

4. Васильев В. В. К дискуссии по классической теории пластин / В. В. Васильев // Механика твердого тела. — 1995. — № 4. — С. 140–149.
5. Гольденвейзер А. Л. Замечание о статье В. В. Васильева «Об асимптотическом методе обоснования теории пластин» / А. Л. Гольденвейзер // Изв. РАН. МТТ. — 1997. — № 4. — С. 150–158.
6. Жилин П. А. О теориях пластин Пуассона и Кирхгофа с позиций современной теории пластин / П. А. Жилин // Изв. РАН. МТТ. — 1992. — № 3. — С. 48–64.
7. Жилин П. А. О классической теории пластин и преобразовании Кельвина-Тэта / П. А. Жилин // Изв. РАН. МТТ. — 1995. — № 4. — С. 134–140.
8. Жилин П. А. Нелинейная теория тонких стержней / П. А. Жилин // Доклад на XXXIII летней школе «Актуальные проблемы механики». — СПб. — 2005. — С. 266–297.
9. Сухотерин М. В. Метод суперпозиции исправляющих функций в задачах теории пластин / М. В. Сухотерин. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. — 265 с.
10. Барышников С. О. Расчет на изгиб прямоугольной панели обшивки с центральным ребром жесткости / С. О. Барышников, М. В. Сухотерин, К. О. Ломтева // Вестник Государственного университета имени адмирала С. О. Макарова. — 2013. — № 3 (22). — С. 59–65.

**УДК: 532; 532.526**

**Ф. Б. Нагиев,**  
д-р физ.-мат. наук, проф.;

**З. О. Исмаилов,**  
дир. «Kaspian Marin Servisez Limitid»

## **ОБТЕКАНИЕ СУДНА ПУЗЫРЬКОВОЙ МОРСКОЙ ВОДОЙ**

### **BUBBLE SEAWATER FLOW AROUND SHIP**

*В отличие от разработанных к настоящему времени методов определения сил, действующих на судно, в статье учитывается наличие мелких газовых пузырьков вблизи судна. Показано, что несмотря на малый суммарный объем, влияние их на динамику жидкости очень велико. Разработана математическая модель, учитывающая взаимодействие судового корпуса с пограничным слоем окружающей его воды с учетом наличия в ней пузырьков газа. Предложена математическая модель и аналитические методы определения параметров обтекающей судна жидкости с учетом наличия в морской воде пузырьков газа. Приведена методика численного решения системы определяющих уравнений и графические результаты вычислений. Построены зависимости компонентов скорости, распределение давления и плотности жидкости в пограничном слое вдоль внешней границы судна для разных значений объемного газосодержания.*

*Unlike currently developed methods to determine the forces exerted on the vessel, the article is considered the presence of fine gas bubbles near the hull. It is shown that, despite the small total volume, their effect on the dynamics of a liquid is very great. Therefore developed a mathematical model that takes into account interaction between ship hull boundary layer surrounding water, taking into account the presence of gas bubbles in it. The mathematical model and analytical methods for determining the parameters of the fluid flowing around the ship, taking into account the presence of gas bubbles in seawater, are presented. The technique of numerical solution of a system of equations and graphical results of calculations are shown. Dependences of the velocity components, pressure distribution and density of the fluid in the boundary layer along the outer edge of the vessel for different values of gas volume concentration are presented.*

*Ключевые слова: судно, вода, пузырьки, газ, объемное газосодержание, давление, плотность, скорость, пограничный слой.*

*Key words: ship, water, bubble, gas, volume concentration, pressure, density, velocity, boundary layer.*

## Введение

В работах А. М. Басина, Я. И. Войткунского, В. В. Вьюгова, О. И. Гордеева, А. Д. Гофмана, В. Ф. Павленко, Р. Я. Першица, Л. М. Рыжова, В. Г. Соболева, К. К. Федяевского [1] – [9] исследовано действие на судно волнового и ветрового усилий. Разработанные к настоящему времени в этих работах методы определения сил, действующих на судно, основаны на результатах систематических модельных испытаний. Эти эксперименты позволяют с достаточной для обеспечения безопасности судоходства точностью решать задачи теории установившегося движения судна. Однако использование вычисленных по эмпирическим формулам коэффициентов корпусных усилий в уравнения движения судна приводит, согласно исследованиям В. Г. Павленко и В. В. Вьюгова [3] – [6], к расхождениям между расчётными характеристиками и натурными наблюдениями. Следовательно, для решения задач управления судном при маневрировании необходимы специальные методы оценки корпусных усилий, которые позволили бы адекватно описывать произвольное управляемое движение судна.

