ВЕСТНИК ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА МОРСКОГО И РЕЧНОГО ФЛОТА ИМЕНИ АДМИРАЛА С. О. МАКАРОВА

DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-2-260-271

KINEMATIC MODEL OF VESSEL MOTION

V. V. Deryabin

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

Vessel's motion model is proposed. It is based on the use of random number generator's implementation to input signal forming, such as heading, longitudinal and transverse components of its speed over ground. On the basis of input data with numerical integration methods (Newton-Cotes formulas) vessel's geodetic latitude and longitude on geocentric ellipsoid are calculated. While input components vector forming, its range and maximum absolute value derivatives limits are taken into account. The possibility of sample time setting is also available. Each model start leads to new navigational situation generation with preset duration. Model can also operate with relative to water vessel's speed measurements, and let to imitate some special cases of its motion. The use of the model in 200000 case-situations with different number of abscissas in Newton-Cotes formulas do not let to conclude about any numerical solutions convergence with number of abscissas incrementing. In considered model situations maximum value of difference between trajectories is 417 m per four sailing time hours. Trajectories' maximum difference values for algorithms, using only even or only odd number of abscissas approximately 50 % less than for algorithms, one of which uses even and other odd number of abscissas. More wide input components' derivatives limits cause more significant differences between Newton-Cotes solutions with different number of abscissas. Proposed kinematic model may be used for new algorithms' testing, provided they involve vessel's kinematic parameters only.

Kewords: vessel's motion, kinematics, modeling, numerical integration, Newton-Cotes formulas.

For citation:
Deryabin, Victor V. "Kinematic model of vessel motion." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 9.2 (2017): 260–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-2-260-271.

УДК. 656.61.052:527.61

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ СУДНА

В. В. Дерябин

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Предложена модель движения судна, основанная на использовании датчиков случайных чисел при формировании компонент входного сигнала: курса, продольной и поперечной составляющих абсолютной скорости. На основе входных данных численным интегрированием (формулы Ньютона–Котеса) получаются геодезические широта и долгота судна на поверхности общеземного эллипсоида. При формировании компонент входного вектора учитываются диапазоны их возможных значений, а также предельные по модулю скорости их изменений. Имеется также возможность задания дискретности модели по времени. Каждый запуск модели приводит к генерации новой навигационной ситуации заданной продолжительности. Модель может работать и в случае измерений относительной скорости судна, а также она позволяет имитировать некоторые частные случаи его движения. Работа модели в 200000 случаев модельных ситуаций с различным числом узлов, используемых в формулах Ньютона–Котеса, не позволяет сделать вывод о сходимости численного решения по мере возрастания их количества. Максимальное за четыре часа плавания различие траекторий составило при этом 417 м в рассмотренных модельных ситуациях. Наибольшие различия траекторий для алгоритмов, использующих только чётное или только нечётное число узлов, примерно на 50 % меньше, чем для алгоритмов, один из которых использует нечётное, а другой чётное количество узлов. Более широкие допустимые пределы производных компонент входного сигнала приводят к более заметным различиям решений на основе формул Ньютона–Котеса *с разным числом узлов. Предложенная кинематическая модель может быть использована для тестирования новых алгоритмов, в которых оказываются задействованными лишь кинематические параметры движения судна.*

Ключевые слова: движение судна, кинематика, моделирование, численное интегрирование, формулы Ньютона–Котеса.

Для цитирования:

Дерябин В. В. Кинематическая модель движения судна / В. В. Дерябин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2017. — Т. 9. — № 2. — С. 260–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-2-260-271.

Введение

При решении ряда прикладных задач навигации и управления движением судна нередко приходится обращаться к использованию той или иной математической модели его движения. К таким задачам относятся, например, синтез оптимального закона стабилизации судна на курсе или траектории, разработка алгоритма фильтрации его скорости или координат, построение имитационной модели движения судна при входе / выходе из порта и др. Использование математической модели позволяет проверить работоспособность создаваемых алгоритмов на стадии их разработки перед проведением натурных экспериментов. Основная проблема использования математических моделей состоит в их адекватности, степени близости моделируемого движения к реальному, которая зависит от вида конкретной модели, а также положенных в её основу теоретических и практических знаний.

Все математические модели движения судна можно условно разделить на две группы. Первую группу составляют «динамические» модели, в которых используются зависимости, учитывающие силовые (причинные) воздействия на судно в заданных условиях плавания [1]. Ко второй группе относятся «кинематические» модели, в основе которых лежат соотношения, связывающие между собой только кинематические параметры судна (ускорение,скорость, координаты).Примером такой модели являются соотношения, по которым осуществляется переход от измеренных значений курса и абсолютной скорости судна к его географическим координатам.

