DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-597-607

RELIABILITY INDICATORS AT PARAMETRICAL SYNTHESIS OF THE AUTOMATED ELECTRIC DRIVES

A. V. Saushev[1], E. V. Bova[1], G. L. Demidova[2]

[1] — Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation
[2] — ITMO University, St. Petersburg, Russian Federation

The main objectives of parametrical synthesis of the automated electric drives are considered. It is noted that at the choice of indicators of quality it is necessary to consider reliability indicators. For the automated electric drives such indicators are the probability of no-failure operation and a stock of working capacity. The mathematical formulation of these concepts based on information on border of area of working capacity is provided. The mathematical formulation of a standard availability as which understand property of the automated electric drive to keep output parameters in the set limits at the time of an exit them from mass production is provided. It is shown that for the majority of electric drives there is no information on laws of change of their internal parameters. At the same time the only indicator characterizing reliability is the working capacity stock. Different forms of record of this indicator are received. In the presence of aprioristic information on properties of internal parameters of the electric drive the coefficients characterizing the speed of change of these parameters are entered into a formula for calculation of a stock of working capacity. It is proved that in the field of working capacity the probability of providing any tolerance condition is not decreasing monotonous function of a stock of working capacity. It is established that for any dimension of space of internal parameters of the electric drive in a point of an extremum of the minimum stock of working capacity the value of probability of no-failure operation also is in vicinity of an optimum of this probability. On the basis of the received results the conclusion is drawn on need of use of a stock of working capacity at parametrical synthesis of the automated electric drives and also on expediency of its application as criterion function at limited information on laws of change of internal parameters of the automated electric drive or its total absence.

Keywords: the automated electric drive, probability of no-failure operation, a working capacity stock, area of working capacity, parametrical synthesis, internal parameters.

For citation:
Saushev, Alexander V., Elena V. Bova, and Galina L. Demidova. "Reliability indicators at parametrical synthesis of the automated electric drives." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 10.3 (2018): 597–607. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-597-607.

УДК 658.512

ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ СИНТЕЗЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ

А. В. Саушев[1], Е. В. Бова[1], Г. Л. Демидова[2]

[1] — ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация
[2] — Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассматриваются основные задачи параметрического синтеза автоматизированных электроприводов. Отмечается, что при выборе показателей качества необходимо учитывать показатели надежности. Для автоматизированных электроприводов такими показателями являются вероятность безотказной работы и запас работоспособности. Приводится математическая формулировка этих понятий, основанная на информации о границе области работоспособности. Приводится математическая формулировка серийнопригодности, под которой понимают свойство автоматизированного электропривода сохранять выходные параметры в установленных пределах на момент выхода его из серийного производства. Показано, что для большинства электроприводов отсутствует информация о законах изменения их внутренних параметров. При этом единственным показателем, характеризующим надежность, являет-

ся запас работоспособности. Получены разные формы записи этого показателя. При наличии априорной информации о свойствах внутренних параметров электропривода в формулу для вычисления запаса работоспособности вводятся коэффициенты, характеризующие скорость изменения этих параметров. Доказано, что в области работоспособности вероятность обеспечения любого допускового условия является неубывающей монотонной функцией запаса работоспособности. Установлено, что для произвольной размерности пространства внутренних параметров электропривода в точке экстремума минимального запаса работоспособности значение вероятности безотказной работы также находится в δ-окрестности оптимума этой вероятности. На основании полученных результатов сделан вывод о необходимости использования запаса работоспособности при параметрическом синтезе автоматизированных электроприводов, а также о целесообразности его применения в качестве целевой функции при ограниченной информации о законах изменения внутренних параметров автоматизированного электропривода или ее полном отсутствии.

Ключевые слова: автоматизированный электропривод, вероятность безотказной работы, запас работоспособности, область работоспособности, параметрический синтез, внутренние параметры.

Для цитирования:
Саушев А. В. Показатели надежности при параметрическом синтезе автоматизированных электроприводов / А. В. Саушев, Е. В. Бова, Г. Л. Демидова // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2018. — Т. 10. — № 3. — С. 597–607. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-597-607.

