23)$$

$$u_1(x, 0) = 0, \quad 0 < x < L, \quad (24)$$

$$u_2(x, 0) = 0, \quad x > L, \quad (25)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 < x < L, \quad (26)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x > L. \quad (27)$$

Уравнение (21) — это граничное условие при $x = 0$, где $u_0(t)$ — заданная функция времени. Уравнения (24)–(27) — это естественные начальные условия (предполагается, что вода в каналах до начала опорожнения камеры шлюза покоилась).

Отметим, что в силу полубесконечности модельного магистрального канала систему (19)–(27) необходимо дополнить условием при $x = +\infty$, заключающимся в наличии только прямой (прошедшей) волны и отсутствием обратной волны. Это условие, замыкающее задачу, будет естественным образом учтено при построении решения системы (19)–(27) методом отражений.

2. Аналитическое решение задачи.

Методы решения задач, сводящихся к одномерному волновому уравнению, детально разработаны в [3]. Решим систему (19)–(27) методом отражений, предполагая временную зависимость $u_0(t)$ в граничном условии (21) заданной.

Известно, что решения одномерного волнового уравнения (9) (соответственно (19), (20)) обладают следующими свойствами:

- 1) в силу линейности уравнения для решений справедлив принцип суперпозиции;
- 2) в силу отсутствия дисперсии импульс возмущения распространяется без искажения формы;

3) решения представляются в виде суперпозиции прямых (вида $u(x - ct)$) и обратных (вида $u(x + ct)$) волн.

Будем предполагать функцию $u_0(t)$, фигурирующую в граничном условии (21), финитной, то есть отличной от нуля лишь на конечном промежутке $0 < t < T_2$ ($t = 0$ — момент начала опорожнения камеры шлюза, $t = T_2$ — момент окончания опорожнения камеры шлюза).

Пусть в момент времени $t = 0$ $u_0(t)$ начинает возрастать от нуля. В подходном канале немедленно начнет распространяться прямая волна вида $u(x - ct)$, причем согласно граничному условию (21) имеем

$$u(0, t) = u(-ct) = u_0(t), \quad (28)$$

откуда следует соотношение

$$u(\xi) = u_0\left(-\frac{\xi}{c}\right) \quad (29)$$

и, в частности,

$$u(x, t) = u(x - ct) = u_0\left(t - \frac{x}{c}\right). \quad (30)$$

Таким образом, на промежутке времени $0 < t < \tau$, где

$$\tau = \frac{L}{c} \quad (31)$$

— время распространения возмущения от начала координат до точки сопряжения, имеем решение (рис. 2):

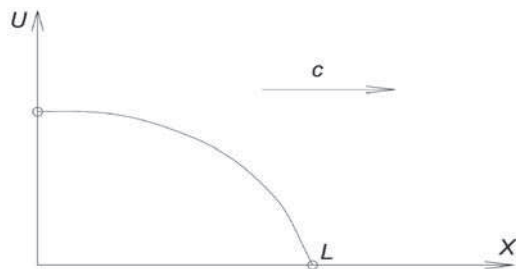


Рис. 2. Зависимость распространения волн

$$u_1(x, t) = u(x - ct), \quad 0 < x < L, \quad (32)$$

$$u_2(x, t) = 0, \quad x > L. \quad (33)$$

В момент времени $t = \tau$ фронт возмущения достигнет точки сопряжения, после чего будет иметь место частичное отражение и частичное прохождение падающего возмущения (рис. 3). Запишем решение при $\tau < t < 2\tau$ в виде

$$\left. \begin{aligned} u_1(x, t) &= u(x - ct) - Ru(2L - x - ct), \quad 0 < x < L \\ u_2(x, t) &= Tu(x - ct), \quad x > L \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Величины $(-R)$ и T играют роль (пока неизвестных) коэффициентов отражения и прохождения. Их значения могут быть определены из условия сшивания решений в точке сопряжения $x = L$. Действительно, при $x = L$ решение системы уравнений (34) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} u_1(L, t) &= (1 - R)u(L - ct) \\ u_2(L, t) &= Tu(L - ct) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Вместе с тем, дифференцируя решение (34) по x , получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x}(L, t) &= (1 + R)u'(L - ct) \\ \frac{\partial u_2}{\partial x}(L, t) &= Tu'(L - ct) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

