

НАБЛЮДАЕМОСТЬ ВЫБОРОЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ В СУДОСТРОЕНИИ

OBSERVABILITY SAMPLING DISTRIBUTIONS WHEN MEASURING IN THE MARINE ENGINEERING

Погрешность измерения при контроле деталей судового машиностроения имеет своим следствием возникновение ошибок контроля в виде неправильно принятых и неправильно забракованных деталей. В итоге неконтролируемо снижаются функциональные свойства изделий машиностроения, с одной стороны, и экономическая эффективность производства — с другой. Отсюда следует актуальность задачи оценки погрешности измерения и, в частности, ее случайной составляющей.

Случайная погрешность измерения величин с единственным значением оценивается по результатам многократных измерений в предположении неограниченной наблюдаемости размаха выборки. Однако наблюдаемость выборочного распределения ограничивается разрешающей способностью конкретной шкалы прибора, определяемой ценой деления. В итоге результаты статистической обработки содержат некоторую долю неопределенности. Образовался разрыв между теорией и практикой измерений в части оценки погрешности. Цифровые технологии моделирования распределений, случайных выборок из этих распределений по реальным шкалам и обработке результатов позволяют исследовать эти вопросы. Получены опытные вероятностные оценки ненаблюдаемых погрешностей измерения для разных шкал.

Measurement error in controlling parts of marine engineering has the effect of errors in the form of incorrectly accepted and incorrectly rejected parts. In the end an uncontrollably down the functional properties of engineering products on the one hand, and the economic efficiency of production, on the other hand. Here is the urgency of the task evaluation of measurement errors and, in particular, its random component.

Random error of measurement values with a single value is estimated based on the results of multiple measurements in the assumption of unlimited sampling scope observability. However, the sampling distribution is limited observability resolution specific scale device defined by divisions. In the end the aggregation results contain some uncertainty. There is a gap between theory and practice of measurement error estimates. Digital simulation technology distributions, random samples of these distributions on a real scale and enable you to explore these issues. Received advanced probabilistic estimation of unobserved measurement errors for different scales.

Ключевые слова: нормальное распределение, выборки, размах, погрешность измерения, цена деления шкалы прибора, разрешающая способность шкалы.

Key words: distribution, observation, samples, random error, division scale, resolving capacity.

П

ОГРЕШНОСТЬ измерения деталей машин при контроле приводит к ошибкам контроля, снижающим в итоге качество изделий и эффективность производства. Не последнюю роль в формировании погрешности измерений должна играть цена деления шкалы прибора. Однако исследований на эту тему нет, а имеющиеся публикации, учитывая важность и сложность проблемы, носят постановочный характер (Общие методы и средства линейно-угловых измерений: учеб. пособие / под ред. Ф. В. Цидулко. — М.: Изд-во стандартов, 1981). Таким образом, проблема цены деления шкалы прибора должна решаться в связи с необходимостью выявления и оценки случайной составляющей погрешности измерения.

Случайная погрешность измерения оценивается по результатам многократных измерений величин с единственным значением, к которым относятся и размеры деталей машиностроения, в предположении неограниченной наблюдаемости зоны рассеяния выборочных значений [1] – [9]. Однако теоретический анализ формирования отсчета, учитывающий случайность размаха выборки и реальную цену деления шкалы, указывает на существование разрешающей способности шкалы как минимальной зоны рассеяния выборки, наблюдаемой на данной шкале [10]. По этой

причине результаты статистической обработки могут содержать неопределенность. Цифровые технологии моделирования распределений, случайных выборок из этих распределений по реальным шкалам и компьютерной обработки результатов позволяют исследовать эти вопросы, что невозможно сделать другими средствами.