Введение (Introduction)

Проблема параметрического синтеза автоматизированных электроприводов (АЭП) включает решение двух основных задач. В о - п е р в ы х , это выбор номинальных значений внутренних параметров электропривода, в о - в т о р ы х , это определение допустимых значений этих параметров, при которых электропривод сохраняет работоспособное состояние. Первая из этих задач обычно сводится к задаче параметрической оптимизации, при которой поиск номинальных значений внутренних параметров производится каким-либо оптимальным образом на основе некоторого критерия оптимальности и выбранной целевой функции.

К внутренним параметрам АЭП, подлежащим оптимизации, относятся параметры комплектующих элементов электротехнических устройств, входящих в состав АЭП, а также функции этих параметров, имеющие определенный физический смысл. Будем обозначать такие параметры буквой **X**. К ним, например, относятся: сопротивления резисторов емкости конденсаторов, индуктивности катушек, коэффициенты жесткости упругих связей, массы, моменты инерции, коэффициенты усиления, постоянные времени.

При выборе показателей качества на этапе параметрического синтеза АЭП достаточно часто рассматривают лишь показатели назначения, причем, как правило, во внимание принимают лишь динамические показатели: время переходного процесса и максимальное перерегулирование [1]. В работах [2], [3],Ю применительно к электротехническим системам и электроприводу, показано, что решение задачи параметрической оптимизации должно обязательно вестись с учетом показателей надежности. Более того, эти показатели во многих случаях целесообразно использовать в качестве целевой функции.

Целью работы является анализ показателей надежности, которые могут быть использованы для решения задачи параметрического синтеза АЭП в условиях ограниченной статистической информации о законах изменения их внутренних параметров, математической записи и взаимосвязи.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Для электроприводов и их элементов важнейшими свойствами, определяющими надежность, являются безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость. Применительно к задаче параметрического синтеза такими свойствами являются безотказность и долговечность.

Безотказность — это свойство непрерывно сохранять способность выполнять требуемые функции в течение некоторого времени или наработки в заданных режимах и условиях применения. *Долговечность* — это свойство АЭП, заключающееся в его способности выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях использования, технического обслуживания и ремонта до достижения предельного состояния. Данные определения соответствуют действующему стандарту [4] и по формулировке несколько отличаются от определений, данных в предыдущих изданиях этого ГОСТа. Приведем определения ключевых понятий, необходимых для понимания рассматриваемого вопроса. При этом под объектом в данных определениях понимается АЭП или его элемент, включая, например, систему управления электропривода, электрический и электромеханический преобразователи.

Наработка — продолжительность или объем работы объекта. *Наработка до отказа* — наработка объекта от начала его эксплуатации или от момента его восстановления до отказа. *Ресурс* — суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до момента достижения предельного состояния. *Остаточный ресурс* — суммарная наработка объекта от момента контроля его технического состояния до момента достижения предельного состояния. *Работоспособное состояние* — состояние объекта, в котором он способен выполнять требуемые функции. Работоспособное состояние может быть определено, например, как состояние объекта, в котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям, установленным в документации на этот объект [4].

Ключевыми показателями безотказности и долговечности, которые могут быть использованы при формировании целевой функции, являются вероятность безотказной работы, т. е. вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет, и средний ресурс, т. е. математическое ожидание ресурса. Поскольку в литературе часто используется понятие остаточного ресурса, в качестве возможного показателя можно рассматривать средний *остаточный ресурс*, т. е. математическое ожидание остаточного ресурса.

Как отмечалось ранее, задача параметрической оптимизации заключается в выборе оптимальных значений внутренних параметров объекта. При этом принципиально можно управлять лишь показателями безотказности, которые коррелируют с показателями долговечности. Действительно, выбором значений внутренних параметров АЭП можно лишь добиться максимизации времени нахождения объекта в работоспособном состоянии и невозможно максимизировать суммарную наработку объекта от начала его эксплуатации или от момента контроля его технического состояния до момента достижения предельного состояния. Таким образом, важнейшим показателем, характеризующим надежность АЭП при решении задачи параметрического синтеза, является вероятность безотказной работы.

