

- 10. Polevye issledovanija pri prohodke shurfa v zasypke kamery shljuza Volzhskoj GJeS im. XXII sezda KPSS: otchet. M.: NIS «Gidroproekt», 1981.
- 11. Vosstanovlenie kontrolno-izmeritelnoj apparatury v stenke kamery shljuza i obespechenie vozmozhnosti provedenija dalnejshih naturnyh nabljudenij: otchet o nauchno-issledovatelskoj rabote. M.: NIS «Gidroproekt», 1982.

ИНФОРМАПИЯ ОБ АВТОРЕ

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Моргунов Константин Петрович — кандидат технических наук, доцент. ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова» morgunovkp@gumrf.ru

Morgunov Konstantin Petrovich — PhD, associate professor. Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping morgunovkp@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 13 апреля 2016 г.

УДК 528.1 П. В. Томсон

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ ГРУБЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ

В данной статье рассматривается возможность выявления и вычисления грубых ошибок измерений в процессе первичной обработки. Грубые ошибки (большие случайные ошибки) могут быть вызваны различными причинами, возникающими при производстве различных измерений, в том числе при измерительных процессах, реализуемых в судовых условиях (определение места судна, измерение глубин и др.), и при геодезическом обеспечении исследовательских работ на море. Предлагаемый в данной работе алгоритм направлен на вычисление грубых ошибок измерений с последующим исправлением измеренных величин поправками, компенсирующими эти грубые ошибки. Предлагаемый алгоритм вычисления грубых ошибок измерения является альтернативой общепринятой методике отбраковки грубоошибочных измерений. Отмечается, что отбраковка грубоошибочных измерений ведёт к потере информативности измерений. Для достижения поставленной цели предлагается на первичном этапе обработки составлять условные уравнения поправок в исходном или линеаризованном виде и затем решать систему этих уравнений путём перебора относительно только тех поправок, которые предположительно соответствуют грубым ошибкам. Остальные поправки принимаются равными нулю. Число искомых грубых ошибок, естественно, не должно превышать числа условных уравнений. После исправления грубоошибочных измерений исключается необходимость их отбраковки.

Ключевые слова: вычисление грубых ошибок измерений, случайные ошибки измерений, грубые ошибки измерений, условные уравнения, поправки к измеренным значениям, условные уравнения поправок, невязки, отбраковка грубоошибочных измерений.

Выпуск 3 (37) 2016 88

РИ производстве различных видов измерений, в частности, в судовых условиях (определение места судна, измерение глубин и так далее), при выполнении геодезических работ (построение наземных сетей, спутниковое позиционирование, аэрофотосъёмка и др.) наряду со случайными ошибками, определяющими точность измерения, появляются большие случайные ошибки (грубые ошибки), выходящие за пределы точности данных измерений. Обработка измерений ведётся, в том числе, путём выявления и отбраковки грубоошибочных измерений, т. е. грубые ошибки удаляются из обработки результатов измерений вместе с самими измерениями их содержащими, а рядовые случайные ошибки допускаются до уравнивания, т. е. исправляются осреднёнными по тому или иному принципу уравнивания поправками.

Рядом авторов предложены различные способы выявления и отбраковки грубоошибочных измерений. Так, в работе [1] автор для линейных систем, подверженных импульсивным помехам, предлагает алгоритм минимизации онлайн суммы абсолютных ошибок путём использования устойчивого идентификатора. В работе [2] предлагается для выявления грубоошибочного измерения задавать вес измерения, обратный постоянному проценту от измеренной величины. Далее выполняется анализ на наличие грубой ошибки путём реализации процесса минимизации с использованием ошибки как функции оценки состояния. При обнаружении грубой ошибки предлагается исправлять измеренное значение. Авторы статьи [3] рассматривают вопросы борьбы с грубыми ошибками при мониторинге и контроле химических процессов путём применения динамического интервала выборки. В работе [4] для многомерных наборов данных авторами предлагается «точный, экономичный и надёжный метод обнаружения грубых ошибок», основанный на взвешенном анализе кластеризации.

Автор статьи [5] анализирует два метода обнаружения грубых ошибок геодезических измерений: по невязкам условных уравнений и поправкам в результаты измерений. На основе исследования первого метода автором сделан вывод о том, что по невязкам условных уравнений определяются только крупные промахи, поэтому предлагается находить грубые ошибки и отбраковывать грубоошибочные измерения по результатам уравнивания, сравнивая вычисленные поправки с допуском. После отбраковки одного грубоошибочного измерения уравнивание повторяется. В статьях [6], [7] предлагается для опознания грубоошибочных измерений заменять классические условные уравнения на универсальное унифицированное условное уравнение, в которое входят переносы трёх линий положения и дирекционные углы этих переносов. При реализации этого способа грубоошибочными измерениями считаются те измерения, которые чаще (более) других участвовали в образовании недопустимых невязок. В этом случае возникает вопрос: кто решает, какие измерения участвуют чаще (более)? В работах [8], [9] также рассматриваются вопросы борьбы с грубыми ошибками измерений, но уже в области аэрокосмической съёмки.