Для исследования влияния цены деления шкалы прибора на наблюдаемость распределения и на оценку случайной погрешности измерения выполнен пересчет симулированных на компьютере, указанных в табл. 1, показаний 20 выборок объема $n = 5$ на конкретную шкалу с округлением до целых делений. Исследовано 30 шкал, на которых зона распределения k составляла от одного до 30 делений. Результаты «измерений», т.е. отдельные показания x_i и размах w , выражены в делениях конкретной текущей шкалы, а средние \bar{x} , среднеквадратические отклонения $s(\bar{x})$ и расчетные погрешности ε выражены в единицах (делениях) базовой шкалы, в качестве которой принята шкала, шесть делений которой укладывается в зоне распределения 6σ исходной совокупности. Программа MatLab воспроизводит выборки из нормальной совокупности с математическим ожиданием μ , равным нулю, и среднеквадратическим отклонением σ , равным единице. Значения x_i в выборках табл. 1 есть симуляция показаний прибора по базовой шкале с точностью до четвертого знака после запятой практически с неограниченной точностью.

Для каждой выборки рассчитаны:

– $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ — среднее значение измеряемой величины, принимаемое за оценку измеряемой

величины;

– $s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ — среднеквадратическое отклонение оценки величины;

– $\varepsilon = s(\bar{x}) t_{0,05}(n-1)$ — расчетная выборочная эмпирическая оценка доверительной границы случайной погрешности измерения [2];

– $t_{0,05}(n-1) = 2,776$ — по таблицам распределения Стьюдента при доверительной вероятности $P = 0,95$.

Таблица 1

Показания x_i с точным отсчетом

$x_i =$

Выборки с 1 по 14

0,6232	0,7990	0,9409	-0,9921	0,2120	0,2379	-1,0078	-0,7420	1,0823	-0,1315	0,3899	0,0880
-0,6355	-0,5596										
0,0000	-0,3179	1,0950	-1,8740	0,4282	0,8956	0,7310	0,5779	0,0403	0,6771	0,5689	-0,2556
-0,3775	-0,2959										
-1,6041	0,2573	-1,0565	1,4151	-0,8051	0,5287	0,2193	-0,9219	-2,1707	-0,0592	-1,0106	0,6145
0,5077	1,6924										
0,2944	-1,3362	0,7143	1,6236	-0,6918	0,8580	1,2540	-1,5937	-1,4410	0,5711		
-0,3999	0,6900	0,8156	0,7119								
-0,4326	-1,6656	0,1253	0,2877	-1,1465	1,1909	1,1892	-0,0376	0,3273	0,1746		
-0,1867	0,7258	-0,5883	2,1832								

Выборки с 15 по 20

0,4437	-0,9499	0,7812	0,5690	-0,8217	-0,2656						
-1,4751	-0,2340	0,1184	0,3148	1,4435	-0,3510						
0,5913	-0,6436	0,3803	-1,0091	-0,0195	-0,0482						
1,2902	0,6686	1,1908	-1,2025	-0,0198	-0,1567						
-0,1364	0,1139	1,0668	0,0593	-0,0956	-0,8323						

Цена деления шкалы, приведенная к базовой шкале, равна

$$c = \frac{6}{k},$$

где k — число делений шкалы в зоне бс как условный номер шкалы.

Увеличению k свыше шести соответствует уменьшение цены деления, а уменьшение k ниже шести — увеличению относительно базовой шкалы.

Для каждой шкалы по каждой выборке выполнены:

- пересчет показаний делением x_i на цену деления текущей шкалы c ;
- округление полученных значений до целых делений текущей шкалы;
- расчет размаха выборки w как разности наибольшего и наименьшего показания по текущей шкале;
- расчет \bar{x} , $s(\bar{x})$ и ϵ по приведенным выражениям;
- расчет приведенной к базовой шкале погрешности ϵ_1 умножением текущей ϵ на цену деления шкалы c .

Прежде всего, следует отметить случайность и неоднозначность доверительных границ ϵ , рассчитанных для каждой выборки по исходным показаниям с неограниченной точностью отсчета.

Графики рис. 1 и 2 демонстрируют характер изменения размаха w и расчетной погрешности ϵ_1 в зависимости от цены деления шкалы для выборок № 4 и № 10 соответственно. Соответствующие графики остальных выборок не выходят за границы образовавшегося коридора.

