

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ВАРИАЦИОННЫМ МЕТОДОМ В СИСТЕМЕ СИМВОЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ MAPLE

Конформные отображения применяются при решении многочисленных технических задач, возникающих на водном транспорте. Это, прежде всего, задачи расчета плоских гармонических векторных полей в гидромеханике (русловые процессы, поля скоростей в водопроводных галереях судоходных шлюзов) и теории фильтрации (при проектировании плотин, камер судоходных шлюзов). В статье рассмотрен приближенный метод построения конформных отображений в системе символьных вычислений Maple, основанный на использовании свойств минимума площади и минимума длины контура при преобразовании области на круг и применении метода Рунца. В связи с существующими проблемами реализации аналитических методов на ЭВМ, связанными с вычислительной неустойчивостью большинства из них, излагается новый подход к решению указанных задач на основе использования возможностей символьных вычислений. Разработан алгоритм решения задачи о построении конформного отображения заданной области на круг. Методика использования системы Maple продемонстрирована на двух примерах построения конформных отображений эллипса и пятиугольника на круг единичного радиуса. Показана эффективность применения вариационного метода в совокупности с системой аналитических вычислений Maple к решению указанных задач.

Ключевые слова: конформное отображение, область, круг, метод Рунца, минимум функционала, уравнение Лапласа, комплексная переменная.

Введение

Идея применения вариационного метода к построению функций, осуществляющих приближенное конформное отображение области на круг не нова, ей посвящен, в частности, один из разделов монографии Л. В. Канторовича и В. И. Крылова [1]. Однако, из-за трудностей, возникающих при реализации данного метода, полноценно использовать его стало возможным лишь с появлением систем компьютерной математики.

Конформное преобразование и уравнение Лапласа

Конформные отображения имеют многочисленные приложения в механике, физике и технике, прежде всего для расчетов плоских гармонических векторных полей в гидро- и аэродинамике, теории фильтрации, теории электрических и магнитных полей, теории теплопередачи, теории упругости. Вопросы применения теории конформных отображений к решению задач из различных областей науки рассмотрены в работах Г. Карслоу, Н. Е. Кочина, М. А. Лаврентьева, Л. И. Седова, А. Н. Тихонова, а также других отечественных и зарубежных ученых.

Многие стационарные задачи математической физики сводятся к решению простейшего из уравнений эллиптического типа — уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

При этом искомая функция $u(x, y)$, решающая поставленную проблему, определяется, во-первых, областью, в которой она ищется, и, во-вторых, граничными условиями, которые должны быть выполнены на контуре этой области.

Часто для простейших областей: круга, квадрата, кругового кольца, плоскости с разрезами и т. п., задача может быть просто решена даже для достаточно сложных краевых условий. Если же область имеет сложное строение, то решение задачи непосредственно для этой области представляет подчас весьма большие затруднения даже для такой простой задачи, какой является, например, проблема Дирихле. Поэтому пытаются предварительно преобразовать данную область к простейшему виду. При таких преобразованиях будет меняться, вообще говоря, не только об-

ласть, для которой ищется решение, и граничные условия, но и дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять искомая функция. Наибольшее значение будет, очевидно, иметь такое преобразование, относительно которого само дифференциальное уравнение остается инвариантным. Как известно, уравнение Лапласа остается инвариантным относительно конформных преобразований, доставляемых дифференцируемыми функциями комплексной переменной. Ответ на вопрос о существовании дифференцируемой функции, совершающей взаимно однозначное преобразование односвязных областей друг на друга, дается известной теоремой Римана.

Задача об эффективном построении функции, совершающей преобразование одной области на другую, даже в простом случае преобразования области на круг или круга на область, представляет часто весьма большие или даже непреодолимые затруднения. Поэтому большое значение имеют методы приближенного представления преобразующей функции. Обычно пытаются приблизиться к искомой функции, составляя известные комбинации из хорошо изученных функций. Наиболее простыми и чаще всего употребляемыми функциями являются *полиномы*. Относительно их применения К. Рунге было установлено, что в данной области всегда можно построить полином, который отличается от функции, преобразующей область на круг, как угодно мало в любой внутренней части области. Кроме того, Дж. Уолш установил, что если граница области есть простая кривая, то можно подобрать полином так, чтобы он отличался от преобразующей функции как угодно мало всюду в области, включая и её границу.