Этот показатель может быть записан как вероятность удовлетворения условий работоспособности:

$$P_{\text{п}}(T) = P_{\text{т}}(\mathbf{X}_{\text{н}}, \mathbf{I}) = P\left\{Y_j(\mathbf{X}(t) \in \left[Y_{j\min}, Y_{j\max}\right], j = \overline{1,m}, \forall t \in [0,T]\right\},$$

или как вероятность принадлежности вектора первичных параметров $\mathbf{X}$ АЭП области работоспособности G, под которой понимается множество значений этих параметров, при которых выполняются все требования к АЭП [5]:

$$P_{\text{п}}(T) = P_{\text{т}}(\mathbf{X}_{\text{н}}, \mathbf{I}) = P\left\{(\mathbf{X}(t) \in G, \forall t \in [0,T]\right\},$$

где $\mathbf{X}_{\text{н}} = \left[X_{1\text{н}}, \ldots, X_{i\text{н}}, \ldots, X_{n\text{н}}\right]^T, \mathbf{I} = \left[I_1 \ldots, I_i, \ldots I_n\right]^T$ — векторы, соответственно, номинальных значений параметров и относительных допусков на них (полей рассеивания), задаваемых классами точности элементов; $\mathbf{X}(t) = \left[X_1(t) \ldots, X_i(t), \ldots X_n(t)\right]^T$ — векторный случайный процесс изменения параметров элементов в интервале времени $[0,T]$.

Для момента времени $T = 0$ эти выражения преобразуются к виду:

$$P_{\text{п}}(0) = P_0(\mathbf{X}_{\text{н}}, \mathbf{I}) = P\left\{Y_j(\bar{X}_{\text{н}}) \in [Y_{j\min}, Y_{j\max}], j = \overline{1,m}\right\};$$

$$P_{\text{п}}(0) = P_0(\mathbf{X}_{\text{н}}, \mathbf{l}) = P\left\{\bar{X} \in G\right\}.$$

Они служат для оценки серийнопригодности, под которой понимают свойство АЭП сохранять выходные параметры в установленных пределах (допусках) на момент выхода их из серийного производства. В случае, когда область работоспособности является выпуклой или имеет форму гиперпараллелепипеда [5], последнее выражение для фиксированных классов точности элементов можно записать в виде

$$P_{\text{т}}(\mathbf{X}) = P\left\{X_{i\text{н}}(t) \geq X_{i\text{пр}}, i = \overline{1,n}, \forall t \in [0,T]\right\}, \tag{1}$$

где $X_{i\text{н}}(t)$ — случайное номинальное значение i-го внутреннего параметра АЭП в момент времени t; $X_{i\text{пр}}$ — предельное (максимальное $X_{i\max}$ или минимальное $X_{i\min}$) допустимое значение i-го внутреннего параметра; T — заданное время работы системы.

Вероятность безотказной работы (1) можно представить как математическое ожидание некоторого функционала Q, определяемого на траекториях $\mathbf{X}(t) = \left[X_1(t), \ldots, X_i(t), \ldots X_n(t)\right]^T$ номинальных значений внутренних параметров

$$P_{\text{т}}(\mathbf{X}) = \mathrm{M}\left[Q(\mathbf{X}_{\text{н}}, \mathbf{X}(t), T\right].$$

Этот функционал задается следующим образом:

$$Q(\mathbf{X}_{\text{н}}, \mathbf{X}(t), T) = \begin{cases} 0, \text{если } \exists\, t \leq T \text{ и } i \in [1,n] \text{ для которых } X_{i\text{н}}(t) < X_{i\text{пр}}; \\ 1 \text{ — в противном случае,} \end{cases}$$

где T — заданный интервал времени функционирования АЭП.

Для каждой реализации $X_{i\text{н}}(t)$, $i = \overline{1,n}$ обозначим через R_{iX} минимальное значение i-го внутреннего параметра на интервале времени $[0, T]$:

$$R_{iX} = \min_{t \in [0,T]} X_{i\text{н}}(t), i = \overline{1,n}.$$

Величина R_{iX} является случайной величиной с плотностью распределения $\Phi_i(X)$, которая в общем случае определяется номинальными значениями внутренних параметров $\mathbf{X}$, законами распределения этих параметров во времени и величиной интервала времени $[0, T]$.