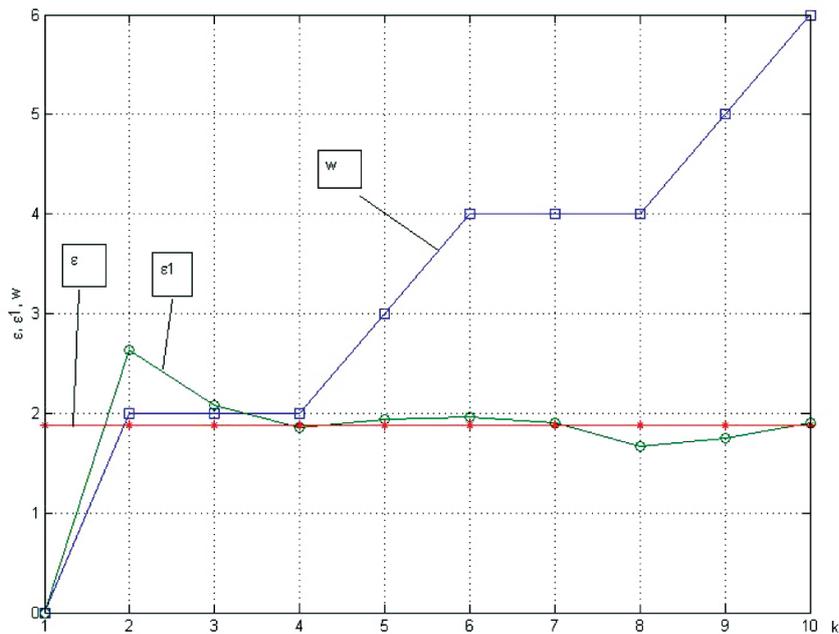


Рис. 1. График изменения погрешности измерения ϵ , ϵ_1 и размаха w в зависимости от цены деления шкалы для выборки № 4

На рис. 3 представлен график зависимости, приведенной к базовой шкале размаха w_1 , от цены деления текущей шкалы — w , умноженного на c . График имеет характер переходного процесса.

На всех графиках можно выделить зону ненаблюдаемости, зону неопределенности и зону разрешения.

Не наблюдаются, т.е. при $w = 0$:

- распределение в одно деление шкалы с вероятностью 100 %;
- распределение в два деления в 14-ти выборках из 20;
- распределение в три деления в пяти выборках из 20;
- распределение в четыре деления в двух выборках из 20.

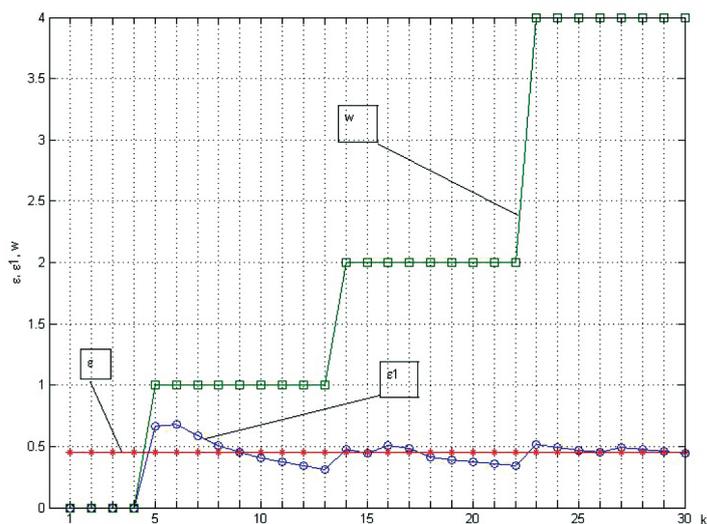


Рис. 2. График изменения погрешности измерения ϵ , ϵ_1 и размаха w в зависимости от цены деления шкалы для выборки № 10