## Основная часть

В толще воды, особенно вблизи поверхности моря, имеется множество мелких пузырьков. Обычно они возникают вследствие волнения и других причин. Несмотря на малый суммарный объем, влияние, которое они оказывают на динамику жидкости, очень велико. Поэтому разработка математических моделей требует аналитических методов определения действующих на судно усилий, основанных на анализе динамического взаимодействия судового корпуса с пограничным слоем окружающей его воды с учетом наличия в ней пузырьков газа. Таким образом, исследования, направленные на анализ происходящих в динамической системе *судно – пузырьковая жидкость* процессов, и их математическое моделирование для имитации поведения реального судна при маневрировании тесно связаны с решением проблемы обеспечения безопасности судоходства. Изучению этих закономерностей, а также разработке на их основе аналитических методов моделирования процессов, характеризующих динамику системы *судно – пузырьковая жидкость*, посвящена данная статья.

Рассмотрим стационарную задачу обтекания судна потоком пузырьковой морской воды со скоростью  $u_e$  ( $e$  — *external* — внешний). Систему координат введем, как указано на рис. 1: ось  $Ox$  направим вдоль горизонтальной оси судна, ось  $Oy$  — перпендикулярно к ней, начало координат поместим в нос судна.

Молекулы воды, непосредственно примыкающие к поверхности движущегося в ней судна, прилипают к ней.

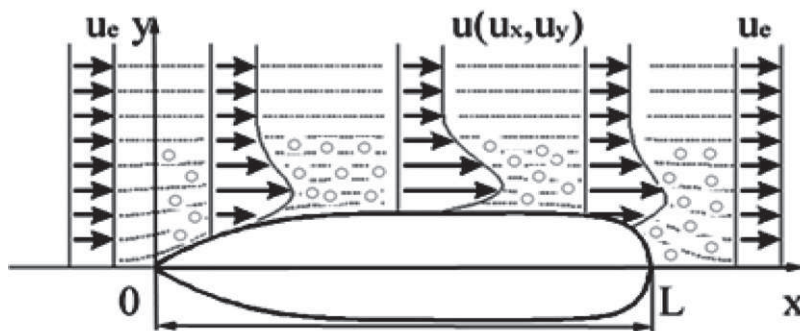


Рис. 1. Схематический процесс обтекания пузырьковой морской водой корпуса судна

В результате вблизи нее формируется переходный пограничный слой, в котором возникает большой градиент скорости [10], [11].

Соппротивление жидкости движению судна определяется характером ее течения в пограничном слое. Параметром этого течения является число Рейнольдса  $Re = u_e L / \nu$ , где  $\nu$  — кинематиче-

ская вязкость жидкости (для воды  $\nu = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ );  $L$  — длина судна. Известно, что на плоской пластине при  $Re < 10^5$  жидкость течет ламинарно в виде отдельных несмешивающихся слоев, параллельных плоскости пластины. При  $Re > 10^5$  пограничный слой турбулизуется, в нем изменяются структура потока, профиль скоростей и т. п.

Будем рассматривать случай ламинарного обтекания судна. Уравнения Навье – Стокса для сжимаемой вязкой жидкости при отсутствии массовых сил запишем в виде [12]:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u_x; \quad (1)$$

$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta u_y; \quad \Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2. \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  и  $p$  — плотность и давление газожидкостной смеси,  $u_x$  и  $u_y$  — компоненты скорости.