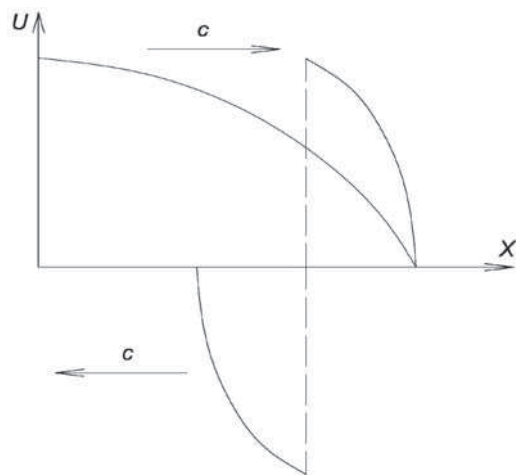


Рис. 3. Отражение волн

С учетом условий сшивания решений (22)–(23) получаем из (34)–(36) систему уравнений для R и T :

$$\left. \begin{aligned} 1 - R &= bT \\ 1 + R &= T \end{aligned} \right\}, \quad (37)$$

решая которую, находим

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{1-b}{1+b} \\ T &= \frac{2}{1+b} \end{aligned} \right\}. \quad (38)$$

Отметим, что ввиду соотношения $0 < b < 1$ для R и T выполнены неравенства:

$$0 < R < 1, \quad (39)$$

$$T > 1. \quad (40)$$

Итак, решение (34) с коэффициентом отражения $(-R)$ и коэффициентом прохождения T , заданных системой (38), справедливо на промежутке времени $\tau < t < 2\tau$.

В момент времени $t = 2\tau$ обратная волна отразится от начала координат (с коэффициентом отражения, равным -1) и в подходном канале возникнет вторая прямая волна. В результате на промежутке времени $2\tau < t < 3\tau$ решение будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} u_1(x, t) &= u(x - ct) - Ru(2L - x - ct) + Ru(x - ct + 2L), \quad 0 < x < L \\ u_2(x, t) &= Tu(x - ct), \quad x > L \end{aligned} \right\}. \quad (41)$$

В момент времени $t = 3\tau$ вторая прямая волна достигнет точки сопряжения, где вновь будет иметь место частичное отражение и частичное прохождение. Поэтому на промежутке времени $3\tau < t < 4\tau$ решение будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} u_1(x, t) &= u(x - ct) - Ru(2L - x - ct) + Ru(x - ct + 2L) - R^2u(4L - x - ct), \quad 0 < x < L \\ u_2(x, t) &= T(u(x - ct) + Ru(x - ct + 2L)), \quad x > L \end{aligned} \right\}. \quad (42)$$

Продолжая подобные рассуждения, можем записать решения задачи в виде ряда

$$\left. \begin{aligned} u_1(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} R^n u(x - ct + 2nL) - \sum_{n=1}^{\infty} R^n u(2nL - x - ct), \quad 0 < x < L \\ u_2(x, t) &= T \sum_{n=0}^{\infty} R^n u(x - ct + 2nL), \quad x > L \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

или, переходя от u к u_0 согласно формуле (29):

$$\left. \begin{aligned} u_1(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} R^n u_0\left(t - 2n\tau - \frac{x}{c}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} R^n u_0\left(t - 2n\tau + \frac{x}{c}\right), \quad 0 < x < L \\ u_2(x, t) &= T \sum_{n=0}^{\infty} R^n u_0\left(t - 2n\tau - \frac{x}{c}\right), \quad x > L \end{aligned} \right\}. \quad (44)$$

Отметим, что, формально, ряды в системах уравнений (43)–(44) содержат бесконечное число членов. Однако, поскольку, как отмечалось выше, функция $u_0(t)$ предполагается финитной, реально при каждом конкретном x все суммы в (43)–(44) содержат лишь конечное (хотя и растущее со временем) число членов.

