

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ОКЕАНЕ

### THE ABSORPTION INTENSITY OF THE ACOUSTIC WAVES IN THE OCEAN

*В статье исследуется влияние пузырьков газа на поглощение звуковой волны в жидкости. В отличие от ранее опубликованных работ, используется модель баротропной пузырьковой жидкости с учетом капиллярного эффекта. Описываются основные закономерности распространения и затухания звука в морской воде. Дается физическая интерпретация этих закономерностей. В работе исследуются два типа решения: первое – синусоидальное по координате и затухающее экспоненциально во времени возмущение, второе – синусоидальное по времени колебание, затухающее экспоненциально по длине возмущения, являющееся волновым аналогом вынужденных колебаний. Показано, что коэффициент поглощения, согласно классической теории затухания, возрастает с увеличением вязкости жидкой фазы. Результаты численных расчетов показали, что затухание звука в газожидкостной среде усугубляется тем, что поглощение наиболее сильно происходит именно на резонансной частоте.*

*In this article we investigate the influence of gas bubbles on the absorption of sound wave in the liquid. In contrast to published studies using barotropic model bubbly liquid with the capillary effects. Describes the basic laws of propagation and damping of sound in seawater. Physical interpretation of these laws are given. We study two types of solutions. The first decision – sinusoidal coordinate and decay exponentially in time perturbation. A second solution – sinusoidal oscillation time, decaying exponentially with the length of the disturbance is a wave analogue of forced oscillations. It is shown that the absorption coefficient according to the classical theory of damping increases with the viscosity of the liquid phase. The numerical results showed that the damping of sound in the gas-liquid medium is compounded by the fact that the absorption occurs is most strongly at the resonance frequency.*

*Ключевые слова:* газ, пузырек, частота, звуковая волна, колебание, поглощение звука, плотность, поле давления, затухание колебаний, объемная концентрация.

*Key words:* gas, bubble, frequency, sound wave, oscillation, sound absorption, density, pressure field, fluctuation damping, volume concentration.

#### Введение

Изучение Мирового океана с каждым годом становится все более актуальной задачей как в научном, так и в техническом отношении. Каждый год возникают все новые проблемы и становится ясным, что многие, казалось бы, давно изученные вопросы, оказываются значительно более сложными, чем предполагалось, и все они еще далеки от своего решения [1] – [3].

В настоящее время широко используются дистанционные методы экспериментального исследования Мирового океана с помощью радиоволн. Последние практически совсем не проникают в морскую воду вследствие ее электропроводности и затухают на расстоянии, много меньшем длины волны. Освещенность видимой части светового спектра падает в морской воде в тысячи раз на протяжении десятков или, в лучшем случае, одной-двух сотен метров и лишь звуковые волны могут распространяться в водной среде на сотни километров. Это несомненное преимущество акустических волн над другими видами излучения определило их широкое использование в приборах, предназначенных для работы в водах морей и океанов.

Распространение акустических колебаний в море также сопровождается уменьшением их интенсивности. Причины затухания звуковых волн в море не исчерпываются лишь вязкостью, теплопроводностью, релаксационными (молекулярными) процессами, т. е. поглощением. В такой неоднородной среде, как морская вода, важной причиной затухания является рассеяние волны

неоднородностями, рассредоточенными в толще воды. Особая роль здесь принадлежит таким рассеивателям, как газовые пузырьки.

Рассеяние звуковой волны неоднородностями среды зависит от формы и размеров неоднородностей, от сжимаемости и плотности их вещества, и, соответственно, от волнового сопротивления. Если сжимаемость и плотность такие же, как у среды, то неоднородности не вызывают рассеяния, независимо от их размеров и формы. В противном случае, рассеяние, в той или иной мере, будет наблюдаться [4].