Предлагаемый алгоритм вычисления грубых ошибок измерения реализуется на первичной стадии обработки результатов измерения, т. е. до выполнения уравнительных вычислений. При подготовке к уравниванию, как известно, необходимо определить число избыточных измерений, которое, в свою очередь, определяет число условных уравнений. Допустим, что предполагается уравнивание коррелатным способом (ранее он назывался методом условных уравнений) метода наименьших квадратов (ранее и сейчас рядом авторов метод наименьших квадратов справедливо называется способом наименьших квадратов [10]).

Если измерено n равноточных величин, а число необходимых величин равно t, очевидно, что

$$n > t$$
. (1)

Тогда число избыточных измерений будет равно

$$r = n - t. (2)$$

Каждое избыточное измерение вызывает одно условное уравнение.

Введем следующие обозначения:

 $l_{_{1}}l_{_{2}}l_{_{3}}$... $l_{_{n}}$ — измеренные значения;

 $L_{1}L_{2}L_{3}...L_{n}$ — уравненные значения;

 $v_1 v_2 v_3 \dots v_n$ — поправки к измеренным значениям;

 $L_1^{\rm o}L_2^{\rm o}L_3^{\rm o}$... $L_n^{\rm o}$ — безошибочные (истинные) значения измеряемых величин.

Очевидно, что

$$L_1 = l_1 + v_1; L_2 = l_2 + v_2; L_3 = l_3 + v_3; \dots L_n = l_n + v_n.$$
 (3)

Возникающие r условия можно записать в общем виде:



Для уравненных значений измеренных величин условные уравнения будут иметь вид условных уравнений измеряемых величин:

Подставив в условные уравнения измеряемых величин (5) вместо уравненных значений соответствующие измеренные значения, получим невязки условных уравнений:

Если в левой части полученных выражений к измеренным значениям прибавить соответствующие поправки, которые компенсируют невязки, то получим условные уравнения поправок:

Полученные условные уравнения поправок уже позволяют вычислить грубые ошибки измерений. Отметим, что грубые ошибки можно вычислять также с линеаризованными условными уравнениями поправок, которые составляются для упрощения уравнительных вычислений.

Линеаризованные условные уравнения поправок получают путём разложения в ряд Тейлора условных уравнений поправок с ограничением их членами первого порядка:

$$f_{1}(l_{1}l_{2}l_{3} \dots l_{n}) + \frac{\partial f_{1}}{\partial l_{1}}v_{1} + \frac{\partial f_{1}}{\partial l_{2}}v_{2} + \dots + \frac{\partial f_{1}}{\partial l_{n}}v_{n} = 0;$$

$$f_{2}(l_{1}l_{2}l_{3} \dots l_{n}) + \frac{\partial f_{2}}{\partial l_{1}}v_{1} + \frac{\partial f_{2}}{\partial l_{2}}v_{2} + \dots + \frac{\partial f_{2}}{\partial l_{n}}v_{n} = 0;$$

$$f_{r}(l_{1}l_{2}l_{3} \dots l_{n}) + \frac{\partial f_{r}}{\partial l_{1}}v_{1} + \frac{\partial f_{r}}{\partial l_{2}}v_{2} + \dots + \frac{\partial f_{r}}{\partial l_{n}}v_{n} = 0.$$

$$(8)$$

Если ввести обозначения:



$$a_{1} = \frac{\partial f_{1}}{\partial l_{1}}; \ a_{2} = \frac{\partial f_{1}}{\partial l_{2}}; \ \dots; \ a_{n} = \frac{\partial f_{1}}{\partial l_{n}};$$

$$b_{1} = \frac{\partial f_{2}}{\partial l_{1}}; \ b_{2} = \frac{\partial f_{2}}{\partial l_{2}}; \ \dots; \ b_{n} = \frac{\partial f_{2}}{\partial l_{n}};$$

$$r_{1} = \frac{\partial f_{r}}{\partial l_{1}}; \ r_{2} = \frac{\partial f_{r}}{\partial l_{2}}; \ \dots; \ r_{n} = \frac{\partial f_{r}}{\partial l_{n}},$$

$$(9)$$

то условные уравнения поправок примут линеаризованный вид:

Если считать, что грубых ошибок нет, то далее организуется собственно уравнивание, исходя из того или иного принципа: принципа наименьших модулей, принципа наименьших квадратов и т. д. Вернёмся к условным уравнениям поправок:

Как отмечалось ранее, число условных уравнений поправок равно числу избыточных измерений r, однако число поправок n, компенсирующих невязки, больше. Система уравнений является неопределенной.

