

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБСЕРВОВАННЫХ КООРДИНАТ СУДНА ПРИ ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Рассмотрена эффективность обсервованных координат судна, рассчитанных при избыточных измерениях навигационных параметров методом наименьших квадратов в случае, когда закон распределения вероятностей погрешности исходной выборки отличается от нормального закона. Приведена математическая модель смешанного распределения погрешностей исходной выборки, состоящей из ряда серий наблюдений погрешностей измерения навигационного параметра, причем в серии наблюдений погрешности подчинены закону Гаусса, а их среднеквадратическое отклонение изменяется случайным образом от серии к серии. Получено аналитическое выражение для расчета оценки эффективности обсервованных координат, рассчитанных методом наименьших квадратов при наличии избыточных измерений навигационных параметров. Произведена оценка эффективности обсервованных координат судна в случае распределения погрешностей выборки по смешанному закону. Результаты расчета показали, что при изменении существенного параметра закона распределения от минимального значения до максимального эффективность изменяется почти вдвое.

Ключевые слова: погрешности навигационных измерений, распределение погрешностей исходной выборки, эффективность обсервованных координат судна.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ требуемого уровня точности контроля места судна является одной из актуальных проблем безопасного судовождения. Одним из способов достижения высокой точности обсерваций судна является использование избыточных измерений навигационных параметров с последующим расчетом координат судна методом наименьших квадратов. В случае, если погрешности измерений навигационных параметров отличаются от распределения Гаусса, то происходит потеря точности полученных координат судна, оценка которой определяется их эффективностью. Поэтому оценка эффективности обсервованных координат судна, в случае отличия закона распределения вероятностей погрешностей измерения навигационных параметров от нормального закона, является актуальной задачей, что и обусловило выбор тематики данной работы.

При определении закона распределения случайной погрешности ξ измерений заданного навигационного параметра h выполняются экспериментальные измерения навигационного параметра h и производится оценка значений погрешности ξ_i , которые накапливаются в выборку. Последняя представляет собой множество значений ξ_i погрешности, обозначенное $M(\xi_i)$.

Выборка значений погрешности ξ_i формируется при помощи значительного числа последовательных этапов наблюдения, которые выполняются в различных условиях. Поэтому выборка $M(\xi_i)$ состоит из подмножеств $m_j(\xi_i)$ значений погрешности ξ_i , причем дисперсии D_j каждого из подмножеств $m_j(\xi_i)$ в общем случае отличаются друг от друга. В дальнейшем, располагая выборкой $M(\xi_i)$, производится поиск закона распределения случайной погрешности ξ измерений навигационного параметра.

Зачастую принимается, что погрешности навигационных измерений распределены по нормальному закону, хотя в работах [1], [2] указывается, что погрешности навигационных измерений, полученные в натурных наблюдениях, не подчиняются нормальному закону распределения вероятностей, а в работах [1], [3], [4] предложены модели смешанного распределения погрешностей.

В работе [5] показано, что дифференциальные методы корректируют погрешности в определении местоположения по системе GPS, однако погрешности возрастают при увеличении расстояния навигационного приемника системы DGPS от базовой станции. В работе [6] выполнен анализ статистических материалов по точности определения места судна с помощью спутниковой радионавигационной системы, который показал, что предположение о распределении случайных

погрешностей определения широты и долготы по закону Гаусса не является корректным и требует альтернативного подхода.

При расчете обсервованных координаты судна аналитически по избыточным измерениям методом наименьших квадратов, или наименьшей квадратичной формы, с учетом предполагаемого нормального распределения погрешности ξ в то время, когда действительное распределение погрешностей исходной выборки $M(\xi_i)$ отличается от предполагаемого нормального распределения, происходит потеря точности обсервации.

Целью статьи является описание закона действительного распределения случайной погрешности исходной выборки $M(\xi_i)$ и оценка эффективности обсервованных координат судна, полученных при избыточных измерениях методом наименьших квадратов в случае, когда закон действительного распределения погрешности исходной выборки отличается от нормального закона. Таким образом, в данной работе следует рассмотреть ситуацию, когда предполагаемое распределение погрешности ξ является нормальным с дисперсией D_σ , которое и будет определять способ расчета обсервованных координат, а действительное распределение, полученное по исходной выборке, представляет собой смесь нормальных распределений с различными дисперсиями.

Предполагаемое распределение характеризуется плотностью $\varphi(\xi)$, которая имеет следующий вид:

$$\varphi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

где $\sigma = \sqrt{D}$ — среднее квадратическое отклонение погрешности ξ .

Рассмотрим модель формирования исходной выборки $M(\xi_i)$, позволяющей получить плотность действительного распределения её погрешности. В этом случае примем следующие допущения.

1. Погрешности навигационных измерений в каждой серии измерений подмножества $m_j(\xi_i)$ имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и неизменным средним квадратическим отклонением σ .