Объемное содержание пузырьков газа  $\alpha_2$  в морской воде обычно мало, т.е. в единице объема смеси вода – газ  $\alpha_2 \sim 1\%$ . В этом случае образуется устойчивая пузырьковая структура среды. Тогда уравнение состояния газожидкостной смеси зададим в виде [13]:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\alpha_{10} + \alpha_{20} \frac{p_0}{p}} \quad \text{или} \quad \frac{p}{p_0} = \frac{\alpha_{20}}{\frac{\rho_0}{\rho} - \alpha_{10}}, \quad (3)$$

где  $\alpha_{10}$  и  $\alpha_{20}$  — объемные содержания жидкости и газа. Индексом «0» обозначены значения параметров перед судном ( $x \leq 0$ ).

Уравнение (3) получено для баротропной системы. Динамика растворимого газового пузырька с учетом тепло- и массообмена подробно рассмотрена в работах [14], [15].

Использование формулы (3) затруднительно для аналитических исследований из-за нелинейности. Поэтому методом разложения в степенной ряд это уравнение представляется в виде экспоненциальной функции:

$$f(Z) = A + B e^{\alpha Z}; \quad Z = \frac{\alpha_{10} \rho}{\rho_0}. \quad (4)$$

Выпишем уравнение состояния газожидкостной смеси

$$\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{20}} P(Z) = \frac{Z}{1-Z}, \quad (5)$$

представляющее собой дробно-рациональную функцию  $\varphi(x) = \frac{a_1 + b_1 x}{a_2 + b_2 x}$ , в которой  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1$ ,  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = -1$ .

Разложив уравнения (4) и (5) в ряд Тейлора до второй степени  $Z = \alpha_{10} \rho / \rho_0$  около значения  $Z = \alpha_{10}$ , получим:

$$f(Z) = A + B \left[ \exp(\alpha Z_0) + \alpha (Z - Z_0) \exp(\alpha Z_0) + \frac{1}{2} \alpha^2 (Z - Z_0)^2 \exp(\alpha Z_0) \right]; \quad (6)$$

$$\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{20}} P = \frac{Z}{1-Z} = \left[ \frac{Z_0}{1-Z_0} + \frac{Z-Z_0}{(1-Z_0)^2} + \frac{(Z-Z_0)^2}{(1-Z_0)^3} \right]. \quad (7)$$

Приравняв свободные члены и соответствующие члены при одинаковых степенях  $Z$  уравнений (6) и (7), получим систему уравнений для определения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $\alpha$ :

$$\frac{Z_0}{1-Z_0} - \frac{Z_0}{(1-Z_0)^2} + \frac{Z_0^2}{(1-Z_0)^3} = A + B \left[ \exp(\alpha Z_0) - \alpha Z_0 \exp(\alpha Z_0) + \frac{1}{2} \alpha^2 Z_0^2 \exp(\alpha Z_0) \right];$$

$$\frac{1}{(1-Z_0)^2} - \frac{2Z_0}{(1-Z_0)^3} = B \left[ \alpha \exp(\alpha Z_0) - \alpha^2 Z_0 \exp(\alpha Z_0) \right];$$

$$\frac{1}{(1-Z_0)^3} = \frac{B}{2} \alpha^2 \exp(\alpha Z_0),$$

откуда определяем неизвестные коэффициенты (4):

$$A = -1 + \frac{1}{2\alpha_{20}}; \quad B = \frac{1}{2\alpha_{20}} \exp\left(-\frac{2\alpha_{10}}{\alpha_{20}}\right); \quad \alpha = \frac{2}{\alpha_{20}}.$$

Окончательно получаем

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{2\alpha_{10}} \left\{ \alpha_{10} - \alpha_{20} + \exp\left[\frac{2\alpha_{10}}{\alpha_{20}} \left(\frac{p}{p_0} - 1\right)\right] \right\}. \quad (8)$$

К уравнениям движения (1) и (2) добавим уравнение неразрывности газожидкостной смеси