3. Гидродинамическое воздействие потока на судно, ожидающее шлюзования в нижнем подходном канале.

Судно, находящееся в камере при ее наполнении, испытывает давление неустановившегося потока воды — гидродинамическую силу, которая меняется по величине и направлению. Гидродинамическая сила складывается из трех составляющих:

- 1) волновая составляющая гидродинамической силы (P_1);
- 2) составляющая гидродинамической силы, обусловленная силами трения о корпус судна и лобового сопротивления (P_2);
- 3) составляющая гидродинамической силы, обусловленная неравномерностью распределения скоростей по глубине потока (P_3).

Лимитирующей является прямая гидродинамическая сила, а обратная, возникающая при отражении волны, всегда меньше прямой и зависит от коэффициента отражения. Так как мы рассматриваем волновое воздействие на судно при условии $x = +\infty$ для системы (19)–(27), то обратную силу рассматривать не будем.

Согласно [2] продольная гидродинамическая сила, действующая на судно в подходном канале, может быть представлена (в обозначениях, принятых в настоящей работе) в следующем виде:

$$P(x, t) = P_1(x, t) + P_2(x, t) + P_3(x, t), \quad (45)$$

где

$$P_1(x, t) = \frac{W}{g(\omega_1 - \otimes)} \frac{\partial Q_1}{\partial t}(x, t) \quad (46)$$

— волновая составляющая гидродинамической силы;

$$P_2(x, t) = \kappa \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 \otimes u^2(x, t) \quad (47)$$

— составляющая гидродинамической силы, обусловленная силами трения о корпус судна и лобового сопротивления;

$$P_3(x, t) = (\alpha - 1) P_2(x, t) \quad (48)$$

— составляющая гидродинамической силы, обусловленная неравномерностью распределения скоростей по глубине потока.

В (46) W — весовое водоизмещение судна; $\otimes$ — площадь погруженной части поперечного сечения судна по миделю; $Q_1(x, t)$ — расход, заданный формулой (11). В (47) κ — эмпирический коэффициент, зависящий от рода поверхности судна;

$$n = \frac{\omega_1}{\otimes} \quad (49)$$

— коэффициент стеснения судном живого сечения подходного канала.

В (48) α — коэффициент кинетической энергии потока (см. [2]).

Если скорость $u_1(x, t)$ в подходном канале вычислена по формуле (44), то с учетом (11), (45)–(48) полная продольная гидродинамическая сила, действующая на судно в подходном канале, может быть записана в форме

$$P(x, t) = A \frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t) + \alpha B u_1^2(x, t), \quad (50)$$

где введены новые вспомогательные параметры:

$$A = \frac{\omega_1}{\omega_1 - \otimes} \frac{W}{g}, \quad (51)$$

$$B = \kappa \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 \otimes. \quad (52)$$

Для практических расчетов по формуле (50) с учетом явного вида решения (44) для $u_1(x, t)$ необходимо знать зависимость от времени функции $u_0(t)$, фигурирующей в граничном условии (21). Для определения функции $u_0(t)$ воспользуемся положениями, изложенными в [2], однако итоговые результаты представляют собой новые формулы, не содержащиеся в цитированной работе.

Пусть $v(t)$ — скорость истечения воды из камеры шлюза при ее опорожнении, ω_s — расчетное сечение водопроводной галереи. Тогда из условия равенства расходов запишем

$$\omega_1 u_0(t) = \omega_s v(t), \quad (53)$$

откуда

$$u_0(t) = \frac{\omega_s}{\omega_1} v(t). \quad (54)$$

Найдем $v(t)$, используя соотношение, вытекающее из формулы Бернулли [2]:

$$v = \mu_t \sqrt{2gh}, \quad (55)$$

где μ_t — зависящий от времени коэффициент расхода; h — превышение уровня воды в камере шлюза.