Среди функций, дающих конформное преобразование заданной односвязной однолистной области D на некоторую другую область, функция, отображающая на круг, обладает следующими экстремальными свойствами:

- свойством минимума площади при преобразовании области на круг;
- свойством минимума длины контура при преобразовании области на круг.

Указанные свойства позволяют дать сравнительно простой по идее и в некоторых случаях по вычислениям метод приближенного конформного преобразования области на круг.

Свойство минимума площади при преобразовании области на круг

Рассмотрим функцию

$$\zeta = f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots \quad (1)$$

Допустим, нужно найти конформное преобразование однолистной области D на круг так, чтобы заданная внутренняя ее точка, которую всегда можно принять за начало координат, переходила в центр круга и определенное направление в этой точке, принимаемое за положительное направление вещественной оси, совпадало бы с положительным направлением вещественной оси преобразованной области. Эти условия равносильны требованиям:

$$f(0) = 0; \quad f'(0) = a_1 > 0.$$

Всегда можно добиться того, что $a_1 = 1$, для этого достаточно рассмотреть функцию $\frac{f(z)}{a_1}$, которая будет так же давать отображение D на круг, как и $f(z)$, но только может быть другого радиуса, что не существенно. Поэтому всегда можно предположить:

$$f(0) = 0; \quad f'(0) = 1. \quad (2)$$

Как показано в [1], функцию, дающую требуемое конформное преобразование, можно искать как решение следующей вариационной задачи: среди функций, регулярных в области D и удовлетворяющих условиям (2), найти ту, которая дает минимум интегралу

$$I = \iint_D f'(z) \overline{f'(z)} dx dy, \quad (3)$$

выражающему площадь преобразованной области по сравнению со всеми другими функциями, которые удовлетворяют требованиям условий (2).

Свойство минимума длины контура при преобразовании области на круг

Рассмотрим всевозможные конформные преобразования области D , совершаемые при помощи регулярных в области D функций $\zeta = f(z)$, удовлетворяющих условиям (2). Как показано в [1], среди таких функций функция, выполняющая конформное преобразование области D на круг, обладает тем свойством, что она дает наименьшее значение интеграла:

$$I = \int_L |f'(z)| ds, \quad (4)$$

равного длине изображения контура L .

Применение метода Ритца

Для решения задачи минимизации функционалов (3) и (4) будем использовать метод Ритца. При вычислениях по методу Ритца зачастую получаются плохо обусловленные системы уравнений. Приближенное решение таких систем известными методами приводит к большим погрешностям, что делает результат вычислений бесполезным. Однако применение систем компьютерной математики позволяет более эффективно использовать данный метод, устранить проблемы, связанные с плохой обусловленностью систем, а также получить достаточно точное решение задачи. Среди таких систем компьютерной математики следует отметить две наиболее мощные системы, такие как *Maple* и *Mathematica*.

Отметим, что используя свойство минимума площади при преобразовании области на круг, можно искать не непосредственно функцию $f(z)$, а $f'(z)$, так как под знак интеграла (3) $f(z)$ не входит, и по найденной производной $f'(z)$ восстановить функцию $f(z)$,

$$f(z) = \int_0^z f'(z) dz.$$

Используя свойство минимума длины контура при преобразовании области на круг при вычислениях удобнее искать приближения не непосредственно к производной $f'(z)$, ввиду линейности подынтегрального выражения относительно $|f'(z)|$, а к $\sqrt{f'(z)}$. Допустимыми будут все функции $\varphi(z)$, обращающиеся в единицу в начале координат. Среди них будем искать ту, которая дает наименьшее значение интеграла:

$$I = \int_L |\varphi(z)|^2 ds = \int_L \varphi(z) \overline{\varphi(z)} ds. \quad (5)$$

Если удастся разыскать решение вариационной задачи для функционала (5), то функция совершающая искомое преобразование, определится по формуле

$$f(z) = \int_0^z \varphi^2(z) dz.$$

Примеры построения конформных отображений

Рассмотрим методику применения метода Ритца в системе *Maple* на конкретных примерах.