2. Выборка $M(\xi_i)$ содержит большое количество серий измерений с различными значениями σ , которое в выборке можно рассматривать как случайную величину, имеющую плотность распределения $\varphi(\sigma)$ и удовлетворяющую следующим условиям:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \varphi(\sigma) = 0; \quad \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \varphi(\sigma) = 0 \quad \text{и} \quad \sigma > 0.$$

В этом случае плотность смешанного распределения является плотностью распределения погрешностей навигационных измерений выборки и имеет вид

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) d\sigma. \quad (2)$$

Очевидно, что свойства плотности $\varphi(\sigma)$ определяют возможность получения плотности смешанного распределения $f(\xi)$ в явном виде и основные закономерности, присущие $f(\xi)$. Так, В. Т. Кондрашихин, используя модельные гипотезы, предложил в качестве $\varphi(\sigma)$ распределение Релея и логнормальное, а в работе [7], исходя из анализа статистических данных, предлагался выбор $\varphi(\sigma)$ в виде распределения Вейбулла. Однако только распределение Релея в качестве $\varphi(\sigma)$ позволяет получить плотность смешанного распределения $f(\xi)$ в явном виде. Это распределение Лапласа, которое не принадлежит к классу безгранично делимых распределений и не имеет непрерывной первой производной. В остальных случаях $f(\xi)$ не выражается в элементарных функциях.

Однако в работе [8] показано, что для плотности распределения $\varphi(\sigma)$, имеющей следующее выражение

$$f(\sigma) = \frac{2^{2n+1} n! \alpha^{2n-1/2}}{\sqrt{\pi} (2n)! \sigma^{2(n+1)}} e^{-\frac{\alpha}{\sigma^2}}, \quad (3)$$

существует плотность смешанного распределения $f(\xi)$ в явном виде.

Причем при $n = 0$ выражение (3) при подстановке в выражение (2) позволяет получить базовую плотность смешанного закона распределения вероятностей $f_b(x)$ (закона Коши), имеющую следующий вид [9]:

$$f_b(x) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)}.$$

Базовая плотность $f_b(x)$ при дифференцировании по параметру α обеспечивает формирование семейства плотностей смешанного распределения, которое можно использовать для описания плотности распределения случайных погрешностей исходной выборки, причем плотность $f_n(x)$ при $n > 0$ выражается следующим образом:

$$f_n(x) = \frac{2^n \alpha^{n+\frac{1}{2}} n!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1) \sqrt{2\pi}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+1}} \quad (n \leq 6). \quad (4)$$

Например, аналитические выражения плотности смешанного распределения $f_n(x)$ для существенных параметров $n = 2$ и $n = 6$ имеют следующий вид:

$$f_2(x) = \frac{8\alpha^{\frac{5}{2}}}{3\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^3};$$

$$f_6(x) = \frac{46080\alpha^{\frac{13}{2}}}{10395\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^7}.$$

Допустим, что действительная плотность распределения $f(x)$ погрешности исходной выборки определяется выражением (4), а расчет обсервованных координат судна выполняется методом наименьших квадратов исходя из условия нормального закона распределения вероятности погрешностей измерений.

Найдем для этого случая эффективность оценки обсервованных координат судна e , которая определяется отношением значений минимально возможной ковариационной матрицы $K(\Delta f, \Delta w)_{\min}$, полученной при условии, что предполагаемая и истинная плотности распределения совпадают, к ковариационной матрице $K(\Delta f, \Delta w)$, в которой упомянутые плотности не совпадают [10]:

$$e = \frac{K(\Delta f, \Delta w)_{\min}}{K(\Delta f, \Delta w)},$$

где Δf и Δw — составляющие векторной погрешности по широте и отстоянию.

В работе [9], с учетом результатов работы [10], получены выражения для ковариационных матриц $K(\Delta f, \Delta w)$ и $K(\Delta f, \Delta w)_{\min}$, которые имеют следующий вид:

$$K(\Delta f, \Delta w) = \frac{p}{q^2 \Delta} \left\| \begin{array}{cc} \sum_{i=1}^m \sin^2 \alpha_i & -\sum_{i=1}^m \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ -\sum_{i=1}^m \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum_{i=1}^m \cos^2 \alpha_i \end{array} \right\|,$$

где $\Delta = \left[\left(\sum_{i=1}^m \cos^2 \alpha_i \right) \left(\sum_{i=1}^m \sin^2 \alpha_i \right) - \left(\sum_{i=1}^m \sin \alpha_i \cos \alpha_i \right)^2 \right],$

$$K(\Delta f, \Delta w)_{\min} = \frac{1}{s \Delta} \left\| \begin{array}{cc} \sum_{i=1}^m \sin^2 \alpha_i & -\sum_{i=1}^m \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ -\sum_{i=1}^m \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum_{i=1}^m \cos^2 \alpha_i \end{array} \right\|,$$

где α_i — направления градиентов линий положения, m — число линий положения.