По аналогии введем в рассмотрение функционал Q_R, определяемый на случайных векторах $\mathbf{R}_X = \left[R_{1X}, \ldots, R_{iX}, \ldots, R_{nX}\right]^T$, следующим образом:

$$Q_R(\mathbf{R}_X) = \begin{cases} 0, \text{если хотя бы один } R_{iX} < X_{i\text{пр}}, \overline{i,n}; \\ 1 \text{ — в противном случае.} \end{cases}$$

Математическое ожидание $\mathrm{M}\left[Q_R(\mathbf{R}_X)\right] = P_R(\mathbf{X})$ функционала Q_R равно математическому ожиданию функционала Q, так как для каждой траектории $\mathbf{X}(t)$ значения этих функционалов совпадают, что следует из способа их построения и определения случайных величин $R_{iX}, i = \overline{1,n}$. Таким образом, уравнение (1) можно записать в виде

$$P_{\text{т}}(\mathbf{X}) = \mathrm{M}\left[Q(\mathbf{X}_{\text{н}}, \mathbf{X}(t), T)\right] = \mathbf{M}\left[Q_R(\mathbf{R}_X)\right] = \int_{X_{1\text{пр}}} \ldots \int_{X_{n\text{пр}}}^{\infty} \Phi_R(\mathbf{X}) dX,$$

где $\Phi_R(\mathbf{X})$ — совместная плотность распределения случайных величин R_X; $X_{1\text{пр}}, \ldots, X_{n\text{пр}}$ — ограничения на внутренние параметры, определяемые границей области работоспособности.

Вероятность обеспечения i-го допускового условия для параметра X_i по аналогии с изложенным имеет вид

$$P_i(\mathbf{X}) = \int_{X_{i\text{пр}}}^{\infty} \Phi_i(X) dX,$$

где $\Phi_i(R)$ — плотность распределения величины R_{iX}.

Для момента времени $T = 0$ получаем оценку серийнопригодности АЭП $P_0(\mathbf{X})$.

Случайные величины $R_{iX}, i=\overline{1,n}$ представляют собой значения внутренних параметров в момент времени $t = 0$, а $\Phi_i(X)$ — совместную плотность их распределения. Введение случайных величин $R_{iX}, i=\overline{1,n}$ позволяет при определении параметрической надежности перейти от рассмотрения случайных функций $X_i(t)$ к рассмотрению случайных величин R_{iX}, что существенно упрощает математическую формализацию этого показателя при решении задачи параметрического синтеза.

Основным недостатком вероятности безотказной работы, как показателя качества при решении задачи параметрического синтеза АЭП, является необходимость иметь статистические данные о законах распределения внутренних параметров. Для большинства АЭП, как показывает анализ, такие данные отсутствуют.

Наряду с вероятностью безотказной работы для характеристики надежности по отношению к постепенным отказам, а также для оценки серийнопригодности широкое применение находит показатель, определяющий запас работоспособности объекта. В большинстве работ [6], [7] запас работоспособности определяют как степень выполнения условий работоспособности и оценивают независимо друг от друга по каждому выходному параметру Y_j, $\overline{1,m}$. При этом запас работоспособности $\lambda_j^c(\mathbf{X})$ обычно вычисляют по формуле

$$\lambda_j^c(\mathbf{X}) = (Y_{j\text{пр}} - Y_{j\text{н}}(\mathbf{X}))/\delta_j - 1,\ j=\overline{1,m},$$

где $Y_{j\text{пр}}$ — предельное (максимальное $Y_{j\max}$ или минимальное $Y_{j\min}$) допустимое значение j-го выходного параметра Y_j; $Y_{j\text{н}}(\mathbf{X})$ — номинальное значение параметра Y_j; $\delta_j = Y_{j\text{н}}(\mathbf{X}) - Y_{pj}(\mathbf{X})$ — параметр нормировки, характеризующий рассеяние параметра Y_j через квантиль $Y_{pj}(\mathbf{X})$ его распределения уровня $\text{P} \approx 0$.

Приведенное определение запаса работоспособности не отражает сущности этого понятия и не позволяет эффективно его использовать в процессе параметрического управления состоянием АЭП и, в частности, для решения рассматриваемой задачи. Запас работоспособности следует оценивать на материально-структурном уровне, поскольку изменение параметра Y_j является лишь следствием изменения первичных параметров АЭП, а зависимость $Y_j(\mathbf{X})$ является, как правило, нелинейной. При этом незначительное изменение первичных параметров вследствие естественного старения и износа может привести к заметному изменению выходных параметров АЭП, включая потерю его работоспособного состояния.