Пример 1. Приблизительно построить конформное отображение эллипса с полуосями $a = 3$, $b = 2$, если начало координат в точке пересечения осей эллипса (рис. 1).

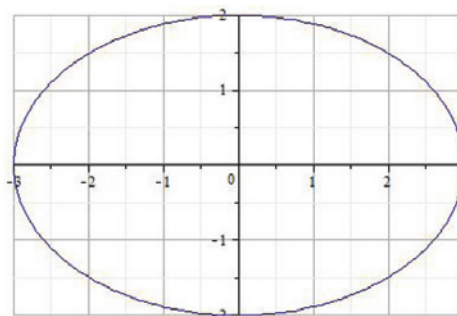


Рис. 1. Отображаемая область — эллипс

Все вычисления выполняем в системе *Maple*. Сначала подключаем необходимые пакеты:
> *with(VectorCalculus): with(Optimization):*

Для наглядности можно изобразить отображаемую область (рис. 1); в данном случае это эллипс. Набираем команду:

> *plot([3*cos(t), 2*sin(t), t = 0..2*pi], color = blue, scaling = constrained, gridlines = true);*

После нажатия клавиши «Enter» на экране монитора появится изображение эллипса (см. рис. 1).

Задаем степень полинома n и вычисляем выражения для функций $f'(z)$ и $\overline{f'(z)}$, которые обозначим как P и $P1$ соответственно; вычисляем подынтегральную функцию в функционале (3), которую обозначим как Q :

> $n := 4; P := 1 + \sum_{i=1}^n (a_i + I \cdot b_i) \cdot (x_i + I \cdot y_i)^i; P1 := 1 + \sum_{i=1}^n (a_i - I \cdot b_i) \cdot (x_i - I \cdot y_i)^i; Q := \text{expand}(P \cdot P1);$

Вычисляем функционал (3):

> $J := \text{int}\left(Q, [x, y] = \text{Ellipse}\left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1\right)\right);$

Минимизируем функционал:

> $res := \text{Minimize}(J);$

Результат выполнения последней команды появляется на экране монитора:

$res := [16.7866843612400, [a_1 = 0., a_2 = -0.0984942061510830, a_3 = 0., a_4 = 0.00437728717667569, b_1 = 0., b_2 = 0., b_3 = 0., b_4 = 0.]]$.

Далее нужно присвоить вычисленные значения коэффициентам a_i и b_i . Это осуществляется командами

> $op(2, res): assign(\%);$

Таким образом, найдена производная отображающей функции $f'(z)$ — обозначим ее $p1$:

> $p1 := 1 + \sum_{i=1}^n (a_i + I \cdot b_i) \cdot z^i;$

$p1 := 1 + (-0.0984942061510830 + 0. I)z^2 + (0.00437728717667569 + 0. I)z^4.$

Восстанавливаем отображающую функцию > $p := \int_0^z p1 dz$

$p := z - 0.03283140205z^3 + 0.0008754574353z^5.$

Для последующего использования удобно преобразовать полученное выражение в функцию

> $p := unapply(p, z)$

$p := z \rightarrow z - 0.03283140205z^3 + 0.0008754574353z^5$

и функцию-отображение на единичный круг

> $w := unapply\left(\frac{p(z)}{\text{abs}(p(3))}, z\right)$

$w := z \rightarrow 0.4298693327z - 0.01411321289z^3 + 0.0003763323035z^5.$

Для проверки качества полученного решения параметризуем границу области D и построим график ее образа при отображении функцией $w(z)$ — рис. 2:

```
> z1 := 3 · cos(t) + 2 · sin(t):
pic1 := plot([evalc(Re(w(1))), evalc(Im(w(1))), t = 0..2 · π]):
pic1 := plot([cos(t), sin(t), t = 0..2 · π], color = blue, linestyle = dash, thickness = 2):
plots[display]({pic1, pic2}, tickmarks = [10, 10]).
```