Газовый пузырек – это неоднородность, отличающаяся от воды как плотностью, так и сжимаемостью. Плотность жидких тел очень мало изменяется при изменении давления – внутренние силы стойко сопротивляются внешнему воздействию, стремящемуся уменьшить или увеличить объем, занимаемый данной массой вещества. Это сопротивление столь велико, что для решения многих задач жидкости можно считать несжимаемыми. Однако даже минимальные изменения плотности твердых и жидких сред, происходящие при изменении давления, в акустике играют первостепенную роль и ими нельзя пренебрегать.

### Основная часть

Исследуем влияние пузырьков газа на поглощение звуковой волны в жидкости. При этом, в отличие от опубликованных работ, допустим, что состояния пузырьковой жидкости с учетом капиллярных эффектов описывается уравнением, предложенным в работах [5] и [6]. Запишем уравнения неразрывности, одномерного движения и состояния жидкости в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\alpha_{20}(1+S)\rho/\rho_0}{1 - \alpha_{10}\rho/\rho_0} - S \cdot \sqrt{\frac{\alpha_{20}\rho/\rho_0}{1 - \alpha_{10}\rho/\rho_0}}; \quad S = \frac{2\sigma}{R_0 p_0}. \quad (3)$$

Волны можно рассматривать как возмущения малой амплитуды, учет которых позволяет проводить линеаризацию уравнений (1) – (3):

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0; \quad (4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} = C_0^2, \quad C_0 = \sqrt{\frac{p_0}{\alpha_{20}\rho_0} \cdot \frac{3+2S}{3}}, \quad (6)$$

где  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{p}$ ,  $\bar{u}$  – возмущения соответствующих характеристик акустической волной.

Из уравнений (4) и (6) следует

$$\frac{1}{C_0^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

Если это уравнение продифференцировать по  $t$ , а уравнение (5) – по  $x$ , то удастся исключить возмущение скорости и получить волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial t^2} = C_0^2 \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x^2}. \quad (8)$$

В водной среде акустические колебания являются продольными. Рассмотрим наиболее простой, представляющий практический интерес случай плоских гармонических продольных волн в виде действительной части комплексного выражения:

$$\bar{p} = \bar{p}^0 \exp[i(k_*x + \omega_*t)]; \quad \bar{p}^0 = \bar{p}_*^0 + i\bar{p}_{**}^0; \quad |\bar{p}^0| \ll 1; \quad k_* = k + ik_{**}; \quad \omega_* = \omega + i\omega_{**}, \quad (9)$$

где  $\bar{p}^0$  – определитель амплитуды возмущений давления.

Возможны два типа решения.

*Тип I.* Решение или волна первого типа, когда  $k_* = k$  – действительное положительное число ( $k > 0, k_{**} = 0$ ).

В этом случае будем иметь:

$$\bar{p} = (\bar{p}_*^0 + i\bar{p}_{**}^0) \exp[i(kx + \omega t + i\omega_{**}t)] = (\bar{p}_*^0 + i\bar{p}_{**}^0) \exp(-\omega_{**}t) \times [\cos(kx + \omega t) + i \sin(kx + \omega t)];$$

$$\operatorname{Re}\{\bar{p}\} = \exp(-\omega_{**}t) |\bar{p}^0| \sin[\varphi + (kx + \omega t)].$$

$$\text{Здесь } |\bar{p}^0| = \sqrt{\bar{p}_*^{02} + \bar{p}_{**}^{02}}; \quad \varphi = \arctg(-\bar{p}_*^0 / \bar{p}_{**}^0).$$

Таким образом, решение первого типа представляет собой синусоидальное по координате и при  $\omega_{**} > 0$  экспоненциально затухающее во времени возмущение, которое называют  $k$ -волной:

$$\bar{p}(k) = |\bar{p}^0| \exp[-\omega_{**}(k)t] \sin\left\{\varphi + \frac{2\pi[x + v_\Phi(k)t]}{\lambda(k)}\right\},$$

где  $v_\Phi(k) = \omega(k)/k$ ;  $\lambda(k) = 2\pi/k$ ;  $\varphi$  – начальная фаза.