Под запасом работоспособности будем понимать степень приближения вектора $\mathbf{X}_t$ фактического состояния системы к его предельно допустимому значению $\mathbf{X}_{\text{пр}}$. Множество предельно допустимых значений вектора $\mathbf{X}_{\text{пр}}$ определяется границей области работоспособности АЭП. Степень приближения вектора $\mathbf{X}_t$ задается расстоянием от его конца до ближайшей граничной точки этой области.

Обозначим через $\mathbf{X}_{\text{г}} = [X_{\text{г}1}, X_{\text{г}2}, \dots, X_{\text{г}h}]$ точку на границе области работоспособности. Минимальное расстояние вектора первичных параметров $\mathbf{X}_t = [X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}]$ от вектора $\mathbf{X}_{\text{г}}$ по всем значениям граничных точек будет определять запас работоспособности системы ρ,

$$\rho = \min_{[X_{\text{г}}]} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - X_{\text{г}i}\right)^2}\ .$$

Если определены номинальные значения внутренних параметров $\mathbf{X}_{\text{н}} = [X_{1\text{н}}, X_{2\text{н}}, \dots, X_{n\text{н}}]$, то может быть определен и номинальный запас работоспособности $\rho_{\text{н}}$, который в этом случае удобно выражать в относительных единицах $\lambda(\text{X})$:

$$\rho_{\text{н}} = \min_{[X_{\text{г}}]} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(X_{i\text{н}} - X_{\text{г}i}\right)^2},\ \ \lambda(\text{X}) = \rho/\rho_{\text{н}}.$$

Запас работоспособности $\lambda(\mathbf{X})$, в отличие от $\lambda_j^c(\mathbf{X})$, учитывает как внешние, так и внутренние условия работоспособности АЭП [2].

Если определены номинальные значения внутренних параметров $\mathbf{X}_н = [X_{1н}, X_{2н}, \ldots, X_{nн}]$, то может быть определен и номинальный запас работоспособности

$$\rho_н = \min_{[\mathbf{X}_г]} \sqrt{\left(X_{1н} - X_{г1}\right)^2 + \ldots + \left(X_{iн} - X_{гi}\right)^2 + \ldots + \left(X_{nн} - X_{гn}\right)^2}.$$

В этом случае величина запаса работоспособности может быть выражена в относительных единицах: $\lambda(X) = \rho/\rho_н$.

Если область работоспособности является выпуклой [13], а также известны статистические данные, характеризующие технологический разброс параметров комплектующих элементов АЭП при производстве, и данные об изменении этих параметров при их эксплуатации, то запас работоспособности для одного внутреннего параметра X_i может быть рассчитан по формуле

$$\lambda_i(\mathbf{X}) = (X_{iн} - X_{iпр}) \big/ \delta_i(X) - 1, \; i = \overline{1, n}, \tag{2}$$

где $X_{iпр}$ — предельное (максимальное $X_{i\max}$ или минимальное $X_{i\min}$) допустимое значение i-го внутреннего параметра; $\delta_i(\mathbf{X})$ — параметр нормировки, характеризующий меру рассеяния параметра X_i.

Параметр нормировки $\delta_i(\mathbf{X})$ можно задать через характеристики рассеяния внутренних параметров, определяющих их возможные уходы:

$$\delta_i(X) = X_{iн} - X_{Pi}, \; \delta_i(X) > 0, \; i = \overline{1, n}, \tag{3}$$

где X_{Pi} — квантиль уровня Р ≈ 0 распределения i-го внутреннего параметра, т. е. $P = P\{X_i(t) \le X_{Pi}\} = \int_{-\infty}^{X_{Pi}} \Phi_i(X)dX$; а $\Phi_i(X)$ — плотность распределения этого параметра.