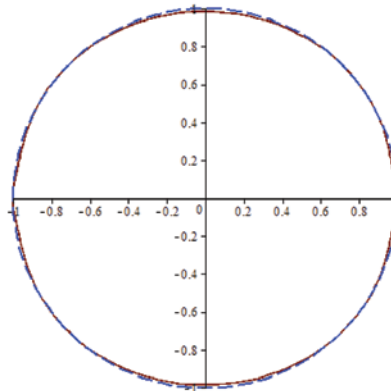


Рис. 2. Круг и его аппроксимация при отображении эллипса

На рис. 2 пунктиром показан точный единичный круг, сплошной линией — приближение к нему. Как видим, уже многочлен пятой степени дает достаточно точное приближение к кругу.

Можно оценить и погрешность вычислений:

```
> assume(t, real): absw1 := abs(exp and(w(z1))): Maximize(abs(absw1 - 1), {t ≤ 2 · π, 0 ≤ t});
[0.00181516596201847236, [t ≈ 1.02918393864730]].
```

Погрешность в данном случае составляет не более чем $\varepsilon = 0.002$.

Следует отметить, что точность и трудоемкость решения задачи зависит от характера отображаемой области. Так, для отображения на единичный круг эллипса с большим эксцентриситетом (например, с полуосями $a = 4$, $b = 1$ и эксцентриситетом $\eta = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{15}}{4} \approx 0.96825$) приходится использовать комплексный многочлен более высокой степени. На рис. 3 показан результат решения задачи при степени многочлена $n = 15$. Погрешность при этом составляет не более чем $\varepsilon = 0.02$, т.е. на порядок хуже, чем в предыдущем случае.

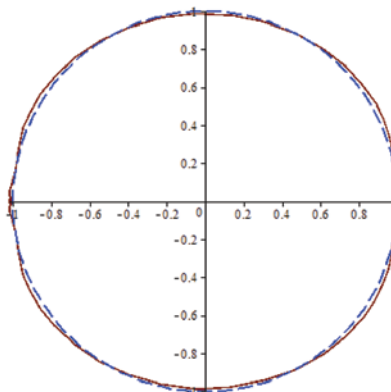


Рис. 3. Круг и его аппроксимация при отображении эллипса с эксцентриситетом 0,97.

Пример 2. Приблизительно построить конформное отображение пятиугольника с вершинами в точках $(-3, -1), (1, 3), (4, 0), (4, -2), (0, -3)$

Изобразим отображаемую область. Строим пятиугольник по его вершинам (рис. 4):

$\text{display}(\text{poligon}([[-3,-1],[1,3],[4,0],[4,-2],[0,-3]]), \text{color} = \text{gray}, \text{thickness} = 2)$.

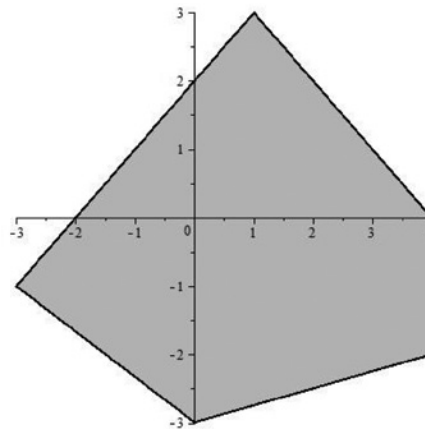


Рис. 4. Отображаемая область-пятиугольник

Задаем степень полинома n и выражения для $f'(z)$ и $\overline{f'(z)}$ — переменные P и $P1$, вычисляем подынтегральную функцию в функционале (3) — переменная Q .

