

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-575-585

OPTIMUM THREE-PHASE PULSE WIDTH MODULATION ACCORDING TO THE CRITERION OF DISPERSION OF THE CURRENT TO THE LOAD

I. V. Belousov, V. F. Samosejko

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

An analytical approach to optimal pulse-width modulation is considered. In this case, the pulse width modulation means the process of approximation by pulses of the voltage (modulated) of the required smooth (modulating) voltage required to generate the load current, which is a low-frequency filter. Error of the modulation current is the difference between the current generated by a function of the modulated voltage and the current generated is a function of the modulating voltage. The modulation quality index is interpreted as a numerical integral characteristic of the quadratic modulation error on the modulation interval (local dispersion). Under the three-phase modulation refers to the modulation of the three electronic switches. For a three-phase bridge, the expression of the current dispersion in the load is obtained. The formula for three-phase bridge switching functions is synthesized. It is shown that the three-phase pulse-width modulation algorithm has four free variables by which the minimum current dispersion in the load can be searched. Free variables are three parameters of the pulse shift relative to the center of the modulation interval and the zero-potential function, which is a linear combination of switching functions of pairs of electronic switches. An expression of the local dispersion of the load current is found. The formulas for determining the shift parameters and the zero potential function, which minimize the local variance of the current. It is shown that the optimal location of the pulses on the pulse-width modulation period can significantly reduce the current dispersion at a relative modulation frequency of less than 50. As the relative modulation frequency increases, the centrally symmetric modulation of the pulses over the modulation interval becomes optimal. It is shown that the method of vector pulse width modulation (SVPWM) at a relative modulation frequency of more than 50 is close to optimal modulation. At small values of the modulation frequency optimal modulation significantly reduces the local variance of the current. The solution of the optimal pulse-width modulation problem will allow reducing energy losses in propulsion motors and their vibration.

Keywords: pulse-width modulation; three-phase modulation; modulation quality; local current dispersion; optimization.

For citation:

Belousov, Igor V., and Veniamin F. Samosejko. "Optimum three-phase pulse width modulation according to the criterion of dispersion of the current to the load." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 10.3 (2018): 575–585. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-575-585.

УДК 621.341.572

ОПТИМАЛЬНАЯ ТРЕХФАЗНАЯ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ПО КРИТЕРИЮ ДИСПЕРСИИ ТОКА В НАГРУЗКЕ

И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассмотрен аналитический подход к оптимальной широтно-импульсной модуляции. При этом широтно-импульсная модуляция в работе понимается как процесс аппроксимации импульсами напряжения (модулированного) желаемого гладкого (модулирующего) напряжения, необходимого для формирования

тока нагрузки, которая является фильтром низкой частоты. Под ошибкой модуляции по току понимается разность между током, порождаемым модулированной функцией напряжения, и током, порождаемым модулирующей функцией напряжения. Мера качества модуляции трактуется как числовая интегральная характеристика квадратичной ошибки модуляции на интервале модуляции (локальной дисперсии). Под трехфазной модуляцией понимается модуляция тремя полумостами. Для трехфазного моста получено выражение дисперсии тока в нагрузке. Синтезированы формулы для коммутационных функций полумостов. Показано, что алгоритм трехфазной широтно-импульсной модуляции имеет четыре свободных переменных, по которым может производиться поиск минимума дисперсии тока в нагрузке. К свободным переменным относятся три параметра сдвига импульсов, генерируемых полумостами, и нулевая потенциальная функция, являющаяся линейной комбинацией скважностей коммутационных функций полумостов. Найдено выражение локальной дисперсии тока нагрузки. Получены формулы для определения параметров сдвига и нулевой потенциальной функции, которые минимизируют локальную дисперсию тока. Показано, что оптимальное расположение импульсов на периоде широтно-импульсной модуляции позволяет существенно снизить дисперсию тока при относительной частоте модуляции, меньшей 50. При увеличении частоты модуляции оптимальной становится модуляция с центрально-симметричным положением импульсов на интервале модуляции. Показано, что метод векторной широтно-импульсной модуляции при частоте модуляции больше 50 наиболее близок к оптимальной модуляции. При малых значениях частот модуляции оптимальная модуляция дает существенное снижение локальной дисперсии тока. Решение задачи оптимальной трехфазной широтно-импульсной модуляции позволит уменьшить потери энергии в гребных электродвигателях и их вибрацию.

Ключевые слова: широтно-импульсная модуляция, трехфазная модуляция, качество модуляции, локальная дисперсия тока, оптимизация.

Для цитирования:

Белоусов И. В. Оптимальная трехфазная широтно-импульсная модуляция по критерию дисперсии тока в нагрузке / И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2018. — Т. 10. — № 3. — С. 575–585. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-575-585.

Введение (Introduction)

Управление потоками электрической энергии с развитием силовой электроники посредством широтно-импульсной модуляции (ШИМ) нашло широкое применение в различных областях техники и в частности для управления гребными электродвигателями. Качество ШИМ существенно зависит от частоты следования импульсов. Однако увеличение частоты модуляции ведет к возрастанию динамических потерь в электронных ключах. Большие частоты модуляции применяются в электрических преобразователях меньшей мощности. Мощности преобразователей электрической энергии, реализуемых на полностью управляемых электронных ключах, неуклонно растут. Так, мощность единичных трехфазных преобразователей частоты, используемых в системах электродвижения судов, в настоящее время достигает 5 МВт и более. Повышение качества модуляции напряжения на нагрузке ведет к снижению потерь мощности и уменьшению виброшумовых характеристик электроприводов. Поэтому повышение качества модуляции является актуальной задачей.