Здесь  $v_\Phi(k)$  – фазовая скорость, или скорость перемещения фазы колебания;  $\lambda(k)$  – длина волны;  $\omega_{**}(k)$  – декремент затухания колебаний во времени.

Другими словами,  $k$ -волны – это волны с однородной по длине, но изменяющейся во времени амплитудой, являющиеся аналогом свободных колебаний.

*Тип II.* Решения или волны второго типа, когда  $\omega_* = \omega$  – действительное положительное число, т. е.  $\omega > 0$  и  $\omega_{**} = 0$ . В данном случае имеем:

$$\bar{p} = (\bar{p}_*^0 + i\bar{p}_{**}^0) \exp[i(kx + \omega t + ik_{**}x)] = (\bar{p}_*^0 + i\bar{p}_{**}^0) \exp(-k_{**}x) \times [\cos(kx + \omega t) + i \sin(kx + \omega t)];$$

$$\operatorname{Re}\{\bar{p}\} = \exp(-k_{**}x) |\bar{p}^0| \sin[\varphi + (kx + \omega t)].$$

Таким образом, решение второго типа представляет собой синусоидальное по времени колебание, возбуждаемое, например, каким-либо стационарным внешним источником монохроматических колебаний при  $x = 0$ , экспоненциально затухающей по длине амплитудой. Такие возмущения, являющиеся волновым аналогом вынужденных колебаний, называют  $\omega$ -волнами:

$$\bar{p}(\omega) = |\bar{p}^0(\omega)| \exp(-k_{**}(\omega)x) \sin\left\{\varphi + \frac{2\pi[x + v_\Phi(\omega)t]}{\lambda(\omega)}\right\}; \quad v_\Phi(\omega) = \omega/k(\omega); \quad \lambda(\omega) = 2\pi/k(\omega).$$

Здесь  $k_{**}(\omega)$  – декремент затухания колебаний по длине.

Другими словами,  $\omega$ -волны – это волны со стационарными по времени, но изменяющимися по длине амплитудами. Случай  $k_{**} > 0$  соответствует режиму затухания амплитуд возмущения. Ограничимся только  $\omega$ -волнами ( $\omega > 0, \omega_{**} = 0$ ).

Если воспользоваться выражением (9) в уравнении (8), то получим дисперсионное уравнение вида  $\omega/k = C_0$ . Поскольку поток количества движения за счет трения и других внешних сил в уравнении (2) не учитывался, то волновое число оказывается действительным положительным числом и фазовая скорость оказывается равной скорости звука:  $\omega/k = C_0$ , а декремент затухания равен нулю.

Рассмотрим иную постановку задачи с эффективной вязкостью  $\mu_{ef}$  в уравнении радиального движения для учета всех возможных диссипативных эффектов с использованием условия политропии газа [7] – [10]:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{p_2 - p - 2\sigma/R}{\rho_1^0} - \frac{4\mu_{ef}\dot{R}}{R\rho_1^0}; \quad \frac{p_2}{p_{20}} = \left(\frac{\rho_2^0}{\rho_{20}^0}\right)^k. \quad (10)$$

Уравнение импульса среды, сохранения массы фаз и индивидуального пузырька можно представить в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \rho \approx \rho_1^0 \alpha_1; \quad \rho_1^0 = \text{const};$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u)}{\partial x} = 0; \quad \frac{d}{dt}(\rho_2^0 R^3) = 0. \quad (11)$$

Объемная концентрация газа  $\alpha_{20}$  связана с количеством пузырьков в единице объема смеси равенством:

$$\alpha_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 n \quad (12)$$

где  $\frac{n}{n_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$ .