Динамические и кинематические модели судна могут использоваться для проверки адекватности новых алгоритмов моделирования его движения [2] – [4]. Использование динамических моделей для тестирования сопряжено с трудностями следующего характера. Во-первых, существует проблема адекватности самой модели. Методики, используемые для вычисления воздействующих на судно отдельных сил, имеют конечную точность, которая не может быть гарантирована для всех условий плавания. В этом заключается структурная неадекватность. Более того, физические параметры конкретного судна, его движительно-рулевого комплекса известны также неточно. В этом состоит параметрическая неадекватность. Во-вторых, выполнить проверку для всех существующих судов, параметры которых используются в динамических моделях, также практически невозможно.

Кинематическая модель может быть использована для проверки адекватности новых алгоритмов, в которых задействованными оказываются только кинематические параметры судна. При таком подходе снимается вопрос о «динамической» адекватности модели движения судна, важной составляющей которого является проблема выбора методики расчёта конкретных сил, действующих на корпус судна в заданных условиях плавания. Остаётся вопрос о «кинематической» адекватности, попытки решения которого изложены в настоящей статье.

Описание рассматриваемых задач

Уравнения движения судна. Рассмотрим уравнения счисления пути на поверхности общеземного эллипсоида [5]:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{V_{x1}\cos K - V_{y1}\sin K}{M}; \\ \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{V_{x1}\sin K + V_{y1}\cos K}{N\cos\varphi}, \end{aligned} \tag{1}$$

где φ, λ — соответственно геодезические широта и долгота центра тяжести судна; V_{x1} и V_{y1} — продольная и поперечная составляющая абсолютной скорости судна соответственно; K — его истинный курс; M — радиус кривизны меридианного эллипса в точке, где расположен центр тяжести судна; N — радиус кривизны первого вертикала в той же точке. (Предполагается, что углы крена и дифферента судна в процессе плавания равны нулю).

Главные радиусы кривизны зависят от широты φ и определяются следующим образом:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)^3}}; \quad N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}},$$

где a — большая полуось эллипсоида; e —эксцентриситет меридианного эллипса.

Введём обозначения: $V_N = V_{x1}\cos K - V_{y1}\sin K$; $V_E = V_{x1}\sin K + V_{y1}\cos K$, где V_N, V_E — соответственно северная и восточная составляющие абсолютной скорости судна на эллипсоиде.

Интегрированием соотношений (1) при начальных условиях $\varphi_0 = \varphi(0)$, $\lambda_0 = \lambda(0)$ получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \varphi_0 + \int_0^t \frac{V_N(t)}{M(\varphi)}dt; \\ \lambda(t) &= \lambda_0 + \int_0^t \frac{V_E(t)}{N(\varphi)\cos\varphi}dt. \end{aligned} \tag{2}$$

Данные соотношения позволяют перейти от измеренных значений курса и скорости к координатам судна в любой момент времени t. Они будут применимы и для случая, когда вместо составляющих абсолютной скорости известны её относительные аналоги, и расчёт координат выполняется относительно водной массы. Поведение судна в соответствии с моделью (2) может быть также описано в терминах «вход – выход»:

$$Y = F_m(X), \tag{3}$$

где $X = (K, V_{x1}, V_{y1})^T$ — входной сигнал; $Y = (\varphi, \lambda)^T$ — выходной сигнал; F_m — преобразование, выполняемое моделью.

Непосредственное использование соотношений (2) и (3) предполагает, что подынтегральные выражения в (2) известны как аналитические функции времени, но в действительности известны лишь их временные последовательности, полученные на основе дискретных значений курса и скорости судна. При этом преобразование F_m заменяется преобразованием $\tilde{F}_m$, которое обязательно включает тот или иной метод численного интегрирования.

Кинематическая модель. Намечается следующая схема построения кинематической модели. Задаётся дискретность модели Δt и кратное ей общее время плавания T. В блоке входа формируются псевдослучайная последовательность входного вектора $X(0)$, $X(1)$, ..., $X(l)$, где $l = (T / \Delta t)$.

Рассмотрим работу входного блока более подробно. Задаются границы области возможных значений каждой компоненты вектора X. Пусть $V_{x\min}$, $V_{y\min}$, $K_{\min}$ — нижние (левые), а $V_{x\max}$, $V_{y\max}$, $K_{\max}$ — верхние (правые) границы указанных диапазонов. В начальный момент времени на основе датчика случайных чисел равномерного распределения определяется псевдослучайное число из промежутка возможных значений компоненты, которое и принимается как значение компоненты в текущий момент времени. В последующий момент времени вновь работает датчик и определяется соответствующее значение компоненты с учётом максимально допустимой скорости её изменения.

Максимально допустимые по модулю значения производных: $\max|\dot{V}_x|$, $\max|\dot{V}_y|$, $\max|\dot{K}|$, задаются перед работой модели. Например, если $V_x(i)$ — значение компоненты в текущий момент времени, то в следующий момент она может принимать значение из промежутка $V_x(i) - \Delta t \cdot \max|\dot{V}_x| \le V_x(i+1) \le V_x(i) + \Delta t \cdot \max|\dot{V}_x|$, находясь при этом в заданных общих пределах $V_{x\min} \le V_x(i+1) \le V_{x\max}$. Процедура выполняется для всех моментов времени плавания. Аналогично формируются псевдослучайные временные выборки других двух компонент.