Проблеме качества ШИМ с момента начала ее использования в силовой преобразовательной технике уделялось огромное внимание. Разработаны различные методы ШИМ. Наиболее известными являются классическая [1], [2], модифицированная классическая [3] – [5], векторная [6], [7] ШИМ. Сравнению методов ШИМ посвящено большое количество работ [8] – [11], которые основаны на компьютерном моделировании. Ввиду импульсного характера функций моделирование требует существенных затрат машинного времени. Данный подход позволяет приблизиться к оптимальной ШИМ, но доказать, что алгоритм ШИМ оптимальный, не может. Найти же оптимальный метод ШИМ при заданном критерии оптимальности возможно лишь аналитическим путем. В данной работе решается задача синтеза алгоритма оптимальной трехфазной ШИМ на основе аналитического подхода.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Под трехфазной модуляцией понимается модуляция тремя полумостами A , B , C (рис. 1), образующими трехфазный электронно-ключевой мост. Полумост состоит из двух последова-

тельно соединенных ключей VH_X и VL_X ($X = A, B, C$). Питание двухфазной электронно-ключевой цепи осуществляется от источника постоянного напряжения U_d . Общий потенциал нижних ключей и источника питания принимается равным нулю. Общий потенциал верхних ключей и источника питания принимается равным напряжению источника питания U_d . Трехфазная нагрузка представляет собой LR — фильтр низкой частоты. Для характеристики фильтрующих свойств далее используется отношение $\varepsilon = T_0/T$, где T_0 — период ШИМ; $T = L/R$ — постоянная времени нагрузки.

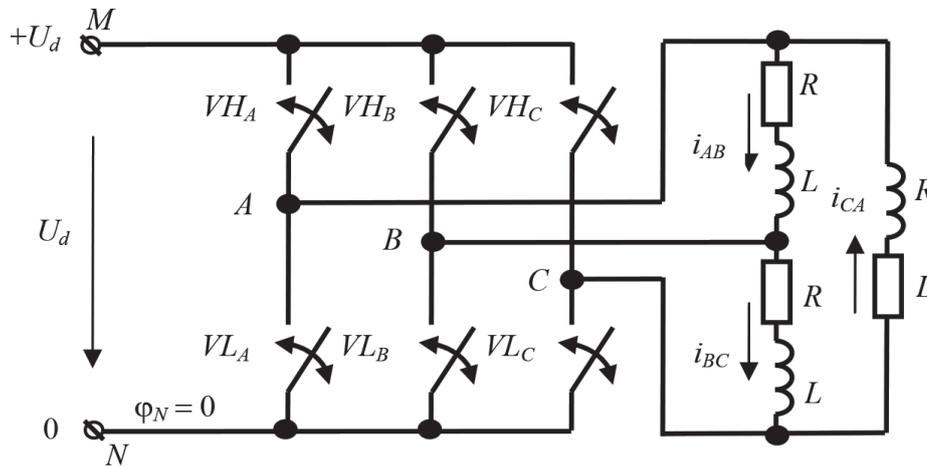


Рис. 1. Мостовая схема трехфазной модуляции

Термины и определения. Под ШИМ в данной работе понимается процесс аппроксимации импульсами напряжения желаемого гладкого напряжения, которое необходимо для формирования тока нагрузки. Импульсная функция — периодическая булева функция, принимающая значения 0 или 1. Сквозность — отношение длительности импульса к периоду модуляции.

Модулированная функция — импульсная функция, которая получается в процессе модуляции. Модулирующая функция — гладкая непрерывная функция, к которой должна быть приближена импульсная функция в процессе модуляции. Ошибка модуляции напряжения — разность между модулированным и модулирующим напряжением. Ошибка модуляции по току — разность между токами, порождаемыми модулированной и модулирующей функциями напряжений. Локальная дисперсия тока — среднее значение квадрата ошибки модуляции по току на периоде импульсной функции. Оптимальная ШИМ — это ШИМ, позволяющая получить минимум локальной дисперсии тока.

Под модулированной функцией напряжения понимается отношение модулированного напряжения к напряжению источника питания U_d . Под модулирующей функцией напряжения понимается отношение модулирующего напряжения к напряжению источника питания U_d . Коммутационная функция — импульсная функция, принимающая значения 0 или 1, 0 которой соответствует выключенному состоянию ключа, 1 — включенному. Под потенциалом полумоста $X = A, B, C$ понимается потенциал его средней точки. Отношение модулированных потенциалов мостов к напряжению источника питания — модулированная функция потенциалов полумостов. Отношение модулирующих потенциалов мостов к напряжению источника питания — модулирующая функция потенциалов полумостов. Базовое значение тока — $I_0 = U_d/R$. Относительный ток — отношение тока к базовому значению. Относительный ток помечается верхним индексом * (звездочка).

Управление полумостами осуществляется так, что включен либо верхний, либо нижний ключ. Для описания управления полумостом $X = A, B, C$ необходимо задать коммутационную функцию χ_X , графическое представление которой приведено на рис. 2.