Вместе с тем из условия равенства расходов получаем

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\omega_s}{\Omega} v, \quad (56)$$

где Ω — площадь камеры шлюза.

Подставляя (55) в (56), приходим к замкнутому дифференциальному уравнению:

$$\frac{dh}{dt} = -\mu_t \frac{\omega_s}{\Omega} \sqrt{2gh}, \quad (57)$$

переменные в котором разделяются:

$$\frac{dh}{\sqrt{h}} = -\sqrt{2g} \frac{\omega_s}{\Omega} \mu_t dt, \quad (58)$$

Отсюда интегрированием находим

$$2(\sqrt{h} - \sqrt{h_0}) = -\sqrt{2g} \frac{\omega_s}{\Omega} \int_0^t \mu_t dt', \quad (59)$$

где h_0 — превышение уровня воды в камере шлюза в начальный момент времени.

Вновь используя (55), получаем из (59):

$$v(t) = \mu_t v_b \left(1 - \frac{1}{T^*} \int_0^t \mu_t dt' \right), \quad (60)$$

где введены вспомогательные обозначения:

$$v_b = \sqrt{2gh_0}, \quad (61)$$

$$T^* = \frac{v_b}{g} \frac{\Omega}{\omega_s}. \quad (62)$$

Скорость v_b в (61) — это скорость истечения в начальный момент времени, которая имела бы

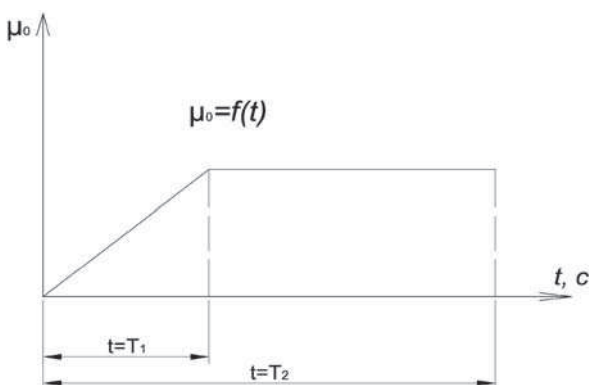


Рис. 4. Зависимость коэффициента расхода μ_0 от времени t

место в гипотетическом случае, когда затвор открывается мгновенно. Время T^* — это время опорожнения камеры, которое наблюдалось бы, если бы затвор открывался мгновенно и коэффициент расхода μ_t имел бы постоянное значение, равное единице (иными словами, это минимально возможное время опорожнения камеры).

Зададимся теперь конкретной зависимостью от времени коэффициента расхода μ_t (рис. 4).

Положим, что μ_t сперва нарастает во времени линейно, от значения 0 при $t = 0$ до некоторого значения μ_0 при $t = T_1 = (v_{з.п.})_{доп} / h_{з.п.}$ (должно быть равно полному времени подъема затвора опорожнения), а затем сохраняет достигнутое постоянное значение μ_0 до конца опорожнения камеры, аналогично [2]. Иными словами,

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_0 \frac{t}{T_1}, & 0 < t < T_1, \\ \mu_0, & t > T_1. \end{cases} \quad (63)$$

Тогда, очевидно:

$$\int_0^t \mu_{t'} dt' = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2T_1} t^2, & 0 < t < T_1, \\ \mu_0 \left(t - \frac{T_1}{2} \right), & t > T_1, \end{cases} \quad (64)$$

и, подставляя (63)–(64) в (60), находим

$$v(t) = \begin{cases} v_b \frac{\mu_0}{T_1} t \left(1 - \frac{\mu_0}{2T_1 T^*} t^2 \right), & 0 < t < T_1, \\ v_b \mu_0 \left(1 - \frac{\mu_0}{T^*} \left\{ t - \frac{T_1}{2} \right\} \right), & t > T_1. \end{cases} \quad (65)$$