Если ограничения по производным установить нулевыми, то получается кинематическая модель постоянного в течение всего периода плавания входного сигнала. Другой важный частный случай, который может быть реализован моделью, — это удержание судна на заданном курсе $\bar{K} = K(0)$ с ошибкой регулирования $\pm\varepsilon_K$. В таком случае во все моменты времени, отличные от начального, значение курса выбирается по закону равномерного распределения из промежутка $K(0) - \varepsilon_K \le K(i) \le K(0) + \varepsilon_K$. При этом также необходимо учитывать конечность угловой скорости поворота судна.

Знаменатель подынтегрального выражения второго уравнения в соотношениях (2) обращается в нуль на полюсах. Поэтому перед началом работы модели необходимо также задать границы возможных значений начальной широты $\varphi_{\min}$, $\varphi_{\max}$, руководствуясь наибольшей величиной модуля скорости судна на промежутке времени плавания T:

$$\begin{aligned} \varphi_{\max} &= 90^\circ - \frac{T}{a(1-e^2)} \sqrt{\left(\max(|V_{x\min}|, V_{x\max})\right)^2 + \left(\max(|V_{y\min}|, V_{y\max})\right)^2} - \Delta\bar{\varphi}; \\ \varphi_{\min} &= -\varphi_{\max}, \end{aligned} \tag{4}$$

где $\Delta\bar{\varphi}$ — гарантированный модуль разности широт между точкой траектории судна и полюсом эллипсоида (запас широты).

Затем входные последовательности подаются в блок численного интегрирования, реализующий соотношения (2) на конкретном эллипсоиде (с параметрами *a*, *e*). На выходе блока интегрирования получаются временные последовательности геодезических координат судна $\varphi(t)$, $\lambda(t)$. Общая схема кинематической модели судна представлена на рис. 1.

Рис. 1. Схема кинематической модели судна

Таким образом, параметры кинематической модели движения судна следующие:
– дискретность модели Δt;
– общее время плавания T, кратное Δt;

– параметры эллипсоида (a, e^2);

– границы промежутков возможных значений курса и составляющих (продольной и поперечной) абсолютной скорости: $V_{x\min}, V_{y\min}, K_{\min}$, $V_{x\max}, V_{y\max}, K_{\max}$;

– максимально допустимые модули производных: $\max|\dot{V}_x|, \max|\dot{V}_y|, \max|\dot{K}|$;

– запас широты $\Delta\overline{\varphi}$.

Блок-схема алгоритма кинематической модели приведена на рис. 2.