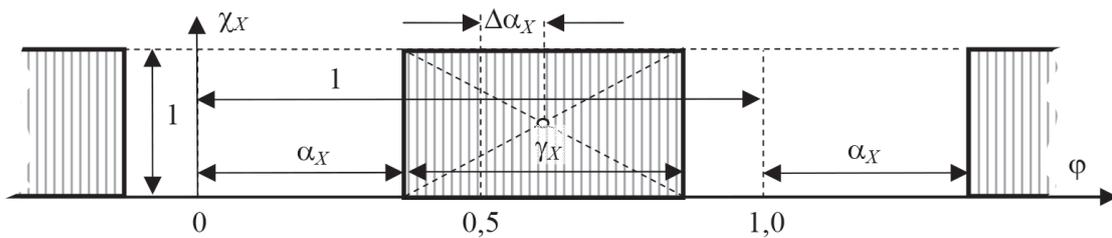


Рис. 2. График периодической импульсной функции со сдвигом импульса относительно начала интервала модуляции вправо

Формальная запись коммутационных функций полумостов $X = A, B, C$:

$$\chi_X = 1 \left(\frac{1 + \gamma_X}{2} + \Delta\alpha_X - \varphi \right) \cdot 1 \left(\varphi - \frac{1 - \gamma_X}{2} - \Delta\alpha_X \right), \quad (1)$$

где $1(x)$ — единичная функция аргумента x ; $\varphi = \tau - \text{floor}(\tau)$ — пилообразная функция относительного времени $\tau = t/T_0$; $\text{floor}(\tau)$ — дробная часть числа τ ; T_0 — период модуляции; α_X — относительное время от начала интервала ШИМ до момента включения верхних ключей полумостов X ; $\Delta\alpha_X$ — коэффициент смещения импульса относительно центра интервала ШИМ; γ_X — скважность импульсов. Значению $\chi_A = 1$ соответствует включенное состояние верхнего ключа полумоста A , а значению $\chi_B = 1$ — включенное состояние верхнего ключа полумоста B . Из рис. 2 следует, что переменные α_X , характеризующие положение импульсов χ_X на интервале модуляции, можно записать в следующем виде:

$$\alpha_X = \frac{1 - \gamma_X}{2} - \Delta\alpha_X. \quad (2)$$

Модулированный потенциал узла X электронно-ключевой цепи, изображенной на рис. 1, обозначим $\varphi_X = \chi_X \cdot U_d$. Тогда модулирующая функция потенциала узла X будет являться коммутационной функцией полумоста (1). Пусть модулирующий (желаемый) потенциал полумоста $G_X(\varphi)$. Тогда модулирующая функция потенциала полумоста

$$g_X(\varphi) = G_X(\varphi) / U_d. \quad (3)$$

Будем полагать, что фазные модулирующие функции фазных напряжений g_A, g_B, g_C являются периодическими симметричными относительно оси абсцисс функциями относительного времени с периодом f^* и удовлетворяют равенству

$$g_A + g_B + g_C = 0. \quad (4)$$

Модулирующие функции линейных межфазных и фазных напряжений связаны соотношениями:

$$g_{AB} = g_A - g_B = \gamma_A - \gamma_B; \quad g_{BC} = g_B - g_C = \gamma_B - \gamma_C; \quad g_{CA} = g_C - g_A = \gamma_C - \gamma_A. \quad (5)$$

Решение уравнений (5) относительно модулирующих функций потенциалов полумостов $X = A, B, C$ можно записать в следующем виде:

$$\gamma_X = g_X + \gamma_0 = \frac{1}{2} + g_X - g_0, \quad (6)$$

где γ_0 — нулевая потенциальная функция, являющаяся свободной переменной; $g_0 = 1/2 - \gamma_0$ — переменная, называемая *функцией предмодуляции*, которая также является свободной переменной.

Положим, что модулирующая функция потенциала полумоста является гладкой функцией времени. Тогда ее можно представить на интервале модуляции двумя первыми слагаемыми ряда Тейлора:

$$g_X(\varphi) \approx g_X(1/2) + \Delta g_X \cdot (\varphi - 1/2), \quad (7)$$

где $g_X(1/2)$ — значение модулирующей функции потенциала полумоста X в середине интервала модуляции при $\varphi = 1/2$; $\Delta g_X = g_X'(1/2)$ — приращение модулирующей функции линейного напряжения на периоде ШИМ; $g_X'(1/2)$ — производная модулирующей функции потенциала полумоста по относительному времени φ в середине интервала при $\varphi = 1/2$.

Принцип управления ШИМ заключается в поддержании равенства

$$\int_0^1 (\chi_X - g_X(\varphi)) \cdot d\varphi = 0. \quad (8)$$

Из данного равенства следует, что $\gamma_X = g_X(\tau)$, где значение τ берется в середине интервала модуляции.

Шесть параметров коммутационных функций $\Delta\alpha_X, \gamma_X$ ($X = A, B, C$), далее рассматриваются как управляющие переменные, позволяющие сформировать потенциалы узлов A, B, C (см. рис. 1). Число полумостов играет важную роль в обеспечении качества модуляции. Каждый полумост имеет две степени свободы в формировании импульсов напряжения $\Delta\alpha_X, \gamma_X$. Три полумоста имеют шесть степеней свободы. Соотношения (4) и (6) обеспечивают две связи. Таким образом, число свободных переменных трехфазного моста, по которым ведется оптимизация ШИМ, равно четырем.