Учитывая замечание о точности и трудоемкости решения задачи в конце примера 1, зададимся степенью полинома $\ll n = 40 \gg$ и увеличим число значащих цифр при выполнении расчетов ($\text{Digits} = 70$):

$\text{> } n := 40 : \text{Digits} := 70 :$

$$P := \exp \text{and} \left(1 + \sum_{i=1}^n (a_i + I \cdot b_i) \cdot (x_i + I \cdot y_i)^i \right):$$

$$P1 := \exp \text{and} \left(1 + \sum_{i=1}^n (a_i - I \cdot b_i) \cdot (x_i - I \cdot y_i)^i \right):$$

$$Q := \exp \text{and} (P \cdot P1):$$

Будем вычислять функционал как сумму трех интегралов по трем треугольным областям (рис. 5):

$\text{> } T1 := \text{poligon}([[-3,-1],[1,3],[0,-3]], \text{color} = \text{gray}):$

$T2 := \text{poligon}([1,3],[4,-2],[0,-3], \text{color} = \text{green}):$

$T3 := \text{poligon}([1,3],[4,0],[4,-2], \text{color} = \text{red}):$

$\text{display}(\{T1, T2, T3\})$

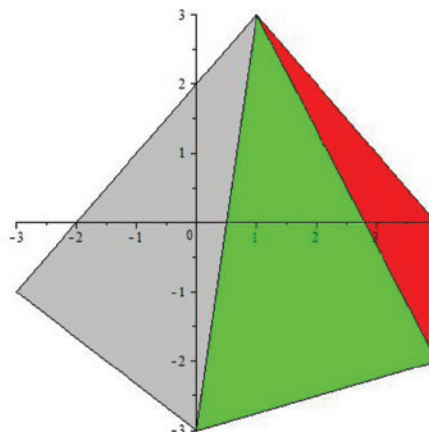


Рис. 5. Разбиение области на треугольники

Вычисляем функционал (3):

```
> J1 := int(Q,[x,y] = Triangle(<-3,-1>,<0,-3>,<1,3>)):
J2 := int(Q,[x,y] = Triangle(<0,-3>,<4,-2>,<1,3>)):
J3 := int(Q,[x,y] = Triangle(<1,3>,<4,-2>,<4,0>)):
J := J1 + J2 + J3:
```

Минимизируем функционал и восстанавливаем отображающую функцию

```
> res := Minimize(J): op(2,res): assign(%):
```

$$p1 := 1 + \sum_{i=1}^n (a_i + I \cdot b_i) \cdot z^i :$$

$$p := \int_0^z p1 dz : p := unapply(p, z):$$

$$w := unapply\left(\frac{p(z)}{\text{abs}(p(3))}, z\right):$$

Параметризуем границу области D и построим график ее образа при отображении функцией $w(z)$ — рис. 6:

```
> z1 := t + (t + 2) * I : z2 := t + (4 - t) * I : z3 := 4 + t * I : z4 := t + (t/4 - 3) * I : z5 := t - (2*t/3 + 3) * I :
pic1 := plot([evalc(Re(w(z1))), evalc(Im(w(z1))), t = -3..1]):
pic2 := plot([evalc(Re(w(z2))), evalc(Im(w(z2))), t = 1..4]):
pic3 := plot([evalc(Re(w(z3))), evalc(Im(w(z3))), t = -2..0]):
pic4 := plot([evalc(Re(w(z4))), evalc(Im(w(z4))), t = 4..0]):
pic5 := plot([evalc(Re(w(z5))), evalc(Im(w(z5))), t = -3..0]):
pp := plot([cos(t), sin(t), t = 0..2 * pi], style = point, numpoints = 5):
plots[display]({pic1, pic2, pic3, pic4, pic5, pp}):
```

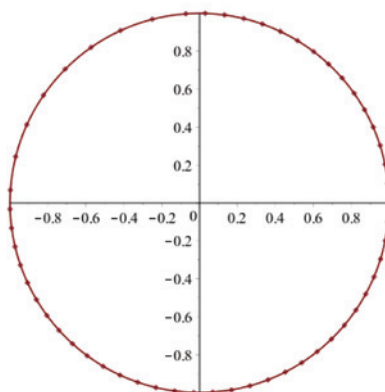


Рис. 6. Круг и его аппроксимация при отображении пятиугольника

Как видно из рис. 6, аппроксимирующая кривая практически совпадает с окружностью. Аналогично примеру 1 можно оценить и погрешность вычислений. В данном случае она не пре-

вышает $\varepsilon = 0.0005$. Обратим внимание на то, что для аппроксимации конформного отображения использовался полином степени $n = 40$, при этом расчеты выполнялись с числом значащих цифр $Digits = 70$.