Если считать, что измерения безошибочны, то все невязки и поправки, компенсирующие их, будут равны нулю. Если при этом считать, что число грубых ошибок не превышает числа условных уравнений поправок, тогда система условных уравнений поправок будет иметь решение относительно поправок, компенсирующих грубые ошибки, так как поправки, равные нулю, вычислять не надо. Вычисленные поправки, компенсирующие грубые ошибки, являются $\mathit{грубыми}$ ошибками с обратным знаком. Таким образом, для вычисления грубых ошибок измерений достаточно решить систему условных уравнений поправок относительно только тех из них, которые могут предположительно соответствовать грубым ошибкам, причём число таких поправок не должно превышать числа условных уравнений поправок r. Искомые поправки, которые могут предположительно соответствовать грубым ошибкам, назначаем перебором от одной до r из общего числа поправок n.

Для обычной ситуации, когда случайные ошибки измерений обязательно присутствуют, будем получать поправки, компенсирующие грубые ошибки, «зашумлённые» этими случайными ошибками, т. е. в пределах точности измерений, отличающихся от реальных грубых ошибок. При таком подходе как минимум можно выявить грубоошибочные измерения и как максимум их учесть в обработке, исключив необходимость отбраковки, которая, в свою очередь, неизбежно ведёт к потере информативности результатов измерений. Лучше исправить грубоошибочное измерение соответствующей поправкой, чем полностью исключить его из обработки, т. е. отбраковать.

В современном понимании грубая ошибка — это большая случайная ошибка. При уравнивании вычисляют поправки к измеренным значениям или их функциям исходя из условия их

усреднения, т. е. как бы из усреднения случайных ошибок (поправка — это ошибка с обратным знаком и наоборот). Попытки выявления грубых ошибок путём уравнивания приводят к усреднению поправок, в том числе поправок к грубоошибочным измерениям. В таких условиях выявление грубых ошибок становится проблематичным и чревато неправильным выбором измерения, подлежащего отбраковке, а о каком-либо исправлении измеренного значения речи вообще не идёт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Bako L*. Adaptive identification of linear systems subject to gross errors / L. Bako // Automatica. 2016. Vol. 67. Pp. 192–199. DOI:10.1016/j.automatica.2016.01.023.
- 2. *Bretas N. G.* A two steps procedure in state estimation gross error detection, identification, and correction / N. G. Bretas, A. S. Bretas // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2015. Vol. 73. Pp. 484–490. DOI:10.1016/j.ijepes.2015.05.044.
- 3. *Nicholson B*. On-line state estimation of nonlinear dynamic systems with gross errors / B. Nicholson, R. López-Negrete, L. T. Biegler // Computers & Chemical Engineering. 2014. Vol. 70. Pp. 149–159. DOI:10.1016/j.compchemeng.2013.11.018.
- 4. *Xiao D.* A gross error detection method based on 3MAD–GRW–MMMD / D. Xiao, J. Bao, B. Zhang // Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. 2015. Vol. 146. Pp. 24–33. DOI:10.1016/j.chemolab.2015.04.021.
- 5. *Коугия В. А.* Сравнение методов обнаружения и идентификации ошибок измерений / В. А. Коугия // Геодезия и картография. 1998. № 5. С. 23–27.
- 6. Макаров Γ . В. Опознание грубоошибочных измерений в геодезических сетях: от классических условных уравнений к уравнениям универсальным / Γ . В. Макаров // Сб. материалов междунар. науч.-практ. конф. «Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры. От идеи до внедрения». СПб.: Политехника, 2015. С. 110–114.
- 7. *Макаров* Γ . B. Отбраковка грубых ошибок измерений. Возрождение условных уравнений / Γ . B. Макаров // Изыскательский вестник. 2011. № 2 (12). C. 10–14.
- 8. *Райзман Ю. Г.* Отбраковка грубых измерений при определении элементов внешнего ориентирования снимка / Ю. Г. Райзман // Геодезия и картография. 1986. № 10. С. 29–33.
- 9. *Хрущ Р. М.* Отбраковка точек при определении элементов взаимного ориентирования снимков стереопары / Р. М. Хрущ, А. Н. Гринь, А. В. Соловьев // Информация и космос. 2016. № 1. С. 80–84.
- 10. Платонов А. К. Методы обработки измерений: учеб. пособие для студентов вузов по направлению подготовки «Прикладные математика и физика» / А. К. Платонов, Д. С. Иванов. М.: МФТИ, 2013. 107 с.