Критерий оптимальности ШИМ — локальная дисперсия межфазного тока. Модулированное напряжение между потенциалами узлов $X, Y = A, B, C$ определяется выражением $U_{XY} = \chi_{XY} \cdot U_d = (\chi_X - \chi_Y) \cdot U_d$. Модулирующее напряжение между потенциалами X, Y определяется выражением $G_{XY} = g_{XY} \cdot U_d = (g_X - g_Y) \cdot U_d$, где $g_{XY} = g_X - g_Y$ — межфазные модулирующие функции; g_X, g_Y — модулирующие функции потенциалов узлов $X, Y = A, B, C$. Локальная дисперсия относительного значения тока в нагрузке

$$D_{XY} = \left(\frac{R}{U_d} \right)^2 \cdot \int_0^1 (i_{XY}(\varphi) - j_{XY}(\varphi))^2 \cdot d\varphi, \quad (9)$$

где $i_{XY}(\varphi)$ — ток, порождаемый модулированным напряжением U_{XY} на интервале ШИМ; $j_{XY}(\varphi)$ — ток, порождаемый модулирующим напряжением G_{XY} на интервале ШИМ; φ — относительное время, отсчитываемое от начала интервала модуляции.

Локальная дисперсия тока в нагрузке D_{XY} является достаточно сложной функцией управляющих переменных $\gamma_X, \Delta\alpha_X$ полумостов Y , модулирующих функций $g_X, \Delta g_X$ и ε — отношения периода ШИМ T_0 к постоянной времени нагрузки $T = L/R$. Заметим, что параметр ε , характеризующий фильтрующие свойства нагрузки, достаточно мал. Поэтому дисперсия тока (9) может быть представлена в следующем виде:

$$D_{XY} = D(g_X, \Delta g_X, \Delta\alpha_X, g_0, \varepsilon) = \varepsilon^2 \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{D(g_X, \Delta g_X, \Delta\alpha_X, g_0, \varepsilon)}{\varepsilon^2}. \quad (10)$$

Данное представление локальной дисперсии тока соответствует разложению ее в ряд Маклорена с погрешностью до значения $O(\varepsilon^3)$:

$$D_{XY} \approx \varepsilon^2 \cdot \left(\begin{aligned} & \frac{g_{XY}^2}{12} \cdot ((1 - \gamma_X)^2 + \gamma_Y \cdot (\gamma_X + \gamma_Y - 1)) + 2 \cdot \Delta\alpha_X \cdot \Delta\alpha_Y \cdot \gamma_Y + \\ & + \Delta\alpha_X^2 \cdot (\gamma_X \cdot g_{XY} + \gamma_Y) + \Delta\alpha_Y^2 \cdot \gamma_Y \cdot (1 - g_{XY}) + \\ & + \frac{\Delta g_{XY}^2}{120} + \frac{\Delta g_{XY}}{12} \cdot (\Delta\alpha_X \cdot \gamma_X \cdot (\gamma_X - 3) + \Delta\alpha_Y \cdot \gamma_Y \cdot (\gamma_Y - 3)) \end{aligned} \right), \quad (11)$$

где $g_X > g_Y$. Погрешность формулы (11) при $\varepsilon < 1$ не превышает 3%. Реальные значения параметра ε , характеризующего фильтрующие свойства электродвигателей, значительно меньше единицы. Поэтому формула локальной дисперсии (11) достаточно хорошо аппроксимирует исходную формулу (9). Представление локальной дисперсии межфазного тока в виде (11) позволяет упростить связь

фильтрующих свойств нагрузки (параметр ε) и параметров, определяющих управление ШИМ: g_{XY} , Δg_{XY} , $\Delta \alpha_X$, $\Delta \alpha_Y$. Это обстоятельство существенно упрощает синтез оптимального управления.

Локальная дисперсия межфазного тока (11) найдена при условии $g_X > g_Y$. Используя формулу (11), найдем локальную дисперсию тока в трехфазной нагрузке. Для этого упорядочим функции g_A , g_B , g_C в порядке убывания. Возможны шесть таких комбинаций неравенств:

$$g_A > g_B > g_C; \quad g_B > g_A > g_C; \quad g_B > g_C > g_A; \quad g_C > g_B > g_A; \quad g_C > g_A > g_B; \quad g_A > g_C > g_B.$$

Используя свойство симметрии токов нагрузки, полученных в результате модуляции, их дисперсию будем находить для случая, когда выполняются неравенства $g_A > g_B > g_C$. Модулированные функции потенциалов полумостов совпадают с коммутирующими функциями полумостов (1) и порождают токи i_{AB} , i_{BC} , i_{AC} . Модулирующие (желаемые) функции потенциалов полумостов порождают токи j_{AB} , j_{BC} , j_{AC} .

Токам j_{AB} , j_{BC} , j_{AC} и i_{AB} , i_{BC} , i_{AC} соответствуют ошибки модуляции $\Delta i_{AB} = i_{AB} - j_{AB}$; $\Delta i_{BC} = i_{BC} - j_{BC}$; $\Delta i_{AC} = i_{AC} - j_{AC}$. Ошибкам Δi_{AB} , Δi_{BC} , Δi_{AC} можно поставить в соответствие локальные дисперсии межфазных токов:

$$D_{AB} = \left(\frac{R}{U_d}\right)^2 \cdot \int_0^1 \Delta i_{AB}^2 \cdot d\varphi; \quad D_{BC} = \left(\frac{R}{U_d}\right)^2 \cdot \int_0^1 \Delta i_{BC}(\varphi) \cdot d\varphi; \quad D_{AC} = \left(\frac{R}{U_d}\right)^2 \cdot \int_0^1 \Delta i_{AC}^2 \cdot d\varphi.$$

Локальную дисперсию межфазного тока между полумостами можно найти по формуле

$$D_{ABC} = D(g_X, \Delta g_X, \Delta \alpha_X, g_0) = \frac{D_{AB} + D_{BC} + D_{AC}}{3}, \quad (12)$$

где $X = A, B, C$. В данной формуле отмечено, что дисперсия является функцией свободных переменных $\Delta \alpha_X$ и g_0 . Она также является функцией модулирующих переменных g_X , Δg_X , которые должны быть заданы.