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} = 0. \quad (9)$$

Таким образом, получаем замкнутую систему из четырех уравнений (1), (2), (8) и (9) для определения четырех неизвестных  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $\rho$  и  $p$ :

$$\begin{aligned} u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u_x; \\ u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta u_y; \\ \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} &= 0; \\ \frac{p}{p_0} &= \frac{1}{2\alpha_{10}} \left\{ \alpha_{10} - \alpha_{20} + \exp\left[\frac{2\alpha_{10}}{\alpha_{20}} \left(\frac{p}{p_0} - 1\right)\right] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для полного определения математической модели течения зададим граничные условия. Пусть уравнение корпуса судна имеет вид  $y = \pm k\sqrt{x}$ . Коэффициент  $k$  характеризует кривизну корпуса. Тогда граничные условия для скорости могут выглядеть следующим образом. На стенках судна ставится условие *прилипания*, согласно которому нормальная и касательная скорости на стенках равны нулю:

$$y = \pm k\sqrt{x} \quad (u_x = 0; u_y = 0). \quad (11)$$

При этом равенство  $u_x = 0$  означает отсутствие скольжения, а условие  $u_y = 0$  отражает тот факт, что стенка канала непроницаема для жидкости.

Задается скорость набегающего потока:

– перед судном:

$$x \leq 0 : u_x = u_e, u_y = 0; \quad (12)$$

– за судном:

$$x \geq L : \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, u_y = 0. \quad (13)$$

Это означает, что за судном течение близко к плоско-параллельному ( $u_y = 0$ ) и его характеристики не меняются:  $\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$ , т.е.  $u_x(x, y) \rightarrow u$  при  $y \rightarrow \infty$ .

Введем безразмерные переменные:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L} \sqrt{\text{Re}}; \quad U_x = \frac{u_x}{u_e}; \quad U_y = \frac{u_y}{u_e} \sqrt{\text{Re}}; \quad P = \frac{p}{\rho_0 u_e^2}; \quad R = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \tau = \frac{t u_e}{L}; \quad U = \frac{u}{u_e}.$$

Из уравнения неразрывности (9) получаем

$$\frac{\partial(RU_x)}{\partial X} + \frac{\partial(RU_y)}{\partial Y} = 0. \quad (14)$$

Уравнение движения преобразуется к виду:

– в направлении оси  $Ox$

$$U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial Y} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2}. \quad (15)$$

– в направлении оси  $Oy$

$$\frac{1}{Re} \left( U_x \frac{\partial U_y}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_y}{\partial Y} \right) = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial Y^2} \right). \quad (16)$$

Уравнение состояния газожидкостной смеси преобразуется к виду

$$P = \frac{1}{2\alpha_{10}} \left\{ \alpha_{10} - \alpha_{20} + \exp \left[ \frac{2\alpha_{10}}{\alpha_{20}} (R-1) \right] \right\}. \quad (17)$$

Оценим число Рейнольдса  $Re = u_e L / \nu$  для потока воды со скоростью 20 м/с судна длиной 50 м:  $Re \approx 20 \cdot 50 / 10^{-6} = 10^9$ . Для значений  $Re \geq 10^9$  система уравнений упрощается и принимает вид:

$$\frac{\partial(RU_x)}{\partial X} + \frac{\partial(RU_y)}{\partial Y} = 0; \quad (18)$$

$$U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial Y} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2}; \quad (19)$$

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = 0; \quad (20)$$

$$\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{1}{\alpha_{20}} \exp \left[ \frac{2\alpha_{10}}{\alpha_{20}} (R-1) \right] \cdot \frac{\partial R}{\partial X}. \quad (21)$$

Из уравнения (20) следует, что давление  $p$  зависит только от одной переменной (продольной)  $X$ , а следовательно, согласно (17), плотность  $R$  тоже зависит только от  $X$ . Тогда система уравнений (18) – (21) приобретает вид:

$$\frac{\partial(RU_x)}{\partial X} + \frac{\partial(RU_y)}{\partial Y} = 0; \quad (22)$$

$$U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial Y} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{dP}{dX} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2}; \quad (23)$$

$$\frac{dP}{dX} = \frac{1}{\alpha_{20}} \exp \left[ \frac{2\alpha_{10}}{\alpha_{20}} (R-1) \right] \cdot \frac{dR}{dX}. \quad (24)$$

Похожую задачу о моделировании обтекания тонкой пластинки потоком вязкой, но несжимаемой среды, решал Блазиус [16], пренебрегая при решении для области пограничного слоя массовыми силами и полагая  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ , так как во внешнем слое давление постоянно.