DESIGN OF ALGORITHM OF THE COMPUTATION OF GROSS ERRORS OF MEASUREMENTS

This article discusses the possibility of identifying and calculating gross measurement errors during preprocessing. Blunders (large random error) may occur for various reasons in the production of different dimensions, including measuring the processes implemented in the marine environment (location of the vessel, measuring depths, etc.) and geodesic ensuring research operations at sea. The proposed algorithm in this work aims at calculating the gross errors of measurements with subsequent correction of measured values amended by these gross errors. The proposed algorithm to compute the gross errors of measurement is an alternative to using a generally accepted method of rejection the grossly erroneous measurements. According to the author of this article, the grossly erroneous rejection of measurements leads to loss of informative measurements. To achieve the objectives proposed at the primary processing stage be conditional equation of the amendments in the original or as a linearized and then solve these equations by busting concerning only those amendments that supposedly correspond to gross errors. The remaining amendments were adopted to zero. Number of desired gross errors of course should not exceed the number of conditional equations. After fixing the grossly erroneous measurement eliminates the need to their rejection.

Keywords: the computation of gross measurement errors, random errors of measurements, gross errors of measurements, conditional equations, amendments to the measured values, conditional equation of amendments, residuals, rejection the grossly erroneous measurements.

Выпуск 3 (37) 2016



REFERENCES

- 1. Bako, Laurent. "Adaptive identification of linear systems subject to gross errors." *Automatica* 67 (2016): 192–199. DOI:10.1016/j.automatica.2016.01.023.
- 2. Bretas, Newton G., and Arturo S. Bretas. "A two steps procedure in state estimation gross error detection, identification, and correction." *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 73 (2015): 484–490. DOI:10.1016/j.ijepes.2015.05.044.
- 3. Nicholson, Bethany, Rodrigo López-Negrete, and Lorenz T. Biegler. "On-line state estimation of nonlinear dynamic systems with gross errors." *Computers & Chemical Engineering* 70 (2014): 149–159. DOI:10.1016/j. compchemeng.2013.11.018.
- 4. Xiao, Dong, Jingjing Bao, and Bi Zhang. "A gross error detection method based on 3MAD–GRW–MMMD." *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 146 (2015): 24–33. DOI:10.1016/j.chemolab.2015.04.021.
- 5. Kougija, V. A. "Sravnenie metodov obnaruzhenija i identifikacii oshibok izmerenij." *Geodesy and Cartography* 5 (1998): 23–27.
- 6. Makarov, G. V. "Opoznanie grubooshibochnyh izmerenij v geodezicheskih setjah: ot klassicheskih uslovnyh uravnenij k uravnenijam universalnym." *Sb. materialov mezhdunarodnoj nauch.-prakt. konf. «Geodezija, kartografija, geoinformatika i kadastry. Ot idei do vnedrenija*». SPb.: Politehnika, 2015: 110–114.
- 7. Makarov, G. V. "Otbrakovka grubyh oshibok izmerenij. Vozrozhdenie uslovnyh uravnenij." *Izyskatelskij vestnik* 2(12) (2011): 10–14.
- 8. Rajzman, Ju. G. "Otbrakovka grubyh izmerenij pri opredelenii jelementov vneshnego orientirovanija snimka." *Geodesy and Cartography* 10 (1986): 29–33.
- 9. Hrushh, R. M., A. N. Grin, and A. V. Solovev. "Otbrakovka tochek pri opredelenii jelementov vzaimnogo orientirovanija snimkov stereopary." *Informacija i kosmos* 1 (2016): 80–84.
- 10. Platonov, A. K., and D. S. Ivanov. *Metody obrabotki izmerenij: Uchebnoe posobie dlja studentov vuzov po naprav-leniju podgotovki «Prikladnye matematika i fizika*». M.: MFTI, 2013.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Томсон Петр Васильевич — кандидат технических наук, доцент. ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова» peter-thomson@mail.ru, kaf _geo@gumrf.ru

Thomson Peter Vasil'evich —
PhD, associate professor.
Admiral Makarov State University
of Maritime and Inland Shipping
peter-thomson@mail.ru, kaf_geo@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 22 апреля 2016 г.