Заключение

Рассмотренные примеры приближенного построения конформных отображений областей на круг единичного радиуса показывают эффективность применения вариационного метода в совокупности с системой аналитических вычислений *Maple* к решению указанных задач. Отметим, что в системе *Maple* также легко реализовать метод Ритца, основанный на свойстве минимума длины контура при конформном преобразовании области на круг. В системе *Maple* имеются эффективные средства вычисления контурных интегралов [2].

Как известно, реализация многих аналитических методов на цифровых компьютерах приводит к вычислительной неустойчивости большинства из них. Это связано с накоплением ошибок округления, возникающих при работе на множестве действительных чисел с ограниченным числом значащих цифр в мантиссе, которое реализуется на цифровых компьютерах. Выход из такого затруднительного положения видится в использовании для некоторых числовых расчетов систем аналитических вычислений, в которых проблемы, связанной с использованием ограниченного количества значащих цифр в мантиссе действительного числа, не существует.

Система *Maple* эффективно используется для решения различных задач математической физики: математического моделирования в механике деформируемого твердого тела при расчете различных судовых и гидротехнических конструкций, а также при решении задач теории упругости и теплопроводности [3] – [18].

Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы при решении многочисленных технических задач, возникающих на водном транспорте. Прежде всего, это относится к задачам расчета плоских гармонических векторных полей в гидромеханике (при проектировании русловых процессов или расчете полей скоростей в водопроводных галереях судоходных шлюзов), теории фильтрации (при проектировании плотин, камер судоходных шлюзов), теории теплопроводности (при решении различных задач, связанных с фазовыми переходами, в частности задач промерзания-оттаивания грунтов), а также при решении задач теории упругости, связанных с расчетами на прочность гидротехнических сооружений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канторович Л. В. Приближенные методы высшего анализа / Л. В. Канторович, В. И. Крылов. — М.: ГИТТЛ, 1950. — 695 с.
2. Голоскоков Д. П. Практический курс математической физики в системе Maple: учеб. пособие для вузов / Д. П. Голоскоков. — СПб.: ООО «ПаркКом», 2010. — 643 с.
3. Голоскоков Д. П. Примеры реализации в Maple энергетического метода для задач изгиба тонких плит / Д. П. Голоскоков // IV-й Междунар. семинар по математическому моделированию в системах компьютерной математики KAZCAS-2014. Междунар. школа по математическому моделированию в системах компьютерной математики KAZCAS-SCHOOL-2014; под общ. ред. Ю. Г. Игнатьева. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2014. — С. 33–62.
4. Голоскоков Д. П. Расчет плоских затворов судоходных шлюзов на динамическое воздействие / Д. П. Голоскоков, А. В. Васин // Междунар. науч.-практ. конф. ИТОН-2014. IV-й Междунар. семинар и междунар. школа «Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики: материалы конф. и тр. семинара; под общ. ред. засл. деят. науки РТ д-ра физ.-мат. наук, проф. Ю. Г. Игнатьева. — Казань: Изд-во ООО «Фолиант», 2014. — С. 295–299.
5. Goloskokov D. P. Analyzing simply supported plates using Maple system / D. P. Goloskokov // 2014 International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA). — 2014. — Pp. 55–56.