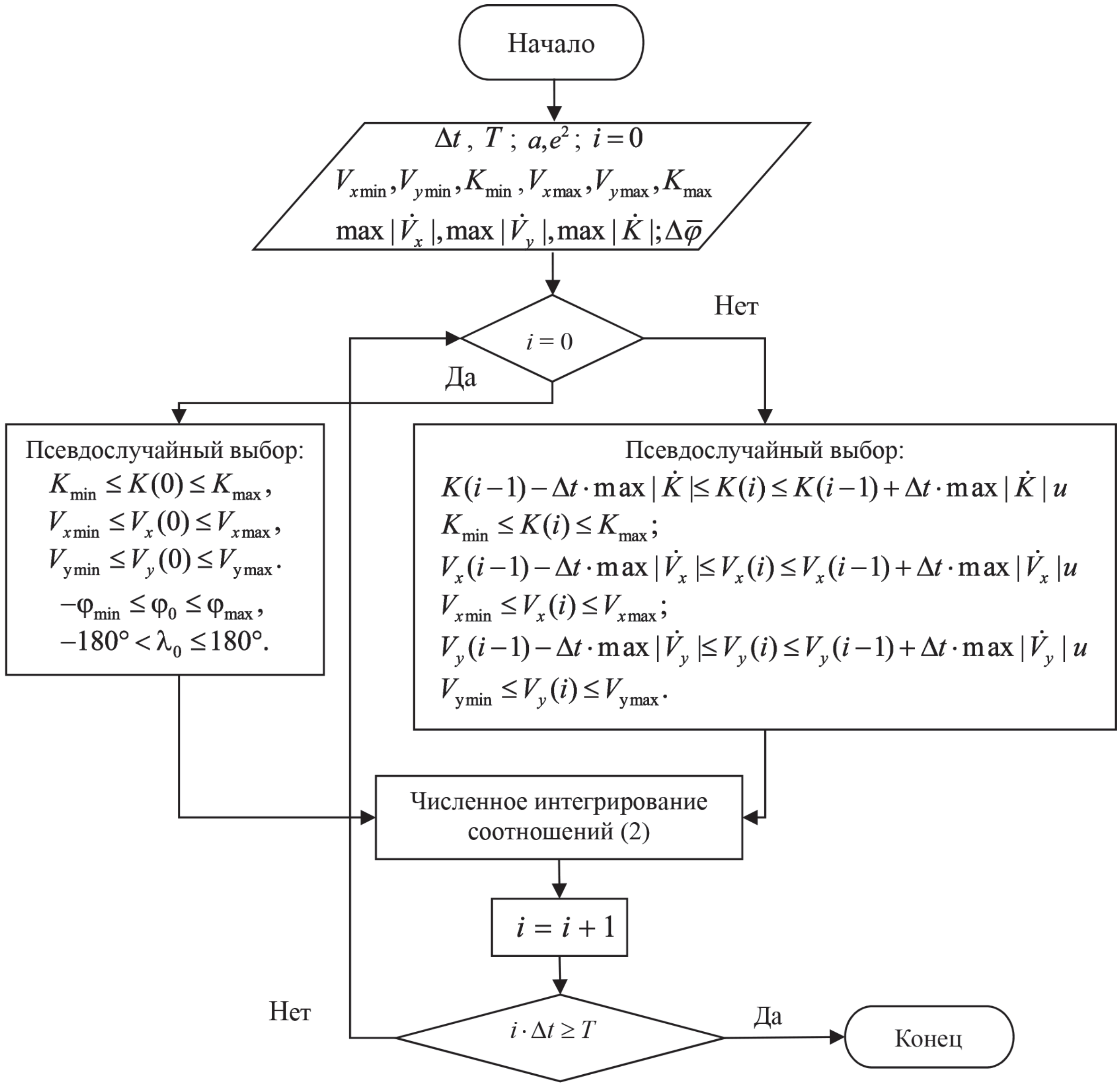

Рис. 2. Блок-схема алгоритма кинематической модели

Важную роль в кинематической модели играет алгоритм численного интегрирования, на основе которого определяются координаты в соответствии с соотношениями (2). Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Выбор алгоритма численного интегрирования. Значения подынтегральных функций в (2) могут быть получены лишь в отдельные моменты времени, разделённые дискретностью Δt. Типичным значением Δt для судовых навигационных систем является 1 с. Таким образом, задача численного интегрирования должна решаться с учётом того, что выбрать узлы квадратурной формулы не представляется возможным. Для решения задач численного интегрирования на равномерной оси узлов хорошо подходят квадратурные формулы Ньютона–Котеса [6] – [8]. На каждом участке интегрирования используются несколько последовательных значений подынтегральной функции $f_0, f_1, \ldots, f_j, \ldots f_n$ в моменты времени $t_0, t_1, \ldots, t_j, \ldots t_n$, т. е. задействуются $m = n - 1$ отрезков, имеющих длину шага Δt.

Для оценки погрешности численного интегрирования на основе формул Ньютона–Котеса необходимо знать наибольшее значение, которое принимает производная (вторая или выше) подынтегральной функции на участке интегрирования $\Delta t \cdot m$.

Для формулы трапеций (при $n = 2$) выражение остаточного члена R_n имеет следующий вид [9]: $R_2 = -\frac{1}{12}\Delta t^3 f''(\xi),\ t_j < \xi < t_j + \Delta t$. Выражение для наибольшей методической погрешности E_n для участка интегрирования Δt имеет вид $E_2 = \max\limits_{\Delta t}\left|f''(t)\right| \cdot \frac{\Delta t^3}{12}$, и для её определения необходимо знать вторую производную подынтегральной функции $f''(t)$. Запишем вторую производную подынтегральной функции по времени для первого уравнения системы (2):

$$f''(t) = [V_N / M]'' = \frac{MM^2V_N'' - M^2M''V_N - 2M^2M'V_N' + 2M(M')^2V_N}{M^4}. \qquad (5)$$

Для подынтегральной функции второго уравнения соотношений (2) аналогичное выражение получается путём замены $V_N := V_E;\ M := N\cos\varphi$.

Выражение (5) представляет собой комбинацию элементарных арифметических операций, поэтому, если известны границы областей неопределённости отдельных величин V_N, V_N', V_N'', M', M'', то можно определить границы области неопределённости величины $f''(t) = [V_N / M]''$ [10], а затем, получив оценку её модуля, рассчитать наибольшее значение модуля методической погрешности E_2 на участке интегрирования Δt. Общая методическая погрешностьопределяется как сумма погрешностей всех участков.

Сделаем ряд замечаний. Во-первых, предельные значения производных скорости V_N', V_N'' могут быть получены лишь на основе численного дифференцирования, т. е. приближённо. Более того, для квадратурных формул более высокого порядка требуется знание производных V_N''' и выше, значения которых определяются двукратным и более численным дифференцированием, что значительно снижает точность. Во-вторых, общая оценка методической погрешности может получиться слишком завышенной, так как на каждом участке интегрирования предполагается самый худший случай, когда производная имеет наибольшее по модулю значение. Тем более очевидно, что в реальных условиях плавания данное предположение, как правило, не выполняется. Указанные соображения затрудняют оценку методической погрешности численного интегрирования способов Ньютона–Котеса на основе остаточных членов квадратурных формул.