Оптимальный алгоритм ШИМ по критерию дисперсии тока должен минимизировать функцию (12) по свободным четырем переменным $\Delta \alpha_X$ и g_0 . Найти экстремум функции (12) по четырем переменным $\Delta \alpha_X(g_X, \Delta g_X)$ и $g_0(g_X, \Delta g_X)$ можно лишь численным методом. Оценки коэффициентов смещения и функции предмодуляции, полученные численным методом, непригодны для практической реализации ШИМ в микропроцессорной технике. Поэтому найдем их приближенные значения.

Результаты (Results)

Оценка оптимальных коэффициентов смещения импульсов. Будем полагать, что оценки оптимальных коэффициентов смещения $\Delta \alpha_X$ зависят от Δg_X и не зависят от g_X . Тогда оценки оптимальных коэффициентов можно искать по дисперсии тока, представленной в виде: $D(0, \Delta g_X, \Delta \alpha_X, 0)$. Полагая, что Δg_X , $\Delta \alpha_X$ достаточно малы, представим локальную дисперсию тока $D(0, \Delta g_X, \Delta \alpha_X, 0)$ первыми слагаемыми ряда Маклорена с точностью до остаточных членов $O(\Delta g_X^3) = 0$, $O(\Delta \alpha_X^3) = 0$. Тогда несложно показать, что значения коэффициентов смещения, которые минимизируют дисперсию тока, представленную полиномом по переменным Δg_X , $\Delta \alpha_X$, определяются выражением

$$\Delta \alpha_X = \frac{11}{96} \cdot \Delta g_X. \quad (13)$$

Оптимальная функция предмодуляции. Если положить, что функции $g_X(\varphi)$ достаточно гладкие, то их приращения на периоде ШИМ $\Delta g_X \approx 0$. Тогда дисперсия токов (12) в нагрузке между полумостами $X = A, B, C$ имеет минимум при

$$g_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{g_A^3 + g_B^3 + g_C^3}{g_A^2 + g_B^2 + g_C^2}. \quad (14)$$

При синусоидальных модулирующих функциях фазных напряжений

$$g_X = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \tau}{f^*} + \rho_X\right) \quad (15)$$

оптимальная функция предмодуляции (14) является гармоникой третьего порядка:

$$g_0 = \frac{a}{4 \cdot \sqrt{3}} \cdot \cos\left(\frac{6 \cdot \pi \cdot \tau}{f^*}\right), \quad (16)$$

где $X = A, B, C$; $\rho_A = 0$; $\rho_B = -2\pi/3$; $\rho_C = 2\pi/3$; a — коэффициент амплитуды линейного напряжения; $X = A, B, C$; f^* — относительная частота модуляции; τ — относительное время. При значениях $a > 0,972$ использование функции предмодуляции (14) приводит к перемодуляции. Таким образом, оптимальная функция предмодуляции не позволяет полностью использовать модулируемое напряжение без перемодуляции. Перемодуляция при $a > 0,972$ ведет к некоторому увеличению дисперсии тока нагрузки и появлению в спектре токов низкочастотных гармоник.

Функция предмодуляции, исключающая перемодуляцию и обеспечивающая минимальную дисперсию тока при синусоидальных модулирующих функциях фазных напряжений, может быть записана в следующем виде:

$$g_0^0 = \frac{a}{4 \cdot \sqrt{3}} \cdot \min\left(1, \frac{\sqrt{1-|a|} + 2/3}{1 - \sqrt{1-|a|}}\right) \cdot \cos\left(\frac{6 \cdot \pi \cdot \tau}{f^*}\right), \quad (17)$$

где $a \in [0, 1]$.

Полученные оценки коэффициентов смещения (13) и функции предмодуляции (17) исчерпывают все возможные переменные, по которым можно производить минимизацию дисперсии токов и определяют оптимальный алгоритм ШИМ трехфазного электронно-ключевого моста.

Обсуждение (Discussion)

Эффективность оптимизации ШИМ. Так как наиболее востребованными являются алгоритмы ШИМ с синусоидальными модулирующими функциями напряжений, далее приводятся аналитические исследования эффективности оптимизации ШИМ по параметрам смещения и виду функции предмодуляции при синусоидальных модулирующих функциях напряжений (15).

Для сравнительной оценки эффективности оптимальной ШИМ найдем интегральную дисперсию тока на периоде модулирующей функции фазных напряжений:

$$ED(a, f^*, \Delta\alpha_X, g_0) = \frac{6}{f^*} \cdot \int_0^{f^*/6} D(g_X, \Delta g_X, \Delta\alpha_X, g_0) \cdot d\tau, \quad (18)$$

где g_X — модулирующие функции напряжения (15); $\Delta g_X = dg_X/d\tau$ — приращения модулирующих функций напряжения на периоде модуляции. Коэффициенты смещения импульсов $\Delta\alpha_X$ ($X = A, B, C$) и функция предмодуляции g_0 определяют метод ШИМ. Эффективность алгоритмов ШИМ будем оценивать отношением дисперсий

$$Z(a, f^*, \Delta\alpha_X, g_0) = \frac{ED(a, f^*, \Delta\alpha_X^0, g_0^0)}{ED(a, f^*, \Delta\alpha_X, g_0)} \leq 1, \quad (19)$$

где $\Delta\alpha_X = \Delta\alpha_X^0$ — коэффициенты смещения, определенные выражением (13); g_0^0 — функция предмодуляции, определенная выражением (17); $\Delta\alpha_X$ и g_0 — произвольные коэффициенты смещения и функция предмодуляции.