Полученная система уравнений (22) – (24) представляется незамкнутой, так как число неизвестных  $R, U_x, U_y, p$  в ней на единицу превышает число уравнений. Для преодоления проблемы незамкнутости системы уравнений Прандтль предложил считать, что внешняя граница пограничного слоя обтекается жидкостью так же, как идеальная жидкость обтекала бы саму поверхность данного тела. Следовательно, за распределение скорости вдоль внешней границы пограничного слоя можно принять распределение скорости вдоль поверхности судна при обтекании его идеальной жидкостью. Примем также на внешней границе жидкость несжимаемой. Тогда можно продифференцировать интеграл Бернулли, записанный для линии тока на внешней границе пограничного слоя:

$$p(x) + \frac{\rho u^2(x)}{2} = \text{const.}$$

Получим  $\frac{dP(X)}{dX} = -U(X) \frac{dU(X)}{dX}$ .

Таким образом, получено уравнение для градиента давления, делающее систему уравнений замкнутой. Величина  $U(X)$  входит в граничное условие задачи: при  $Y \rightarrow \infty$   $U_x(X, Y) \rightarrow U(X)$ . Поэтому предполагается, что величина  $U(X)$  задана с учетом воздействия ветра и морской волны. Тогда система уравнений (22) – (24) с учетом интеграла Бернулли и уравнения (17) запишется в виде:

$$\frac{\partial(RU_x)}{\partial X} + \frac{\partial(RU_y)}{\partial Y} = 0; \quad (25)$$

$$U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial Y} = \frac{1}{R} \cdot U \frac{dU}{dX} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2}; \quad (26)$$

$$R = \frac{1}{\alpha_{10} + 2\alpha_{20} / (3 - U^2)}. \quad (27)$$

Пусть с учетом воздействия ветра и морской волны скорость частиц воды вне пограничного слоя у корпуса судна задается в виде

$$U(X) = 1 + Ae^{-BX^2} \cos \Omega X. \quad (28)$$

Параметры, входящие в зависимость (28), примем  $A = 0,5$ ;  $B = 0,2$ ;  $\Omega = 5$ . У носа судна скорость жидкости максимальна и составляет  $U = 1,5$ , за судном профиль скоростей выравнивается и стремится к значению перед судном  $u \rightarrow u_e$  или  $U \rightarrow 1$ .

На рис. 2 приведено распределение плотности газожидкостной смеси с объемным газосодержанием  $\alpha_{20} = 0,05$ . Поведение кривых на рисунке показывает, что при убывании скорости потока давление и плотность жидкости возрастают и наоборот, чем меньше скорость, тем выше давление и плотность. На рис. 3 приведен профиль давления жидкости во внешней границе судна для разных значений газосодержания:  $\alpha_{20} = 0,1$  и  $\alpha_{20} = 0,5$ . Видно, что чем больше газосодержание, тем выше сжимаемость жидкости, и соответственно, меньше давление.