Для определения приемлемого метода численного интегрирования поступим следующим образом. Будем рассматривать квадратурные формулы от метода трапеций, когда $n = 2$, до метода, когда $n = 7$ (табл. 1).

Таблица 1

Алгоритмы численного интегрирования Ньютона–Котеса

Название метода	Количество узлов интегрирования n	Количество отрезков интегрирования m	Квадратурная (расчётная) формула для участка интегрирования длиной $\Delta t \cdot m$
Метод трапеций	2	1	$\frac{\Delta t}{2}(f_0 + f_1)$
Метод Симпсона 1/3	3	2	$\frac{\Delta t}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2)$
Метод Симпсона 3/8	4	3	$\frac{3\Delta t}{8}(f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3)$

Таблица 1
(*Окончание*)

Метод Буля	5	4	$\frac{2\Delta t}{45}\left(7f_0+32f_1+12f_2+32f_3+7f_4\right)$
Ньютона–Котеса (6 уз)	6	5	$\frac{5\Delta t}{288}\left(19f_0+75f_1+50f_2+50f_3+75f_4+19f_5\right)$
Ньютона–Котеса (7 уз)	7	6	$\frac{\Delta t}{140}\left(41f_0+216f_1+27f_2+272f_3+27f_4+216f_5+41f_6\right)$

Запустим кинематическую модель 100000 раз, используя каждый из алгоритмов, приведённых в табл. 1. Параметры кинематической модели выберем следующие:

– дискретность модели Δt = 1с ;

– общее время плавания $T = 4 \cdot 3600$с (кратно Δt);

– параметры эллипсоида WGS-84 (a = 6378137 м; $e^2 = 2\alpha - \alpha^2 = 2(1/298{,}257223563) - (1/298{,}257223563)^2 \approx 0{,}00669437999$;

– границы промежутков возможных значений курса и составляющих скорости $V_{x\min} = 0$; $V_{y\min} = -5$ уз; $K_{\min} = 0$; $V_{x\max} = 30$ уз; $V_{y\max} = 5$ уз; $K_{\max} = 360°$;

– максимально допустимые модули производных $\max|\dot{V}_x| = 0{,}09$ м/с²; $\max|\dot{V}_y| = 0{,}01$ м/с²; $\max|\dot{K}| = 12°/\text{с}$ (ограничения по производным для компонент скорости устанавливаются исходя из предположения о том, что время от нулевых до их наибольших значений составляет не более 3 мин, ограничения производной по курсу — поворот на 360° может быть выполнен в течение 30 с);

– запас широты $\Delta\bar{\varphi} = 30'$.

Различие траекторий, полученных с использованием двух различных алгоритмов, характеризуется в каждой модельной ситуации максимумом модуля невязки на промежутке времени плавания T. Обозначим данную величину символом $c_{\max}$. В качестве невязки на текущий момент плавания t используется расстояние между двумя соответствующими точками траекторий, вычисленное в прямоугольной геоцентрической системе координат. Для перехода от геодезических координат к прямоугольным пространственным координатам x, y, z используются стандартные соотношения [11]:

$$x = N\cos\varphi\cos\lambda;$$
$$y = N\cos\varphi\sin\lambda;$$
$$z = \left(1-e^2\right)N\sin\varphi.$$

Моделирование выполнялось в программной оболочке MATLAB R2015b.

Результаты эксперимента приведены в табл. 2, представляющей собой диагональную матрицу с нулевыми элементами по главной диагонали (симметричные элементы показаны один раз). Каждый элемент матрицы есть наибольший максимум модуля невязки траекторий (в метрах), полученных при помощи различных алгоритмов. Например, на пересечении строки «Метод Буля» со столбцом «Метод Симпсона 3/8» стоит число 176,9, которое означает, что в 100000 четырёхчасовых модельных ситуаций наибольшее взаимное отклонение траекторий, полученных с использованием данных алгоритмов, за четыре часа составило 176,9 м. В ходе эксперимента широта судна находилась в пределах от –87,7657° до +87,7348°.

Таблица 2

Работа кинематической модели в режиме «тихой воды» (100000 ситуаций — четырёхчасовых плаваний)

Название метода интегрирования	Метод трапеций	Метод Симпсона 1/3	Метод Симпсона 3/8	Метод Буля	Ньютона–Котеса (6 уз)	Ньютона–Котеса (7 уз)
Метод трапеций	0 м	–	–	–	–	–
Метод Симпсона 1/3	113,3	0	–	–	–	–
Метод Симпсона 3/8	**69,1**	144,6	0	–	–	–
Метод Буля	144,7	**34**	176,9	0	–	–
Ньютона–Котеса (6 уз)	**94,7**	149	**117,8**	180,7	0	–
Ньютона–Котеса (7 уз)	262	**150,8**	295,4	**122,9**	285,3	0