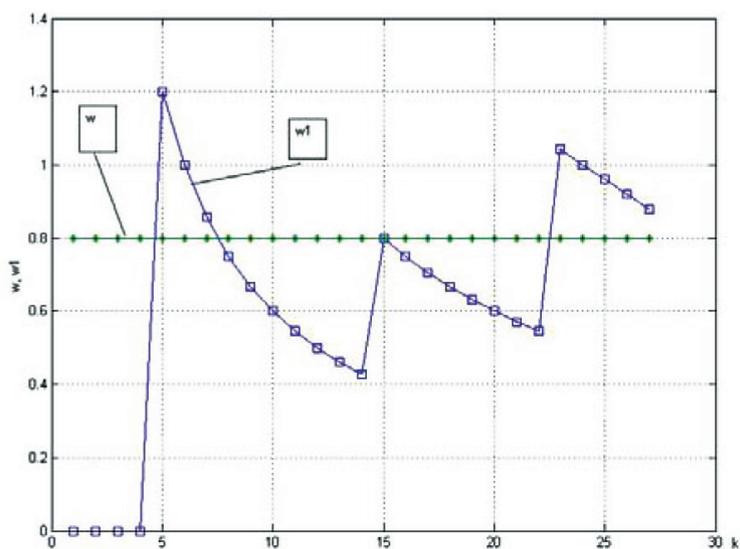


Рис. 3. График изменения приведенного к базовой шкале размаха w_1 в зависимости от цены деления шкалы для выборки № 10

Таким образом, для распределений до четырех делений шкалы гарантированной наблюдаемости не существует. Интегральное распределение вероятностей этого граничного значения k , т.е. нарастающим итогом, приведено в табл. 2,

где $n = 41$ — общее число выборок по разным шкалам с $w = 0$;

m — число выборок с нулевым размахом на шкалах с распределением до k ;

$P = P\{6\sigma < k\}$ — вероятность $\{6\sigma < k\}$.

Таблица 2

$P = P\{6\sigma < k\}$ при $w = 0$

k	2	3	4	5
$P = \frac{m}{n}, \%$	49	83	95	100

С дальнейшим уменьшением цены деления шкалы за пределы $k = 4$ распределение наблюдается, т. е. $w \geq 1$. Однако наблюдаемость при w , равном единице или двум, еще не означает, как показывает моделирование, достижения достаточной точности разрешения по степени приближения расчетной погрешности ϵ по данной шкале k к значению той же величины, полученному по отсчетам с неограниченной точностью. В выборках, у которых точное расчетное значение ϵ превышает эталонное значение 0,9, на графиках наблюдается дополнительное гипертрофированное увеличение расчетной погрешности — исчезающий в дальнейшем всплеск как результат грубого округления на грубой шкале (выборки № 1, 2, 4, 8, 9, 14 и 15). Рис. 3 соответствует выборке № 10 ($w=1$ — размах, приведенный к базовой шкале). Поэтому, соответствующие зоны значений k , признаком которых является равенство размаха w единице и двум, также нельзя назвать зоной разрешения. И только на шкалах $k = 5$ и более происходит выравнивание с точностью 10 – 15 % расчетных ϵ_1 по шкале с ее точным значением ϵ . Следовательно, можно принять для разрешающей способности шкал, понимаемой как минимальное значение зоны рассеяния показаний, случайное распределение которой может наблюдаться на шкале при измерениях, значение в пять делений [10]. При $k = 5$ и более шкала дает разрешение, достаточное для расчета погрешности ϵ с указанной выше точностью. При $k < 5$ измерение попадает в зону неопределенности.

Возникает вопрос, что курс при измерениях может служить признаком зоны разрешения и зоны неопределенности и какие решения могут быть приняты в последнем случае. Полученные данные однозначно свидетельствуют, что признаком зоны разрешения является условие $w > 2$, которое соблюдается, начиная со шкалы $k = 5$ и более.

Признаком зоны неопределенности можно принять условие $w \leq 2$. Но этот признак встречается и в зоне разрешения вследствие случайности выборок. Поэтому признаки $w = 0$, $w = 1$ и $w = 2$ имеют случайное распределение в двумерном пространстве (шкалы — выборки).

Распределение $w = 0$ приведено ранее. Интегральное распределение вероятностей граничного значения k при условии $w = 1$ приведено в табл. 3, где $n = 59$ — общее число выборок по разным шкалам, у которых $w = 1$.