Коэффициенту эффективности $Z_{00} = Z(a, f^*, 0, 0)$ соответствует синусоидальная центрально-симметричная ШИМ с нулевой функцией предмодуляции. Коэффициенту эффективности $Z_{10} = Z(a, f^*, \Delta\alpha^0, 0)$ соответствует ШИМ с оптимальным смещением импульсов и нулевой функцией предмодуляции. Коэффициенту эффективности $Z_{01} = Z(a, f^*, 0, g_0^0)$ соответствует центрально-симметричная ШИМ с оптимальной функцией предмодуляции (17). Сравнительное влияние

на качество ШИМ смещения импульсов относительно центра интервала модуляции и функции предмодуляции можно оценить по графикам, приведенным на рис. 3.

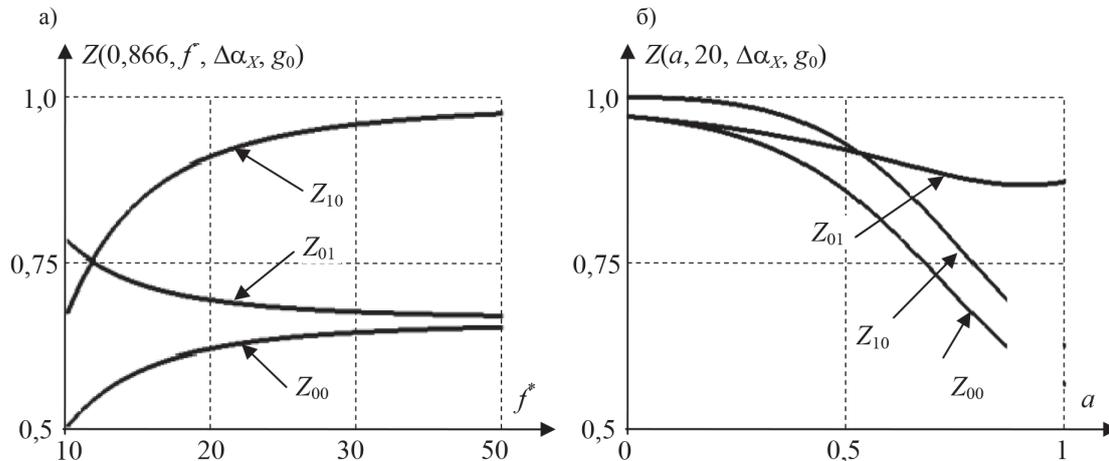


Рис. 3. Графики коэффициентов эффективности ШИМ, позволяющие оценить влияние смещения импульсов относительно центра интервала модуляции и функции предмодуляции на дисперсию тока нагрузки: *а* — от относительной частоты модуляции; *б* — от коэффициента амплитуды

Из приведенных графиков следует, что наиболее эффективна оптимизация ШИМ путем смещения импульсов относительно центра интервала модуляции при относительно небольших частотах модуляции. При относительной частоте модуляции $f^* > 50$ смещение импульсов становится неэффективным. Использование оптимальной функции предмодуляции обеспечивает существенное уменьшение токов в нагрузке независимо от частоты модуляции. Использование оптимальной ШИМ по параметрам смещения и функции предмодуляции позволяет существенно повысить ее качество.

Сравнение различных методов трехфазной ШИМ с оптимальной. Проблеме качества ШИМ с момента начала ее использования в силовой преобразовательной технике уделялось огромное внимание. Наибольшее распространение получили два метода трехфазной ШИМ: классическая и векторная ШИМ. В литературе преобладает мнение, что векторная ШИМ лучше модифицированной классической ШИМ, использующей функцию предмодуляции. Получить окончательный вывод о том, какой метод лучше, путем компьютерного моделирования невозможно. Аналитический метод вычисления локальной дисперсии тока, предложенный в данной работе, позволяет найти оптимальный алгоритм ШИМ и сравнить с ним алгоритмы векторной и классической ШИМ.

Классическая ШИМ основана на сравнении модулирующей функции напряжения с периодической пилообразной функцией [1]. Исследование классической ШИМ показало, что наименьшую дисперсию тока обеспечивает классический алгоритм с центрально-симметричным расположением импульсов на интервале модуляции, использующий пилообразную функцию с симметричным зубцом. Классическая ШИМ без перемодуляции возможна лишь при коэффициентах амплитуды $a \in [0, 0,866]$. Коэффициент эффективности алгоритма классической ШИМ $Z_k = Z(a, f^*, 0, 0) = Z_{00}$. Из графиков, приведенных на рис. 2, следует, что алгоритм классической модуляции имеет достаточно низкий коэффициент эффективности.