Соображения, по которым устанавливались ограничения для производных компонент входного сигнала, более соответствуют ситуации плавания судна на тихой воде. В условиях волнения, вызывающего качку судна, пределы ускорений могут значительно расшириться. Для их оценки будем использовать методику, приведённую в Правилах Российского морского регистра судоходства [12], в соответствии с которой расчётные значения ускорений центра тяжести судна в условиях качки определяются таким образом:

$$\begin{aligned} \bar{a}_x &= 0{,}1(100/L)^{1/3} g\varphi_r; \\ \bar{a}_y &= 0{,}2(100/L)^{1/3} g\varphi_r, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\bar{a}_x, \bar{a}_y$ — соответственно продольная и поперечная составляющие ускорения центра тяжести судна, вычисленные при нулевых углах дифферента и крена; L — длина судна; $g = 9{,}81$ м/с² — ускорение свободного падения; φ_r — коэффициент, равный единице для судов неограниченного района плавания. Для судна длиной 60 м расчёты по формулам (6) дают следующие оценки границ возможных значений ускорений: $\max|\dot{V}_x| = 1{,}16$ м/с²; $\max|\dot{V}_y| = 2{,}33$ м/с².

Исходя из предположения о гармоническом характере изменения курса судна на качке, запишем:

$\Delta K = A_\psi \sin\left(\frac{2\pi}{\tau_\psi} t\right)$, где ΔK — колебания курса около среднего положения; A_ψ — амплитуда и τ_ψ — период рыскания судна на волнении. Взяв производную по времени, получаем соотношение $\Delta\dot{K} = 2\pi\frac{A_\psi}{\tau_\psi}\cos\left(\frac{2\pi}{\tau_\psi} t\right)$, из которого следует, что наибольшее по модулю значение производной есть выражение $2\pi\frac{A_\psi}{\tau_\psi}$. Приняв $A_\psi = 30°$, $\tau_\psi = 10$ с, получаем ограничение по производной курса: $\max|\dot{K}| = 2\pi\frac{A_\psi}{\tau_\psi} = 2\pi\frac{30°}{10\ \text{с}} \approx 19°/\text{с}$.

Повторим описанный выше эксперимент с новыми параметрами: $\max|\dot{V}_x|$ = 1,16 м/с²; $\max|\dot{V}_y|$ = 2,33 м/с²; $\max|\dot{K}|$ = 19°/с. Результаты представлены в табл. 3. В ходе эксперимента широта судна находилась в пределах от –87,5738° до +87,601°.

Таблица 3

Работа кинематической модели в режиме «качки» (100000 ситуаций — четырёхчасовых плаваний)

Название метода интегрирования	Метод трапеций	Метод Симпсона 1/3	Метод Симпсона 3/8	Метод Буля	Ньютона–Котеса (6 уз)	Ньютона–Котеса (7 уз)
Метод трапеций	0 м	–	–	–	–	–
Метод Симпсона 1/3	173,3	0	–	–	–	–
Метод Симпсона 3/8	**98,7**	198,1	0	–	–	–
Метод Буля	224,2	**51**	239,8	0	–	–
Ньютона–Котеса (6 уз)	**148,3**	227,8	**182,3**	277	0	–
Ньютона–Котеса (7 уз)	364,2	**205,1**	403,2	**173,3**	417	0

Выводы

По результатам проведённых экспериментов можно сделать следующие выводы.

1. Видно, что с увеличением производных компонент входного сигнала увеличивается взаимное различие траекторий, полученных при помощи различных алгоритмов численного интегрирования. Так, в условиях «тихой воды» максимальное отличие траекторий (наибольшее значение c_{max}) составляет 295,4 м, а для условий, которые могут наблюдаться при качке, аналогичная величина составляет уже 417 м. Более того, каждый элемент табл. 3 больше соответствующего элемента табл. 2. Подобное положение дел согласуется с представлениями, согласно которым фактический характер изменения подынтегральной функции на интервале интегрирования влияет на методическую погрешность используемого численного метода. Чем быстрее может меняться подынтегральная функция, тем больше может быть отклонение от предполагаемой полиномиальной зависимости.

2. За четыре часа плавания 417 м — величина хоть и не большая, но всё-таки заметная, не пренебрежимо малая. Поэтому исследование алгоритмов численного интегрирования кинематических параметров движения судна — это актуальная научно-техническая проблема судовождения.

3. Оказалось, что сходимости к какому-то единому решению не наблюдается: взаимные отличия между алгоритмами по мере увеличения числа узлов n не уменьшаются. Например, взаимные отличия метода трапеций от метода Симпсона 1/3 (см. табл. 2) составляют 113,3 м, а методов Ньютона–Котеса с шестью-семью узлами — 285,3 м. Хотя, на первый взгляд, вполне закономерной представляется ситуация, когда последовательное увеличение узлов интегрирования обеспечивает сходимость к какому-то одному решению, принимаемому в качестве истинного.