В полученных выражениях p , q и s являются несобственными интегралами, которые зависят от плотностей $\varphi(\xi)$ и $f(x)$. Согласно работе [10], данные интегралы выражаются следующим образом:

$$q = \int_{R1} f(x) \left(\frac{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi(x) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial \xi} - \varphi(x) \right)^2}{\varphi^2(x)} \right) dx,$$

$$p = \int_{R1} f(x) \left(\frac{\left(\frac{\partial}{\partial x} \varphi(x) \right)^2}{\varphi(x)} \right) dx \quad \text{и} \quad s = \int_{R1} \frac{\left(\frac{\partial}{\partial x} f(x) \right)^2}{f(x)} dx.$$

Следовательно, эффективность обсервованных координат судна $e = \frac{q^2}{ps}$.

В рассматриваемом случае, когда плотность предполагаемого и действительного распределений описана формулами (1) и (4), несобственные интегралы p , q и s выражаются следующим образом:

$$q = -\frac{1}{\sigma^2};$$

$$p = \frac{1}{\sigma^4} \frac{2\alpha}{2n-1};$$

$$s = \frac{(n+1)(2n+1)}{2\alpha(n+2)},$$

а эффективность обсервованных координат судна имеет следующий вид:

$$e = \frac{(n+2)(2n-1)}{(n+1)(2n+1)} = 1 - \frac{3}{2n^2 + 3n + 1}.$$

Выводы

1. Отмечается, что при использовании избыточных измерений навигационных параметров повышается точность контроля места судна, координаты которого оцениваются методом наименьших квадратов. Указывается на возможность отличия закона распределения вероятностей случайных погрешностей измерений от закона Гаусса.

2. Приведена модель формирования смешанного закона распределения вероятностей случайных погрешностей навигационных измерений, плотность которого выражается в явном виде.

3. Показано, что при определении координат судна по избыточным измерениям навигационных параметров, погрешности которых распределены по смешанному закону, эффективность координат, рассчитанных методом наименьших квадратов меньше единицы, что свидетельствует о потере их точности.

4. Получено выражение для оценки эффективности обсервованных координат, из которого следует, что при изменении существенного параметра n смешанного распределения от одного до шести эффективность увеличивается от 0,5 до 0,967. Это объясняется тем, что с ростом n смешанное распределение стремится к нормальному закону.

5. Для обеспечения максимальной эффективности обсервованных координат их расчет следует производить методом максимального правдоподобия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондрашихин В. Т. Определение места судна / В. Т. Кондрашихин. — М.: Транспорт, 1989. — 250 с.
2. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / D. A. Hsu // Journal of Navigation. — 1979. — Vol. 32. — № 3. — Pp. 426–429.
3. Ткаченко А. С. К вопросу формирования модели смешанного распределения погрешностей навигационных измерений / А. С. Ткаченко // Судовождение. — 2005. — № 10. — С. 118–122.
4. Алексишин В. Г. Требования к плотности распределения среднего квадратического отклонения в модели смешанного распределения / В. Г. Алексишин, А. С. Ткаченко // Судовождение. — 2006. — № 11. — С. 9–13.
5. Комаровский Ю. А. Проблемы оценки точности определения места судна приёмниками СРНС Навстар GPS / Ю. А. Комаровский // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. — 2006. — № 2. — С. 100–107.
6. Monteiro L. S. What is the accuracy of DGPS? / S. L. Monteiro, T. Moore, C. Hill // Journal of Navigation. — 2005. — Vol. 58. — № 02. — Pp. 207–225.
7. Сорокин А. И. Гидрографические исследования Мирового океана / А. И. Сорокин. — Л.: Гидрометиздат, 1980. — 287 с.
8. Ткаченко А. С. Смешанные законы распределения погрешностей, плотности которых выражаются в явном виде / А. С. Ткаченко // Судовождение. — 2006. — № 12. — С. 93–99.
9. Ткаченко А. С. Совершенствование методов контроля и прогноза места судна: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.22.13 / А. С. Ткаченко. — Одесса: ОНМА, 2009. — 24 с.
10. Мудров В. М. Методы обработки измерений / В. М. Мудров, В. Л. Кушко. — М.: Сов. радио, 1976. — 192 с.

ESTIMATION OF EFFICIENCY OF COORDINATES OF SHIP AT SURPLUS MEASUREMENTS

Efficiency of coordinates of ship is considered, expected at the surplus measuring of navigation parameters by a least-squares method in the case when the law of probability distribution of error of initial selection differs from a normal law.