Если выполнить линеаризацию уравнений (10) – (12), то в безразмерных переменных и параметрах запишем:

$$\bar{R} = R/R_0; \quad \bar{\rho}_2 = \rho_2/\rho_{20}^0; \quad \bar{p} = p/p_0; \quad \bar{p}_2 = p_2/p_{20}; \quad \bar{u} = u/u_0;$$

$$u_0 = R_0/t_0; \quad t_0 = R_0^2/\nu_{ef}; \quad \nu_{ef} = \mu_{ef}/\rho_{10}^0; \quad S = 2\sigma/R_0 p_0; \quad \text{Pe} = \frac{p_0}{\rho_{10}^0} \frac{R_0^2}{\nu_{ef}^2}; \quad (13)$$

$$p_{20} = p_0 + 2\sigma/R_0; \quad \tau = t/t_0; \quad X = x/R_0.$$

Получим следующую систему уравнений относительно возмущений переменных:

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial \tau} = -\alpha_{10} \frac{\partial \bar{u}}{\partial X}; \quad \alpha_{10} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = -\text{Pe} \frac{\partial \bar{p}}{\partial X}; \quad \alpha_2 = 3\alpha_{10}\alpha_{20}\bar{R}; \quad \bar{p}_2 = k\bar{\rho}_2^0;$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_2^0}{\partial \tau} + 3\frac{\partial \bar{R}}{\partial \tau} = 0; \quad \frac{d^2 \bar{R}}{d\tau^2} = \text{Pe} \cdot [(1+S)\bar{p}_2 - \bar{p} + S\bar{R}] - 4\frac{d\bar{R}}{d\tau}. \quad (14)$$

Исключив возмущения скорости, объемного газосодержания, давления и плотности газа, получим систему уравнений:

$$3\alpha_{10}\alpha_{20} \frac{d^2 \bar{R}}{d\tau^2} = \text{Pe} \cdot \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial X^2}; \quad \frac{d^2 \bar{R}}{d\tau^2} = \text{Pe} \cdot \left\{ \bar{R} [S - 3k(1+S)] - \bar{p} \right\} - 4\frac{d\bar{R}}{d\tau}. \quad (15)$$

Будем искать решение системы (15) в виде действительной части комплексного выражения:

$$\bar{p} = \bar{p}^0 \exp[i(K_* X + \Omega \tau)]; \quad \bar{p}^0 = \bar{p}_*^0 + i\bar{p}_{**}^0; \quad |\bar{p}^0| \ll 1; \quad k_* = k + ik_{**};$$

$$\bar{R} = \bar{R}^0 \exp[i(K_* X + \Omega \tau)]; \quad \bar{R}^0 = \bar{R}_*^0 + i\bar{R}_{**}^0; \quad |\bar{R}^0| \ll 1; \quad \Omega = \omega R_0^2/\nu_{ef}; \quad K_* = k_* R_0. \quad (16)$$

Получим систему линейных однородных алгебраических уравнений:

$$3\alpha_{10}\alpha_{20}\bar{R}^0 \cdot \Omega^2 = \text{Pe} \cdot \bar{p}^0 \cdot K_*^2; \quad \bar{R}^0 \cdot \Omega^2 = \text{Pe} \cdot \left\{ \bar{R}^0 [S - 3k(1+S)] + \bar{p}^0 \right\} + 4\bar{R}^0 i \cdot \Omega. \quad (17)$$

Из условия существования нетривиального решения системы (17) вытекает следующая дисперсионная зависимость волнового числа  $K$  от частоты  $\Omega$ :

$$\frac{K_*^2}{\Omega^2} = \frac{3\alpha_{10}\alpha_{20}}{\Omega + Q - 4i}; \quad Q = [3k(1+S) - S] \cdot \text{Re}. \quad (18)$$