4. Более того, выяснилось, что отличия результатов интегрирования внутри только чётных и только нечётных алгоритмов (показаны в табл. 2 и 3 полужирным шрифтом) меньше, чем отличия между чётными и нечётными алгоритмами (обычный шрифт). При этом под чётным алгоритмом понимается метод численного интегрирования с чётным количеством узлов, т. е. $n = 2, 4, 6$. Нечётный алгоритм — метод интегрирования с нечётным числом узлов, т. е. $n = 3, 5, 7$.Так, для режима «тихой воды» указанное отличие составляет $100·(295,4–150,8) / 295,4 \approx 49$ %от наибольшего значения (между чётными и нечётными методами). Для режима «качки» аналогичная величина приближенно равна 51 %. Создаётся впечатление, что чётные и нечётные алгоритмы численного интегрирования как бы группируются около некоторых своих общих решений, различных для чётного и нечётного числа узлов. Возможно, подобное положение дел как-то связано с тем, что квадратурные формулы с нечётным числом узлов имеют преимущества по сравнению с формулами с чётным числом узлов в плане точности [6].

5. В плане отсутствия сходимости методов Ньютона–Котеса можно предположить, что с увеличением числа узлов интегрирования сходимость гарантированно наблюдается в случаях, когда вид подынтегральной функции описывается точным аналитическим выражением, но сам интеграл точного решения не имеет. Подобная ситуация не характерна для плавания судна, так как в распоряжении имеются лишь временные последовательности значений подынтегральных функций, разделённых фиксированной дискретностью. В связи с этим особый интерес представляет сравнение методов Ньютона–Котеса в точных навигационных ситуациях, когда кинематические уравнения движения центра тяжести представляют собой аналитические функции времени.

6. Интересно также отметить, что среди нечётных алгоритмов интегрирования наименьшие взаимные отличия наблюдаются для методов Буля и Симпсона 1/3,среди чётных — для методов Симпсона 3/8 и трапеций. Минимальные отличия для пар чётных и нечётных алгоритмов зафиксированы для методов Симпсона 1/3 и трапеций. Указанные соотношения выдерживаются в обоих экспериментах. Кроме того, отличия от алгоритма, имеющего наименьшее число узлов (указан в названии столбцов табл. 2 и 3) по мере их увеличения (номера строк табл. 2 и 3) увеличиваются. Это справедливо как для однородных алгоритмов (оба либо чётные, либо нечётные в паре), так и для разнородных (один чётный, другой нечётный в паре). Закономерность можно проследить по первым трём столбцам табл. 2 и 3.

Предложена кинематическая модель движения судна, в которой на основе значений истинного курса судна и составляющих его абсолютной скорости определяются геодезические координаты центра тяжести судна на поверхности общеземного эллипсоида. Составляющие входного сигнала выбираются в каждый момент времени при помощи генераторов случайных чисел равномерного распределения из диапазонов их возможных значений с учётом ограничений по производным. На основе данных псевдослучайных временных выборок путём численного интегрирования определяются координаты судна. Структура модели допускает также её использование в случае измерений скорости относительно воды. Кроме того, параметры модели могут быть заданы так, чтобы обеспечить частные случаи движения судна (постоянным курсом и скоростью, удержание на заданном курсе). Каждый запуск модели приводит к генерации новой навигационной ситуации, заданной на конкретном отрезке времени плавания.

Рассмотренная кинематическая модель движения судна основана на принципе, согласно которому увеличение количества её запусков приводит к увеличению вероятности рассмотрения ситуации, которая может наблюдаться в реальности. Действительно, датчики случайных чисел могут сработать так, что реализации входных сигналов будут близки к тем, которые можно будет наблюдать при фактическом плавании судна. Данное свойство может быть использовано при тестировании новых алгоритмов. Следует отметить, что не последнюю роль при построении модели играет выбор алгоритма численного интегрирования. Как показали проведённые эксперименты, последовательное увеличение узлов интегрирования в формулах Ньютона–Котеса не приводит к сходимости данных алгоритмов к конкретному решению, что связано со спецификой численного интегрирования параметров движения в судовых условиях, когда вид подынтегральной функции не известен. В связи с этим вопрос выбора алгоритма численного интегрирования требует дальнейших исследований. Его решение может быть основано на использовании точных навигационных ситуаций, когда параметры движения судна связаны между собой аналитическими соотношениями. Другой важный вопрос, на который следует искать ответы, заключается в том, как определить достаточное количество модельных ситуаций, которые должны быть рассмотрены. Ведь очевидно, что при увеличении числа моделируемых ситуаций увеличивается вероятность того, что начнут появляться «похожие», практически эквивалентные уже рассмотренным ранее навигационные ситуации. Также актуальным является исследование работы применяемых в модели алгоритмов численного интегрирования в условиях погрешностей измерений курса и составляющих скорости судна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев С. П.* Задачи навигации и управления при стабилизации судна на траектории: научное издание / С. П. Дмитриев, А. Е. Пелевин. — СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004. — 158 с.