Получению алгоритма ШИМ, обеспечивающего отсутствие перемодуляции при коэффициентах амплитуды $a \in [0, 1]$, в литературе уделялось достаточно много внимания. Наиболее известен алгоритм модуляции на базе классической ШИМ с функцией предмодуляции третьей гармоникой [2]:

$$g_0'' = \frac{2}{3} \cdot g_0 = \frac{a}{6 \cdot \sqrt{3}} \cdot \cos\left(\frac{6 \cdot \pi \cdot \tau}{f^*}\right), \quad (20)$$

которая исключает возникновение перемодуляции при коэффициентах амплитуды $a \in [0, 1]$. Функция предмодуляции (20) исключает возникновение режима предмодуляции, однако она не является оптимальной ШИМ. Коэффициент эффективности алгоритма модифицированной классической ШИМ $Z_{МК} = Z(a, f^*, 0, g_0'') \approx Z_{01}$. Из графиков, приведенных на рис. 3, следует, что алгоритм модифицированной классической ШИМ имеет коэффициент эффективности $Z_{МК} \approx Z_{01}$, который существенно превосходит коэффициент эффективности алгоритма классической ШИМ: $Z_{к} = Z_{00}$. При коэффициенте амплитуды $a = 0,972$ и $f^* \rightarrow \infty$ коэффициент эффективности алгоритма модифицированной классической ШИМ достаточно высок: $Z_{МК} = 0,931$.

Изучались также другие виды функций предмодуляции [4], [5]. Наибольшее практическое применение получила векторная ШИМ (SVPWM) [6], [7]. Можно показать, что векторной ШИМ соответствует функция предмодуляции [12]:

$$g_0' = \frac{\min\{g_A, g_B, g_C\} + \max\{g_A, g_B, g_C\}}{2}. \quad (21)$$

Функция предмодуляции (21) исключает возникновение режима передмодуляции, однако она не является оптимальной ШИМ. Коэффициент эффективности алгоритма векторной ШИМ $Z_{в} = Z(a, f^*, 0, g_0')$ $\approx Z_{01}$. При коэффициенте амплитуды $a = 0,972$ и $f^* \rightarrow \infty$ коэффициент эффективности алгоритма векторной ШИМ достаточно высок: $Z_{в} = 0,975$. При этом имеет место соотношение $Z_{МК} < Z_{в}$. При значениях коэффициента амплитуды $a > 0,995$ и $f^* \rightarrow \infty$ функция передмодуляции (21) становится оптимальной.

Выводы (Summary)

1. Свободными переменными трехфазного моста, по которым можно вести оптимизацию ШИМ, являются параметры смещения импульсов относительно центра интервала ШИМ и нулевая потенциальная функция, которая является линейной комбинацией скажностей импульсов коммутационных функций электронных ключей. В качестве меры качества ШИМ целесообразно использовать среднеквадратичную ошибку модуляции на интервале модуляции — локальную дисперсию. Минимизация локальной дисперсии эквивалентна минимизации коэффициента искажений тока нагрузки.

2. Смещение импульсов относительно центра и использование функций предмодуляции существенно снижает дисперсию тока в нагрузке при относительной частоте модуляции $f^* \leq 50$. При увеличении числа импульсов на периоде модулирующих функций эффективность применения оптимизационных процедур смещения импульсов снижается. При увеличении частоты ШИМ становится центрально-симметричной. Эффективность оптимизации по величине смещения импульсов повышается при снижении коэффициента амплитуды модулирующего напряжения.

3. Оптимизация вида нулевой потенциальной функции также приводит существенному снижению локальной дисперсии тока независимо от частоты модуляции. Эффективность оптимизации по виду нулевой потенциальной функции снижается при снижении коэффициента амплитуды модулирующего напряжения.

4. При относительной частоте модуляции $f^* > 50$ оптимальная ШИМ незначительно увеличивает качество модуляции по сравнению с классической и векторной ШИМ. Вычислительная сложность алгоритма оптимальной трехфазной ШИМ не превосходит сложность алгоритмов классической и векторной ШИМ, что облегчает его программную реализацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schonung A.* Static frequency changers with subharmonic control in conjunction with reversible variable speed a.c. drives / A. Schonung, H. Stemmler // Brown Boveri Review. — 1964. — Vol. 51. — No 8/9. — Pp. 555–577.
2. *Holmes D. G.* Pulse width modulation for power converters: Principles and Practice / D. G. Holmes, T. A. Lipo. — New-York: Wiley-IEEE Press, 2003. — 734 p.