Решив уравнение (18) с помощью выделения действительной и мнимой части решения, найдем выражения для фазовой скорости  $C_f = \overline{C}_f \cdot \frac{v_{ef}}{R_0}$  и декремента затухания колебаний по длине  $k_{**} = K_{**} / R_0$  в виде:

$$\overline{C}_f = \frac{\Omega}{K} = \frac{Q_0}{\sqrt{\frac{\Omega + Q}{(\Omega + Q)^2 + 16}} + \sqrt{\frac{1}{(\Omega + Q)^2 + 16}}}; \quad Q_0 = \sqrt{\frac{2}{3\alpha_{10}\alpha_{20}}}; \quad (19)$$

$$K_{**} = \Omega Q_0 \sqrt{\frac{1}{\sqrt{(\Omega + Q)^2 + 16}} - \frac{\Omega + Q}{(\Omega + Q)^2 + 16}}. \quad (20)$$

Мнимая часть  $K_{**} > 0$  положительна. Поэтому амплитуды возмущения затухают по координате.

На рис. 1 и 2 приведены зависимости коэффициента поглощения  $k_{**} = K_{**} / R_0$  и фазовой скорости  $C_f = \overline{C}_f \cdot v_{ef} / R_0$  от частоты  $\omega = \Omega v_{ef} / R_0^2$ . Равновесный радиус пузырьков принимался равным 10 мкм, а объемное газосодержание – 5 %.

Анализ выражения (20) показывает, что коэффициент поглощения, согласно классической теории затухания, возрастает с увеличением коэффициента вязкости и, что очень важно, частоты.

Как видно из рис. 1, характерным является диапазон частот, который иногда называют *диапазоном непрозрачности* из-за больших значений декремента затухания  $k_{**}$ . Это означает, что в данном диапазоне волна будет сильнее поглощаться.

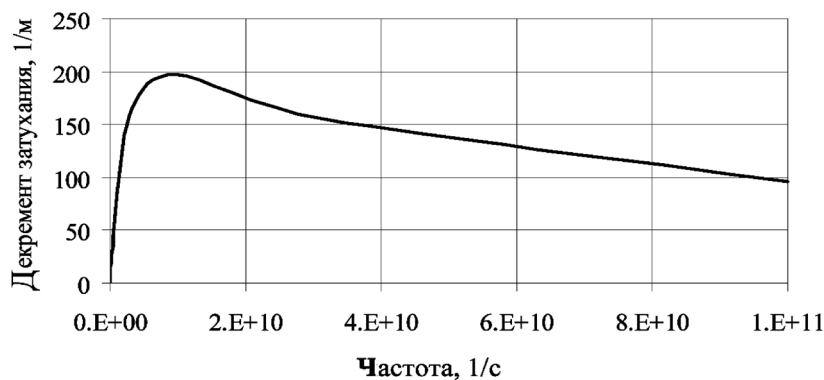


Рис. 1. Зависимость декремента затухания от частоты

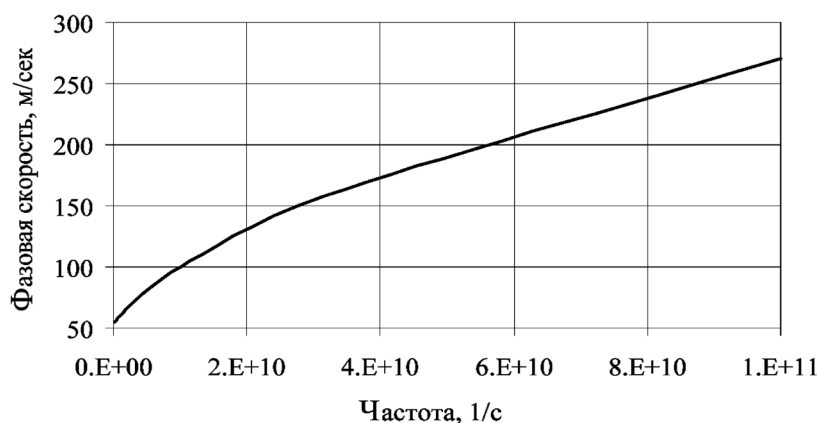


Рис. 2. Зависимость фазовой скорости от частоты

В связи с тем, что в морской воде в течение длительного периода времени могут существовать во взвешенном состоянии пузырьки с миллиметровыми диаметрами, аномальное затухание в море могут испытывать волны, имеющие частоту, равную десяткам килогерц, что подтверждается также практическими наблюдениями.