2. *Дерябин В. В.*Нейросетевой метод прогноза счислимых координат места судна / В. В. Дерябин // Транспортное дело России. — 2014. — № 6.— С. 92–96.

3. *Дерябин В. В.* Прогноз счислимых координат судна на основе нейронных сетей / В. В. Дерябин // Транспортное дело России. — 2015. — № 4. — С. 159–165.

4. *Дерябин В. В.* Системы счисления пути судна на основе нейронных сетей / В. В. Дерябин // Транспортное дело России. — 2015. — № 5. — С. 137–142.

5. *Дмитриев С. П.* Высокоточная морская навигация / С. П. Дмитриев. — СПб.: Судостроение, 1991. — 222 с.

6. *Kythe P. K.* Handbook of computational methods for integration / P. K. Kythe, M. R. Schäferkotter. — Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2005. — 598 p.

7. *Masjed-Jamei M.* Unified error bounds for all Newton–Cotes quadrature rules / M Masjed-Jamei // Journal of Numerical Mathematics. — 2015. — Vol. 23. — Is. 1. — Pp. 67–80. DOI:10.1515/jnma-2015-0006.

8. *Graca M. M.* A Simple Derivation of Newton-Cotes Formulas with Realistic Errors / M. M. Graca // Journal of Mathematics Research. — 2012. — Vol. 4. — No 5. — Pp. 34–48. DOI:10.5539/jmr.v4n5p34.

9. *Korn A. G.* Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review / G. A. Korn, T. M. Korn. — N.Y.: Dover Publications, Inc., 2000. — 1130 p.

10. *Дерябин В. В.* Оценка точности решения системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными / В. В. Дерябин // Эксплуатация морского транспорта. — 2010. — № 3. — С. 26–29.

11. ГОСТ 32453-2013. Глобальная навигационная спутниковая система. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек: межгос. стандарт. — Введ. 01.07.2014. — М.: Стандартинформ, 2014. — 15 с.

12. Правила классификации и постройки морских судов. — СПб.: Российский морской регистр судоходства, 2015. — Т. 1. — 505 с.

REFERENCES

1. Dmitriev, S. P., and A. E. Pelevin. *Zadachi navigatsii i upravleniya pri stabilizatsii sudna na traektorii: nauchnoe izdanie*. SPb.: GNTs RF TsNII «Elektropri-bor», 2004.

2. Deryabin, V. V. “Neural network method of vessel’s dead reckoning position prediction.” *Transport business in Russia* 6 (2014): 92–96.

3. Deryabin, V. V. “Vessel’s dead reckoning track prediction on basis of neural networks.” *Transport business in Russia* 4 (2015): 159–165.

4. Deryabin, V. V. “Vessel’s dead reckoning systems on basis of neural networks.” *TransportbusinessinRussia* 5 (2015): 137–142.

5. Dmitriev, S. P. *Vysokotochnaya morskaya navigatsiya*. SPb.: Sudostroenie, 1991.

6. Kythe, Prem K., and Michael R. Schäferkotter. *Handbook of computational methods for integration*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2005.

7. Masjed-Jamei, Mohammad. “Unified error bounds for all Newton–Cotes quadrature rules.” *Journal of Numerical Mathematics* 23.1 (2015): 67–80. DOI: 10.1515/jnma-2015-0006.

8. Graça, Mário M. “A Simple Derivation of Newton-Cotes Formulas with Realistic Errors.” *Journal of Mathematics Research* 4.5 (2012): 34–48. DOI:10.5539/jmr.v4n5p34.

9. Korn, Granino Arthur, and Theresa M. Korn. *Mathematical handbook for scientists and engineers: Definitions, theorems, and formulas for reference and review.* N.Y.: Dover Publications, Inc., 2000.

10. Deryabin, V. V. “Estimated accuracy of solution of two linear equations system with two unknown variables.” *Jekspluatacija morskogo transporta* 3 (2010): 26–29.

11. Russian Federation. State Standart GOST 32453-2013. Global navigation satellite system. Coordinate systems. Methods of transformations for coordinates of determinated points. M.: Standartinform, 2014.

12. *Pravila klassifikatsii i postroiki morskikh sudov.* SPb.: Rossiiskii morskoi registr sudokhodstva, 2015. Vol. 1.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Дерябин Виктор Владимирович —
кандидат технических наук
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени
адмирала С.О. Макарова»
198035, Российская Федерация,
Санкт-Петербург, ул. Двинская, 5/7
e-mail: *gmavitder@mail.ru*, *kaf _nav@gumrf.ru*

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Deryabin, Victor V. —
PhD
Admiral Makarov State University
of Maritime and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg 198035,
Russian Federation
e-mail: *gmavitder@mail.ru*, *kaf _nav@gumrf.ru*

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2017 г.
Received: February 7, 2017.