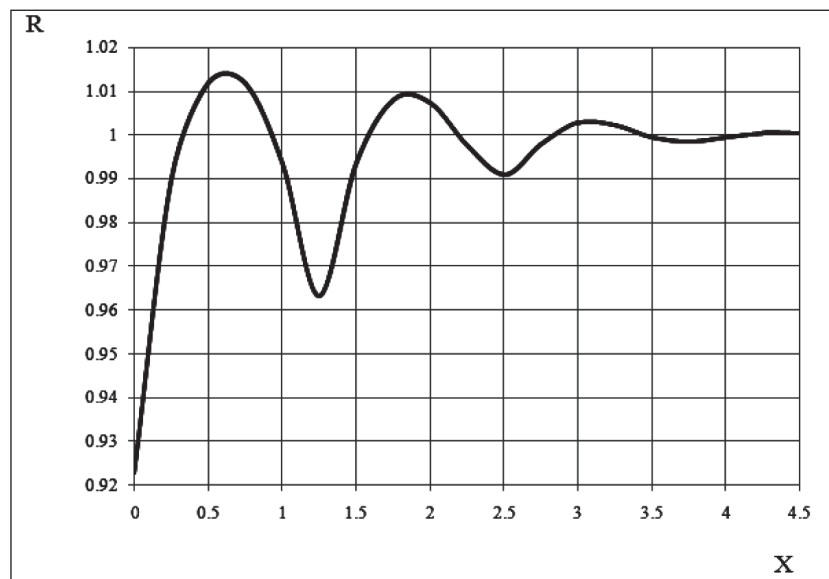


Рис. 2. Распределение плотности вдоль внешней границы судна

Для определения продольной и поперечной компоненты скорости частиц жидкости исключим плотность из уравнений (25) и (26). Продифференцируем  $R$  в уравнении (27) по  $X$ :

$$\frac{dR}{dX} = - \frac{4\alpha_{20}}{\left[\alpha_{10} + 2\alpha_{20} / (3 - U^2)\right]^2} \cdot \frac{U}{(3 - U)^2} \cdot \frac{dU}{dX}. \quad (29)$$

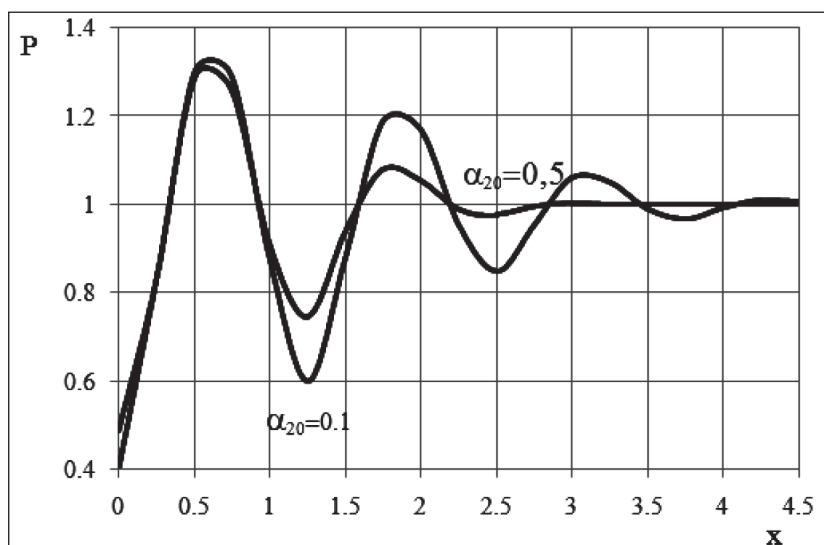


Рис. 3. Распределение давления жидкости вдоль внешней границы судна для разных значений газосодержания

Приведем систему уравнений (25) и (26) к виду, удобному для интегрирования:

$$U_x \frac{dR}{dX} + R \frac{\partial U_x}{\partial X} + R \frac{\partial U_y}{\partial Y} = 0; \quad (30)$$

$$U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial Y} = \frac{1}{R} \cdot U \frac{dU}{dX} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2}. \quad (31)$$

Подставив (29) и (27) в (30), (31), получим систему двух уравнений с частными производными относительно неизвестных  $U_x$  и  $U_y$ . Система уравнений решалась численно методом конечных разностей. В общем случае из уравнения неразрывности (25) следует, что существует такая функция  $\psi(X, Y)$ , что  $RU_x = \frac{\partial \psi}{\partial Y}$ ;  $RU_y = -\frac{\partial \psi}{\partial X}$ .