Из второго из уравнений (65), в частности, несложно усмотреть, что время полного опорожнения камеры задается формулой

$$T_2 = \frac{T^*}{\mu_0} + \frac{T_1}{2}. \quad (66)$$

Тогда согласно (54) получаем граничное условие для волновой задачи в виде:

$$u_0(t) = \begin{cases} v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \frac{\mu_0}{T_1} t \left(1 - \frac{\mu_0}{2T_1 T^*} t^2 \right), & 0 < t < T_1, \\ v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \mu_0 \left(1 - \frac{\mu_0}{T^*} \left\{ t - \frac{T_1}{2} \right\} \right), & T_1 < t < T_2, \end{cases} \quad (67)$$

где T_2 задается формулой (66).

Зная $u_0(t)$, можем найти $u(x, t)$ для любых x и t по формулам (43)–(44). Подставляя результат расчета по формуле (43) в формулу для продольной силы (50), получим продольную гидродинамическую силу, действующую на судно в подходном канале.

Отметим, что, поскольку в (50) фигурирует частная производная $\partial u_1(x, t) / \partial t$, при практических расчетах нужно еще почленно продифференцировать по времени ряд (43), что в итоге сведется к отысканию производной от $u_0(t)$. Действительно, дифференцируя (43) по времени, находим

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} R^n u_0' \left(t - 2n\tau - \frac{x}{c} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} R^n u_0' \left(t - 2n\tau + \frac{x}{c} \right), \quad 0 < x < L. \quad (68)$$

Если для коэффициента расхода μ_t принята временная зависимость (63), как это было сделано выше, то соответствующее дифференцирование решения задачи об опорожнении камеры шлюза в форме (67) дает:

$$u_0'(t) = \begin{cases} v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \frac{\mu_0}{T_1} \left(1 - \frac{3\mu_0}{2T_1 T^*} t^2 \right), & 0 < t < T_1, \\ -v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \frac{\mu_0^2}{T^*}, & T_1 < t < T_2. \end{cases} \quad (69)$$

Резюмируя, для расчета продольной гидродинамической силы, действующей на судно в некоторой точке подходного канала x в некоторый момент времени t , необходимо подставить в формулу (50) с коэффициентами (51)–(52) (конечные) ряды (43) и (68). Если для временной зависимости коэффициента расхода μ_t принята модель (43), то в указанные (конечные) ряды надо, в свою очередь, подставить соотношения (67) и (69). Задав численные значения параметров системы, можем указанным методом рассчитать численное значение продольной гидродинамической силы, действующей на судно. Численные расчеты по определению гидродинамической силы на примере конкретного шлюза с построением графиков зависимостей и определением оптимального места стоянки судна в ожидании шлюзования будут представлены в следующей статье.

4. Заключение.

Таким образом, при исследовании волновых процессов в нижнем подходном канале судоходного шлюза и их влияния на условия стоянки судна, ожидающего шлюзования у причальной стенки, получены следующие основные результаты:

- 1) разработана математическая модель, описывающая волновые процессы в нижнем подходном канале при опорожнении камеры судоходного шлюза;
- 2) рассмотрено аналитическое решение задачи;
- 3) определено гидродинамическое воздействие на судно, ожидающее шлюзования у причальной стенки.

Список литературы

1. *Бреховских Л. М.* Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн) / Л. М. Бреховских, В. В. Гончаров. — М.: Наука, 1982. — 336 с.
2. *Семанов Н. А.* Судоходные каналы, шлюзы и судоподъемники / Н. А. Семанов, Н. Н. Варламов, В. В. Баланин. — М.: Транспорт, 1970. — 352 с.
3. *Соболев С. Л.* Уравнения математической физики / С. Л. Соболев. — 2-е изд., перераб. — М.; Л.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1950. — 424 с.