6. Goloskokov D. P. Simulation of the Dynamic Loads and Calculation of Plane Lock Bypass Galleries / D. P. Goloskokov, A. V. Vasin // International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on. — IEEE, 2014. — Pp. 197–198.
7. Голоскоков Д. П. Моделирование температурных полей при частичном нарушении теплоизоляции / Д. П. Голоскоков // Журнал университета водных коммуникаций. — 2010. — № 4. — С. 53а–56.
8. Голоскоков Д. П. Математическое моделирование нестационарных температурных полей / Д. П. Голоскоков // Журнал университета водных коммуникаций. — 2011. — № 1 (9). — С. 79–83.
9. Голоскоков Д. П. Расчет плоских перекрытий в системах символьных вычислений / Д. П. Голоскоков // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2015. — № 4 (32). — С. 119–125.
10. Голоскоков Д. П. Метод полиномов в задачах теории тонких плит / Д. П. Голоскоков, П. Г. Голоскоков. — СПб.: Изд-во СПбГУВК, 2008. — 254 с.
11. Голоскоков Д. П. Численно аналитические методы расчета упругих тонкостенных конструкций нерегулярной структуры / Д. П. Голоскоков. — СПб.: Изд-во А. Кардакова, 2006. — 270 с.
12. Матросов А. В. Расчет балочных перекрытий численно-аналитическим методом / А. В. Матросов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2012. — № 1. — С. 8–15.
13. Матросов А. В. Численно-аналитический алгоритм решения задач плоской деформации линейно-упругих тел сложной конфигурации / А. В. Матросов // Вестник Санкт-Петербургского университета. — Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. — 2008. — № 3. — С. 70–84.
14. Матросов А. В. Алгоритмы получения замкнутых форм операторов метода начальных функций для пространственных задач теории упругости / А. В. Матросов, Г. Н. Ширунов // Вестник гражданских инженеров. — 2014. — № 1 (42). — С. 136–144.
15. Матросов А. В. Численно-аналитический расчет балок-стенок на линейно-упругом основании / А. В. Матросов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2011. — № 2. — С. 14а–21.
16. Ширунов Г. Н. Анализ напряженно-деформированного состояния упругого слоя под действием локальной нагрузки методом начальных функций / Г. Н. Ширунов // Вестник гражданских инженеров. — 2014. — № 5 (46). — С. 58–67.
17. Shirunov G. N. A method of initial functions in analyzing a stress and strain state of an elastic layer / G. N. Shirunov // Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on. — IEEE, 2014. — Pp. 166–167.
18. Matrosov A. V. Numerical-analytical computer modeling of a clamped isotropic thick plate / A. V. Matrosov, G. N. Shirunov // Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on. — IEEE, 2014. — Pp. 96–96.

MODELLING OF CONFORMAL MAPPINGS BY A VARIATION METHOD IN SYSTEM OF SYMBOLICAL EVALUATIONS MAPLE

Conformal mappings are applied at a solution of the numerous engineering problems arising on a water transport. It, first of all, problems of calculation of flat harmonious fields of vectors in a hydromechanics (river channel's processes, fields of velocities in water galleries of navigable sluices), filtration theories (at designing of dams, navigable sluice chamber).

In article the approximate method of creation of conformal mappings in system of character computation of Maple based on use of properties of a minimum of the area and a minimum of length of a circuit in case of conversion of area on a circle is considered, and application of a method of Ritz. Problems of realization of analytical methods on the computers connected with instability of the majority of them are known. The new approach to a solution of the specified problems on the basis of use of possibilities of symbolical evaluations is stated. The algorithm of a solution of a problem about construction of a conformal mapping of the set area on a circle is developed. The technique of use of Maple system is shown on two examples of creation of conformal mappings of an ellipse and a pentagon on a circle of single radius. Efficiency of application of a variation method in aggregate with system of analytical evaluations Maple to a solution of the specified problems is shown.

Keywords: conformal mapping, area, circle, Ritz method, functional minimum, the equation of Laplace, complex variable.