Анализ литературных источников показывает, что для большинства АЭП на первое место выдвигается требование высокой надежности. Таким образом, при решении задач параметрической оптимизации в качестве целевой функции целесообразно выбирать вероятность безотказной работы, или запас работоспособности системы. Непосредственное использование важнейшего показателя параметрической надежности вероятности безотказной работы в качестве целевой функции при оптимизации внутренних параметров АЭП не всегда эффективно вследствие его малой чувствительности вдали от границ области работоспособности и большой трудоемкости вычислений. Кроме того, при отсутствии статистических данных о распределении параметров элементов АЭП вероятность безотказной работы принципиально не может быть использована в качестве целевой функции. Этих недостатков лишен запас работоспособности $\lambda(\mathbf{X})$, а также минимальный запас работоспособности $\lambda_i(\mathbf{X})$, т. е. min $\lambda_i(\mathbf{X})$. Кроме того, эти критерии позволяют получать, в отличие от других критериев, любое Парето-оптимальное решение [2].

По аналогии с работой [8] докажем, что в области работоспособности вероятность $P_i(\mathbf{X})$ обеспечения i-го допускового условия является неубывающей монотонной функцией запаса работоспособности $\lambda_i(\mathbf{X})$ и $\max_{X \in G} P_i(\mathbf{X}) = P_i\left(\lambda_i(X_0)\right)$, где $\lambda_i(\mathbf{X}) = \max_{X \in G} \lambda_i(\mathbf{X})$.

Доказательство

Из формул (2) и (3) следует, что предельное значение i-го первичного параметра $X_{iпр}$ можно представить в следующем виде:

$$X_{iпр} = X_{Pi} - \lambda_i(\mathbf{X})\, \delta_i(\mathbf{X}).$$

Подставив значение $X_{iпр}$ в формулу вероятности, получим

$$P_i(\mathbf{X}) = \int_{X_{Pi}}^{\infty} \Phi_i(X)dX + \int_{X_{Pi} - \lambda_i(\mathbf{X})\,\delta_i(\mathbf{X})}^{X_{Pi}} \Phi_i(X)dX = P_т + \int_{X_{Pi} - \lambda_i(\mathbf{X})\,\delta_i(\mathbf{X})}^{X_{Pi}} \Phi_i(X)dX.$$

Из последнего выражения следует, что вероятность обеспечения i-го допускового условия для параметра X_i следующим образом зависит от значения запаса работоспособности $\lambda_i(\mathbf{X})$: $P_i(\mathbf{X}) < P_T(\mathbf{X})$, если $\lambda_i(\mathbf{X}) < 0$; $P_i(\mathbf{X}) < P_T(\mathbf{X})$, если $\lambda_i(\mathbf{X}) = 0$; $P_i(\mathbf{X}) > P_T(\mathbf{X})$, если $\lambda_i(\mathbf{X}) > 0$, т. е.

в окрестности нуля функции $\lambda_i(\mathbf{X})$ значение вероятности $P_i(\mathbf{X})$ с ростом $\lambda_i(\mathbf{X})$ возрастает, причем $P_i(\mathbf{X}) \to 1$ при $\lambda_i(\mathbf{X}) \to \infty$, и $P_i(\mathbf{X}) \to 0$ при $\lambda_i(\mathbf{X}) \to -\infty$.

Предположим, что $P_i(\mathbf{X}) \to 1$ при возрастании $\lambda_i(\mathbf{X})$ в области работоспособности G не строго монотонно, т. е. существует точка $X^0 \in G$, в которой значение $P_i\left(\lambda_i(\mathbf{X}^0)\right)$ достигает своего локального максимума $P_i\left(\lambda_i(\mathbf{X}^0)\right) = P^0 < 1$, а также существует точка $\mathbf{X}^* \in G$, в которой $\lambda_i(\mathbf{X}^*) > \lambda_i(\mathbf{X}^0)$ и вероятность $P_i\left(\lambda_i(\mathbf{X}^*)\right)$ принимает значение $P_i\left(\lambda_i(\mathbf{X}^*)\right) \le P_i\left(\lambda_i(\mathbf{X}^0)\right)$. Определим в точке $\mathbf{X}^0$ квантиль X_{P_0} распределения $\Phi_i(X)$ уровня $P_0 = 1 - P^0$ и вычислим на основании формул (2) и (3) запас работоспособности $\lambda_i^0(\mathbf{X})$, взяв в качестве уровня вероятности P значение P_0. При этом получим

$$P_i(\mathbf{X}) = P^0 + \int\limits_{X_{Pi} - \lambda_i^0(\mathbf{X})\,\delta_i^0(\mathbf{X})}^{X_{P0}} \Phi_i(X)dX, \tag{4}$$

где $\lambda_i^0(\mathbf{X}) = \left(X_{i\text{н}} - X_{i\text{пр}}\right) / \delta_i^0(\mathbf{X}) - 1$; $\delta_i^0(\mathbf{X}) = X_{i\text{н}} - X_{P_0}$.