Таким образом, на основании уравнения неразрывности получим, что компоненты скорости  $RU_x$  и  $RU_y$  выражаются через функцию  $\psi(X, Y)$  в виде

$$\begin{cases} U_x = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Y}; \\ U_y = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial X}. \end{cases} \quad (32)$$

Подставляя эти равенства в уравнение (31), получим

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial Y^3} - \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X \partial Y} + \frac{1}{R^2} \frac{dR}{dX} \left( \frac{\partial \psi}{\partial Y} \right)^2 + \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -U \frac{dU}{dX}. \quad (33)$$

Данное уравнение решалось численно конечно-разностным методом путем разбиения отрезка поперек корпуса судна на отрезки шагом  $\Delta H$ . В результате разбиения уравнение в частных производных (33) переходит в систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Эта система решалась также численно методом Рунге – Кутты. В результате из соотношений (32) определились продольная и поперечная компоненты скорости частиц жидкости.

На рис. 4 и 5 приведены графики распределения продольной и поперечной компоненты скорости в фиксированном сечении  $X = 0,2$ . Размерная поперечная компонента скорости  $u_y = u_e U_y / \sqrt{\text{Re}}$  по величине значительно меньше продольной:  $u_x = u_c U_x$ .

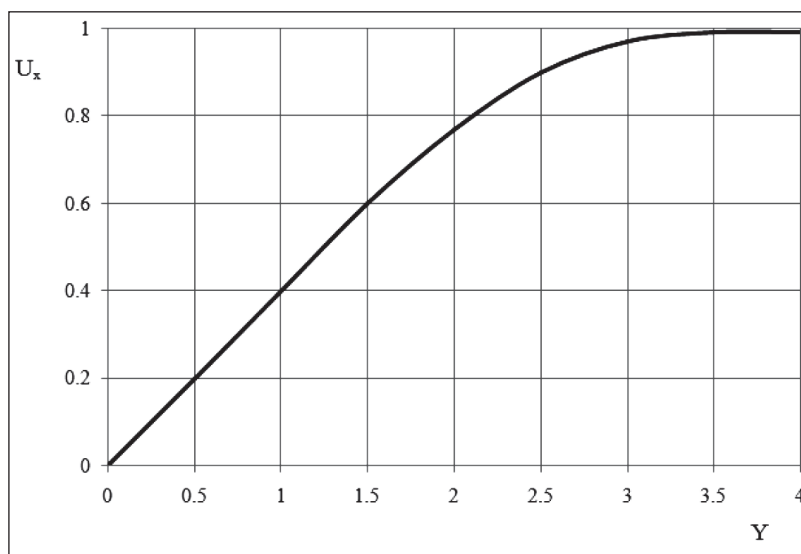


Рис. 4. График распределения продольной компоненты скорости

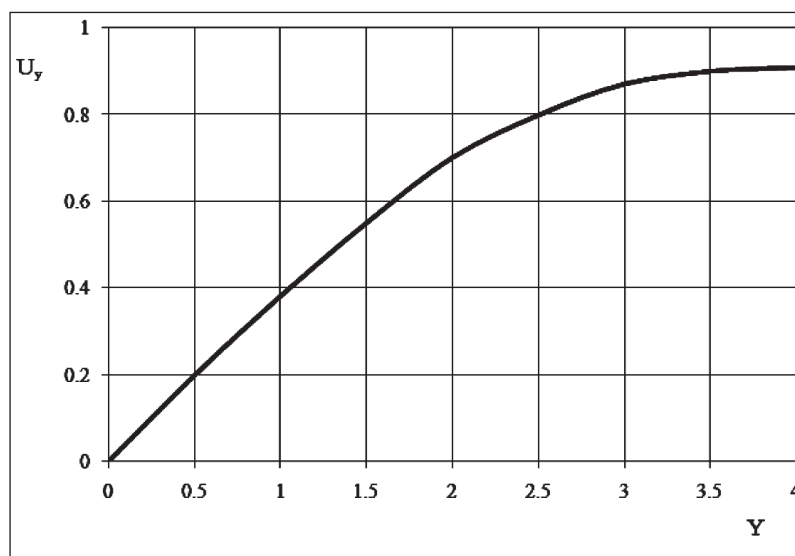


Рис. 5. График распределения поперечной компоненты скорости

### Выводы

1. Выведена система уравнений, позволяющая определить профили частиц газожидкостной среды, распределение давления и плотности жидкости вдоль внешней границы судна при различных значениях объемной концентрации газа. В частном случае отсутствия газа полученные в статье расчетные зависимости совпали с известными в литературе соответствующими результатами других авторов [1], [6]. Наличие газа приводит к увеличению сжимаемости жидкости, что способствует уменьшению значений давления вокруг корпуса судна.