Затухание звука на газовых пузырьках усугубляется еще и тем, что они не только рассеивают, но и поглощают часть энергии звуковой волны, и это поглощение наиболее сильно происходит именно на резонансной частоте.

### Выводы

Отметим, что в приведенной постановке затухание колебаний пузырьков возможно только за счет вязкой диссипации и сжимаемости газожидкостной смеси, так как при выводе уравнения состояния пузырьковой жидкости считалось, что температура смеси постоянна, тепловая диссипация и сжимаемость несущей фазы не учитывались. В этом можно убедиться из анализа аналитического решения дисперсионного уравнения, представленного в виде формул для фазовой скорости и декремента затухания колебаний. Расчеты, выполненные на основе этого уравнения состояния, при изучении характера затухания звуковых волн в море показали, что интенсивность волны значительно убывает из-за наличия газа в жидкости, а демпфирование волны существенно возрастает с увеличением объемного газосодержания.

Влияние поверхностного натяжения на характеристики звуковой волны в жидкости с размерами пузырьков более 10 мкм несущественно и им можно пренебречь.

### Список литературы

1. Безруков Ю. Ф. Океанология: в 2 ч. — Ч. I. Физические явления и процессы в океане / Ю. Ф. Безруков. — Симферополь: Таврический нац. ун-т им. В. И. Вернадского, 2006. — 159 с.
2. Доронин Ю. П. Физика океана / Ю. П. Доронин. — СПб., 2010. — 274 с.
3. Голодов Н. Ф. Методы прогнозирования температуры и солености моря для определения скорости звука в воде / Н. Ф. Голодов // Судовождение: сб. науч. тр. / Одесская национальная морская академия. — Вып. 15. — Одесса: ИздатИнформ, 2008. — С. 44–52.
4. Nigmatulin R. I. Mathematical modelling of a single bubble and multibubble dynamics in a liquid / R. I. Nigmatulin, I. Sh. Akhatov // Proc. Int. Conf. on Multiphase Systems. — Ufa. — 2000. — P. 294–301.
5. Нигматулин Р. И. Динамика импульсных волн в пузырьковых жидкостях. Сравнение теории с экспериментом / Р. И. Нигматулин, Д. А. Губайдуллин, А. А. Никифоров // Доклады Академии наук. — 2014. — Т. 456. — № 6. — С. 662.
6. Губайдуллин А. А. Введение в волновую динамику газожидкостных сред: учеб. пособие / А. А. Губайдуллин. — Тюмень: ТюмГНГУ, 2006. — 86 с.
7. Нагиев Ф. Б. Нелинейные колебания растворимых газовых пузырьков в жидкости / Ф. Б. Нагиев // Известия АН Аз. ССР. Серия: Физ.-техн. и матем. науки. — 1985. — № 1. — С. 136–140.
8. Нагиев Ф. Б. Декременты затухания колебаний растворимых газовых пузырьков, радиально пульсирующих в жидкости / Ф. Б. Нагиев // Известия АН Аз. ССР. Серия: физ.-техн. и матем. науки. — 1984. — № 4. — С. 125–130.
9. Хабеев Н. С. Динамика растворимых газовых пузырьков / Н. С. Хабеев, Ф. Б. Нагиев // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1985. — № 6. — С. 52–59.
10. Nigmatulin R. Dynamics, heat-mass transfer of vapor-gas bubbles in a liquid. Printed in Great Britain / R. I. Nigmatulin, N. S. Khabeev, F. B. Nagiyev // Inter. J. Heat and Mass Transfer. — 1981. — Vol. 24. — № 6. — P. 1033–1044.