REFERENCES

1. Kantorovich, L. V., and V. I. Krylov. *Priblizhennyye metody vysshego analiza*. M.: GITTL, 1950.
2. Goloskokov, D. P. *Prakticheskij kurs matematicheskoy fiziki v sisteme Maple: uchebn. posobie dlja vuzov*. SPb.: OOO «ParkKom», 2010.
3. Goloskokov, D. P. "Primery realizacii v Maple jenergeticheskogo metoda dlja zadach izgiba tonkih plit." *IV-j mezhdunarodnyj seminar po matematicheskomu modelirovaniju v sistemah kompjuternoj matematiki KAZCAS-2014. Mezhdunarodnaja shkola po matematicheskomu modelirovaniju v sistemah komp'juternoj matematiki KAZCAS-SCHOOL-2014; pod obshh. red. Ju.G. Ignateva*. Kazan: Izd-vo Kazan. un-ta, 2014: 33–62.
4. Goloskokov, D. P., and A. V. Vasin. "Raschet ploskih zatvorov sudohodnyh shljuzov na dinamicheskoe vozdejstvie." *Mezhdunarodnaja nauchno-prakticheskaja konferencija ITON-2014. IV-j mezhdunarodnyj seminar i mezhdunarodnaja shkola «Matematicheskoe i kompjuternoe modelirovanie fundamentalnyh obektov i javlenij v sistemah kompjuternoj matematiki: materialy konferencii i trudy seminarov; pod obshh. red. zasl. dejat. nauki RT d.f.-m.n., prof. Ju.G. Ignateva*. Kazan: Izd-vo OOO «Foliant», 2014: 295–299.
5. Goloskokov, D. P. "Analyzing simply supported plates using Maple system." *2014 International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA)*. 2014: 55–56.
6. Goloskokov, D. P., and A. V. Vasin. "Simulation of the Dynamic Loads and Calculation of Plane Lock Bypass Galleries." *International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on*. IEEE, 2014: 197–198.
7. Goloskokov, D. P. "Modelling temperature fields at partial imbalance thermal covering." *Zhurnal universiteta vodnyh kommunikacij* 4 (2010): 53a–56.
8. Goloskokov, D. P. "Mathematical modelling of the non-stationary temperature fields." *Zhurnal universiteta vodnyh kommunikacij* 1 (2011): 79–83.
9. Goloskokov, D. P. "Calculation of plane overlappings in system of symbolical calculations." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova*. 4(32) (2015): 119–125.
10. Goloskokov, D. P., and P. G. Goloskokov. *Metod polinomov v zadachah teorii tonkih plit*. SPb.: Izd-vo SPGUVK, 2008.
11. Goloskokov, D. P. *Chislenno analiticheskie metody rascheta uprugih tonkostennyh konstrukcij nereguljarnoj struktury*. SPb.: Izd-vo A. Kardakova, 2006.
12. Matrosov, A. V. "A numerical-analitic analysis of grillages." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 1 (2012): 8–15.
13. Matrosov, A. V. "Chislenno-analiticheskij algoritm reshenija zadach ploskoj deformacii linejno-uprugih tel slozhnoj konfiguracii." *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Serija 10: Prikladnaja matematika. Informatika. Processy upravlenija*. 3 (2008): 70–84.
14. Matrosov, A. V., and G. N. Shirunov. "Algorithms for obtaining closed forms of the operators of the initial functions method for three-dimensional problems of the elasticity theory." *Vestnik grazhdanskikhingenerov* 1(42) (2014): 136–144.
15. Matrosov, A. V. "A numerically-analitical analysis of wall-beams on a linearly elastic foundation." *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 2 (2011): 14a–21.
16. Shirunov, G. N. "Analysis of the stress-strain state of elastic layer loaded locally by the initial functions method." *Vestnik grazhdanskikhingenerov* 5(46) (2014): 58–67.
17. Shirunov, G. N. "A method of initial functions in analyzing a stress and strain state of an elastic layer." *Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on*. IEEE, 2014: 166–167.
18. Matrosov, A. V., and G. N. Shirunov. "Numerical-analytical computer modeling of a clamped isotropic thick plate." *Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA), 2014 International Conference on*. IEEE, 2014: 96–96.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Голоскоков Дмитрий Петрович –
доктор технических наук, профессор.
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени
адмирала С. О. Макарова»
GoloskokovDP@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Goloskokov Dmitry Petrovich —
Doctor of Engineering, professor.
Admiral Makarov State University
of Maritime and Inland Shipping
GoloskokovDP@gumrf.ru