Таблица 3

$$P = P\{6\sigma < k\} \text{ при } w = 1$$

k	3	5	9	14
$P = \frac{m}{n}, \%$	8	44	83	100

Выборки со значением $w = 2$ непрерывно наблюдаются на шкалах до $k = 22$. Интегральное распределение вероятностей этого признака приведено в табл. 4, где $n = 77$ — общее число выборок по разным шкалам, у которых $w = 2$.

Таблица 4

$$P = P\{6\sigma < k\} \text{ при } w = 2$$

k	3	7	14	23
$P = \frac{m}{n}, \%$	1,3	38	75	100

Таким образом, при размахе до двух делений включительно в результатах измерения существует значительная неопределенность. С эмпирической вероятностью $P = 1,0$ при $w = 0$ зона рас-

пределения может достигать четырех делений, при $w = 1$ — 13 и при $w = 2$ — 22 делений шкалы, и эта граница может рассматриваться как доверительная для всех выборок.

Для устранения неопределенности погрешность по необходимости надо принимать по максимуму распределения (23 деления при $w = 2$), определяя таким образом ее доверительную границу. Если принимаемые по результатам измерений заключения по оценке погрешности оказываются неприемлемыми (например в случае оценки параметров разбраковки деталей при контроле), возникает необходимость коррекции измерений путем замены прибора на другой, с меньшей ценой деления, если в предыдущем измерительном эксперименте размах был меньше трех делений. Так, цена деления шкалы прибора вовлекается в оценку погрешности измерения и в процесс выбора средства измерения.

Таким образом, моделирование, позволяющее наблюдать за формированием числового значения отсчетов при измерениях, показывает, что:

- 1) для каждой шкалы существует граница наблюдаемости и разрешающей способности по отношению к измеряемому распределению; получены данные для выборок объема $n = 5$;
- 2) статистической обработке должно предшествовать устранение неопределенности из результатов измерений, обусловленной ограниченной точностью отсчета по шкале прибора, путем подбора средства измерения с достаточно малой ценой деления;
- 3) признаком неопределенности или ее отсутствия в измерениях является значение размаха в выборке.

Список литературы

1. ГОСТ Р 8.736-2011. ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. Дата введения: 2013.01.01.
2. *Сергеев А. Г.* Метрология, стандартизация, сертификация: учеб. пособие / А. Г. Сергеев, М. В. Латышев, В. В. Терегеря. — М.: Логос, 2003.
3. *Третьяк Л. Н.* Обработка результатов наблюдений: учеб. пособие / Л. Н. Третьяк. — Оренбург: Изд-во Оренбургского гос. ун-та, 2014.
4. *Мокров Ю. В.* Метрология, стандартизация и сертификация / Ю. В. Мокров. — М.: Международный ун-т природы, общ-ва и человека «Дубна», 2007.
5. *Данилевич С. Б.* Качество продукции и достоверность результатов контроля / С. Б. Данилевич, С. С. Колесников // Компетентность. — 2011. — № 2. — С. 20–22.
6. *Цветков Э. И.* Определение погрешностей и характеристик погрешностей с использованием комбинированных методов метрологического анализа / Э. И. Цветков // Известия Волгоградского гос. техн. ун-та. — 2008. — Т. 4. — №. 2. — С. 10–12.
7. *Правиков Ю. М.* Метрологическое обеспечение производства / Ю. М. Правиков, Г. Р. Муслина. — М.: Кнорус, 2011.
8. *Эйдельман Г. И.* Обработка результатов измерений: учеб. пособие / Г. И. Эйдельман, Н. А. Кириллова, Д. Ю. Орлов [и др.]. — Владимир: Изд-во ВГТУ, 2011.
9. *Радкевич Я. М.* Метрология, стандартизация и сертификация: учебник для вузов / Я. М. Радкевич, А. Г. Схиртладзе, Б. И. Лактионов. — М.: Мир горной книги, 2003.
10. *Куликов В. А.* Цена деления и разрешающая способность шкалы / В. А. Куликов, А. В. Куликов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2013. — Т. 56. — № 3. — С. 44–47.