2. Предложенная система уравнений показывает, что если на каком-либо участке скорость движения жидкости увеличивается, то для выполнения условия сохранения массы среды должна понизиться плотность пузырьковой смеси и в соответствии с расчетами также должно понизиться

давление. Следовательно, во время движения судна вокруг него происходит падение плотности жидкости и давления. Чем больше объемное газосодержание, тем меньше плотность и давление смеси. Влияние газовых пузырьков на уменьшение давления и плотности смеси усиливается при увеличении скорости потока. Как известно, падение давления является причиной скоростного проседания судна: чем больше скорость потока, движущегося вдоль корпуса судна, тем больше проявление эффекта падения давления и, соответственно, значительнее проседание судна. Наличие пузырьков вокруг корпуса судна усиливает этот эффект ввиду падения плотности водовоздушной смеси.

### Список литературы

1. Басин А. М. Гидродинамика судна / А. М. Басин, В. Н. Анфимов. — Л.: Речной транспорт. — 1961. — 684 с.
2. Войткунский Я. И. Справочник по теории корабля. — В 3 т. — Т. 3. / Я. И. Войткунский и др. — Л.: Судостроение, 1985. — 544 с.
3. Вьюгов В. В. Управляемость водоизмещающих речных судов / В. В. Вьюгов. — Новосибирск: НГАВТ, 1999. — 200 с.
4. Гордеев О. И. Математическое моделирование движения речных судов для судоводительских тренажеров (грузовые суда и толкаемые составы) / О. И. Гордеев. — Новосибирск: НГАВТ, 1996. — 178 с.
5. Гофман А. Д. Теория и расчет поворотливости судов внутреннего плавания / А. Д. Гофман. — Л.: Судостроение, 1971. — 256 с.
6. Павленко Г. Е. Сопротивление воды движению судов / Г. Е. Павленко. — М.: Морской транспорт, 1956. — 507 с.
7. Войткунский Я. И. Справочник по теории корабля / Я. И. Войткунский, Р. Я. Першиц, И. А. Титов. — Л.: Судостроительная промышленность, 1960. — 688 с.
8. Першиц Р. Я. Управляемость и управление судном / Р. Я. Першиц. — Л.: Судостроение, 1983. — 272 с.
9. Рыжов Л. М. Маневренность речных судов и составов / Л. М. Рыжов, Н. Ф. Соларев. — М.: Транспорт, 1967. — 140 с.
10. Пат. 85442 Российская Федерация, МПК Н 04 В63Н9/08, парусное судно [Текст] / Никонов А. А., Витин И. М.; заявитель и патентообладатель А. А. Никонов, И. М. Витин. — № 2009107991/22; Заявлено 06.03.2009; Опубл. 10.08.2009.
11. Байбаков В. И. Парус, море и свежий ветер [Электронный ресурс]: Сопротивление воды движению судна. — Режим доступа: <http://parusa.narod.ru/bib/books/bayb/7.htm>.
12. Седов Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. — Т. 1. — М.: Наука, 1970. — 492 с.
13. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред / Р. И. Нигматулин. — М.: Наука, 1978.
14. Нагиев Ф. Б. Нелинейные колебания растворимых газовых пузырьков в жидкости / Ф. Б. Нагиев // Изв. АН Аз. ССР. Серия физ.-техн. и матем. наук. — 1985. — № 1. — С. 136–140.
15. Хабеев Н. С. Динамика растворимых газовых пузырьков / Н. С. Хабеев, Ф. Б. Нагиев // Известия АН СССР. Механика жидкостей и газов. — 1985. — № 6. — С. 52–59.
16. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. — М.: Наука, 1978. — 736 с.