The mathematical model of the mixed distributing of errors of initial selection consisting of row of series of supervisions of errors of measuring of navigation parameter is resulted, thus in the series of supervisions of error inferior to the law of Gauss, and them middling quadratic declination changes by casual appearance from series to the series.

Analytical expression for the calculation of estimation of efficiency of the coordinates expected by a least-squares method is got, at presence of the surplus measurements of navigation parameters. Estimation of efficiency of coordinates of ship in the case of distributing of errors of selection on the mixed law is produced.

The results of calculation were shown, that at the change of substantial parameter of law of distributing from the minimum value to maximal one efficiency changes almost twice.

Keywords: errors of the navigation measuring, distributing of errors of initial selection, efficiency of coordinates of ship.

REFERENCES

1. Kondrashikhin, V. T. *Opredelenie mesta sudna*. M.: Transport, 1989.
2. Hsu, D. A. "An analysis of error distribution in navigation." *The Journal of Navigation* 32.3: 426–429.
3. Tkashenko, A. S. "K voprosu formirovaniya modeli smeshannogo raspredeleniya pogreshnostej navigacionnyh izmerenij." *Sudovozhdenie* 10 (2005): 118–122.
4. Aleksishin, V. G., and A. S. Tkashenko. "Trebovaniya k plotnosti raspredeleniya srednego kvadraticeskogo otклонeniya v modeli smeshannogo raspredeleniya." *Sudovozhdenie* 11 (2006): 9–13.
5. Komarovskyy, Yu. A. "Problemy ocenki tochnosti opredeleniya mesta sudna prijemnikami SRNS Navstar GPS." *Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dalnego Vostoka* 2 (2006): 100–107.

6. Monteiro, Luís Sardinha, Terry Moore, and Chris Hill. "What is the accuracy of DGPS?." *Journal of Navigation* 58.02 (2005): 207–225.
7. Sorokin, A. I. *Gidrograficheskie issledovaniya Mirovogo okeana*. L.: Gidrometizdat, 1980.
8. Tkachenko, A. S. "Smeshannye zakony raspredeleniya pogreshnostej, plotnosti kotoryh vyrazhajutsja v javnom vide." *Sudovozhdenie* 12 (2006): 93–99.
9. Tkashenko, A. S. *Sovershenstvovanie metodov kontrolja i prognoza mesta sudna*: Abstract of Ph.D. (Tech.) dissertation. Odessa: ONMA, 2009.
10. Mudrov, V. M., and V. L. Kushko. *Metody obrabotki izmerenij*. M.: Sovetskoe radio, 1976.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Бурмака Игорь Алексеевич —
кандидат технических наук, доцент.
Национальный университет
«Одесская морская академия»
burmaka-mob@ukr.net
Астайкин Дмитрий Вадимович —
старший преподаватель.
Национальный университет
«Одесская морская академия»
astaykin@mail.ru
Алексейчук Богдан Михайлович — магистрант.
Национальный университет
«Одесская морская академия»
navi.dane4ka@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Burmaka Igor Alekseevich —
PhD, associate professor.
National university "Odessa maritime academy"
burmaka-mob@ukr.net
Astaykin Dmitriy Vadimovich —
senior lecturer.
Scientific adviser Burmaka Igor Alekseevich,
National university "Odessa maritime academy",
astaykin@mail.ru
Alekseychuk Bogdan Mihaylovich —
master student.
Scientific adviser Burmaka Igor Alekseevich,
National university "Odessa maritime academy",
navi.dane4ka@mail.ru

Статья поступила в редакцию 28 сентября 2015 г.

УДК 621.391

**Ю. Г. Ксенофонтов,
А. Н. Пивоваров**

К ВОПРОСУ О ПРОЕКТИРОВАНИИ ПЕРИМЕТРАЛЬНЫХ ОХРАННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ МОРСКИХ ОБЪЕКТОВ

В статье рассмотрены стоимостные показатели разработки проектов охранной сигнализации (ОС) периметров морских объектов, проведен анализ стоимости проектирования систем охраны при различных значениях длин периметра применительно к морским объектам. С учетом рекомендованных методик в строительстве определены диапазоны стоимости проектирования; показано, что финансовые затраты на проектирование составляют десятки и сотни тысяч рублей, что сопоставимо со стоимостью таких этапов создания систем безопасности, как оценка уязвимости и разработка плана охраны. Предложена структурно-параметрическая модель периметральной охранной сигнализации, а также математические выражения, описывающие вероятности событий обнаружения нарушителя и отказа / безотказного состояния всех элементов охранной сигнализации. Указанные вероятности увязаны с регламентированными значениями вероятностей пресечения актов незаконного вмешательства (АНВ) в транспортно-технологический процесс.

Ключевые слова: система безопасности, периметр, комплекс технических средств охраны (ТСО), охранная сигнализация (ОС), рубеж охраны, участок блокировки, проектно-сметная документация, структурно-параметрическая модель.