3. Çetin N. O. Scalar PWM implementation methods for three-phase three-wire inverters / N. O. Çetin, A. M. Hava // *Electrical and Electronics Engineering, 2009. ELECO 2009. International Conference on.* — IEEE, 2009. — Pp. I-447-I-451. DOI: 10.1109/ELECO.2009.5355253.
4. Hava A. M. Simple Analytical and Graphical Methods for Carrier-Based PWM-VSI Drives / A. M. Hava, R. J. Kerkman, T. A. Lipo // *IEEE Transactions on Power Electronics.* — 1999. — Vol. 14. — Is. 1. — Pp. 49–61. DOI: 10.1109/63.737592.
5. Hava A. M. High-Performance Generalized Discontinuous PWM Algorithm / A. M. Hava, R. J. Kerkman, T. A. Lipo // *IEEE Transactions on Industry Applications.* — 1998. — Vol. 34. — Is. 5. — Pp. 1059–1071. DOI: 10.1109/28.720446.
6. Виноградов А. Б. Векторное управление электроприводами переменного тока / А. Б. Виноградов. — Иваново: ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина», 2008. — 298 с.
7. Trzynadlowski A. M. Space vector PWM technique with minimum switching losses and a variable pulse rate / A. M. Trzynadlowski, R. L. Kirlin, S. F. Legowski // *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* — 1997. — Vol. 44. — Is. 2. — Pp. 173–181. DOI: 10.1109/41.564155.
8. Обухов С. Г. Широтно-импульсная модуляция в трехфазных инверторах напряжения / С. Г. Обухов, Е. Е. Чаплыгин, Д. Е. Кондратьев // *Электричество.* — 2008. — № 7. — С. 23а–31.
9. Титяев Д. К. Сравнительный анализ векторной и традиционной широтно-импульсной модуляции / Д. К. Титяев, Д. Н. Мирошник // *Автоматизация технологичних об'єктів та процесів. Пошук молодих. Збірник наукових праць IV Міжнародної науково-технічної конференції аспірантів та студентів в м. Донецьку 11–14 травня 2004 р.* — Донецьк: ДонНТУ, 2004. — С. 301–306.
10. Чаплыгин Е. Е. Широтно-импульсная модуляция с пассивной фазой в трехфазных инверторах напряжения / Е. Е. Чаплыгин, С. В. Хухтиков // *Электричество.* — 2011. — № 5. — С. 53–61.
11. Баховцев И. А. Сравнительный анализ способов управления двухуровневым АИН с ШИМ / И. А. Баховцев // *Актуальные проблемы электронного приборостроения АПЭП-2008: матер. IX Междунар. конф.: в 7 т.* — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. — Т. 7. — С. 30–34.
12. Белоусов И. В. Сравнительный анализ методов широтно-импульсной модуляции / И. В. Белоусов, В. Ф. Самосейко, Л. М. Бровцинова // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова.* — 2018. — Т. 10. — № 2. — С. 420–429. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-2-420-429.

REFERENCES

1. Schonung, A., and H. Stemmler. “Static frequency changers with subharmonic control in conjunction with reversible variable speed a.c. drives.” *Brown Boveri Review* 51.8/9 (1964): 555–577.
2. Holmes, D. Grahame, and Thomas A. Lipo. *Pulse width modulation for power converters: principles and practice.* John Wiley & Sons, 2003.
3. Çetin, N. Onur, and Ahmet M. Hava. “Scalar PWM implementation methods for three-phase three-wire inverters.” *Electrical and Electronics Engineering, 2009. ELECO 2009. International Conference on.* IEEE, 2009.
4. Hava, Ahmet M., Russel J. Kerkman, and Thomas A. Lipo. “Simple analytical and graphical methods for carrier-based PWM-VSI drives.” *IEEE transactions on power electronics* 14.1 (1999): 49–61. DOI: 10.1109/63.737592.
5. Hava, Ahmet M., Russel J. Kerkman, and Thomas A. Lipo. “A high-performance generalized discontinuous PWM algorithm.” *IEEE Transactions on Industry applications* 34.5 (1998): 1059–1071. DOI: 10.1109/28.720446.
6. Vinogradov, A.B. *Vektornoe upravlenie elektroprivodami peremennogo toka.* Ivanovo: GOUVPO «Ivanovskii gosudarstvennyi energeticheskii universitet imeni V.I. Lenina», 2008.
7. Trzynadlowski, Andrzej M., R. Lynn Kirlin, and Stanislaw F. Legowski. “Space vector PWM technique with minimum switching losses and a variable pulse rate [for VSI].” *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 44.2 (1997): 173–181. DOI: 10.1109/41.564155.
8. Obukhov, S.G., E.E. Chaplygin, and D.E. Kondrat'ev. “Shirotno-impul'snaya modulyatsiya v trekhfaznykh invertorakh napryazheniya.” *Elektrichestvo* 7 (2008): 23a–31.
9. Tityaev, D.K., and D.N. Miroshnik. “Sravnitel'nyi analiz vektornoj i traditsionnoj shirotno-impul'snoj modulyatsii.” *Avtomatizatsiya tekhnologichnikh ob'ektiv ta protsesiv. Poshuk molodikh. Zbirnik naukovikh prats' IV Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi kon-ferentsii aspirantiv ta studentiv v m. Donets'ku 11–14 travnya 2004 r.* Donets'k: DonNTU, 2004: 301–306.

10. Chaplygin, E.E., and S.V. Khukhtikov. "Shirotno-impul'snaya modulyatsiya s passivnoi fazoi v trekh-faznykh in-vertorakh napryazheniya." *Elektrichestvo* 5 (2011): 53–61.
11. Bakhovtsev, I.A. "Sravnitel'nyi analiz sposobov upravleniya dvukhurovnevym AIN s ShIM." *Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya APEP-2008: materialy IX Mezhdunarodnoi konferentsii: v 7 tomakh*. Vol. 7. Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2008. 30–34.
12. Belousov, Igor V., Veniamin F. Samosejko, and Ludmila M. Brovtsinova. "Comparative analysis of the pulse width modulation methods." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admiral S. O. Makarova* 10.2 (2018): 420–429. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-2-420-429.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Белусов Игорь Владимирович —
доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: kaf_electroprivod@gumrf.ru, ibel@bk.ru

Самосейко Вениамин Францевич —
доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: kaf_electroprivod@gumrf.ru,
samoseyko@mail.ru

Belousov, Igor V. —
Associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: kaf_electroprivod@gumrf.ru, ibel@bk.ru

Samosejko, Veniamin F. —
Dr. of Technical Sciences, professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: kaf_electroprivod@gumrf.ru,
samoseyko@mail.ru

*Статья поступила в редакцию 8 мая 2018 г.
Received: May 8, 2018.*