По условию сделанного предположения, в точке $\mathbf{X}^0$ $P_i(\mathbf{X}^0) = P^0$. Следовательно, $\lambda_i^0(\mathbf{X}^0) = 0$, $\mathbf{X}_{P0}(\mathbf{X}^0) = X_{i\text{пр}}$. При возрастании в окрестности нуля значения функции $\lambda_i^0(\mathbf{X})$ вероятность $P_i(\mathbf{X})$ также возрастает, поскольку для $P^0 < 1$ величина $X_{P0}(\mathbf{X}^0)$ еще не достигает границы усечения плотности вероятностей $\Phi_i(X)$. Поэтому значение интеграла в формуле (4) для $\lambda_i^0(\mathbf{X}) > 0$ также больше нуля. Поскольку переменные $\lambda_i(\mathbf{X})$, $\lambda_i^0(\mathbf{X})$, $\delta_i(\mathbf{X})$, $\delta_i^0(\mathbf{X})$, X_{Pi} описывают одно и то же распределение $\Phi_i(X)$ величин R_{iX} в номинальной точке $\mathbf{X} = \mathbf{X}_\text{н}$, то из формул (2) и (4) следует, что

$$X_{i\text{н}} - X_{i\text{пр}} = \left(\lambda_i(\mathbf{X}) + 1\right)\delta_i(\mathbf{X}) = \left(\lambda_i^0(\mathbf{X}) + 1\right)\delta_i^0(\mathbf{X}),$$

откуда

$$\lambda_i^0(\mathbf{X}) = \left(\lambda_i(\mathbf{X}) + 1\right)\delta_i(\mathbf{X}) / \delta_i^0(\mathbf{X}) - 1. \tag{5}$$

Получим зависимость параметра рассеяния $\delta_i(\mathbf{X})$ от уровня вероятности P задания квантиля X_{Pi} в формуле (3).

Выразив X_{Pi} из формулы (3) и подставив в формулу вероятности обеспечения i-го допускового условия для параметра X_i, получим

$$P = \int\limits_{-\infty}^{X_{Pi}} \Phi_i(X)dX = \int\limits_{-\infty}^{X_{i\text{н}} - \delta_i(\mathbf{X})} \Phi_i\left(\frac{X - X_{i\text{н}}}{\sigma_i(\mathbf{X})}\right)dX.$$

После замены переменных:

$$\nu = \left(X - X_{i\text{н}}\right) / \sigma_i(\mathbf{X});\ X = \nu\sigma_i(\mathbf{X}) + X_{i\text{н}};\ dX = \sigma_i(\mathbf{X})d\nu,$$

окончательно получим

$$P = \int\limits_{-\infty}^{-\delta_i(\mathbf{X})/\sigma_i(\mathbf{X})} \sigma_i(\mathbf{X})\Phi_i(\nu)d\nu = F_i\left(-\delta_i(\mathbf{X}) / \sigma_i(\mathbf{X})\right),\ F_i(t) = \int\limits_{-\infty}^{X_{Pi}} \sigma_i(\mathbf{X})\Phi_i(\nu)d\nu.$$

Здесь $\sigma_i(\mathbf{X})\Phi_i(\nu)$ — нормированная плотность распределения случайной величины R_{iX}; $\sigma_i(\mathbf{X})$ — среднеквадратичное отклонение R_{iX}. На основании выполненных преобразований можно записать

$$\delta_i(\mathbf{X}) = -\sigma_i(\mathbf{X})F_j^{-1}(P),$$

где $F_j^{-1}(P)$ — квантиль уровня P нормированного распределения $F_i(t)$.

После подстановки $\delta_i(\mathbf{X})$ в формулу (5) получим

$$\lambda_i^0(\mathbf{X}) = \left(\lambda_i(\mathbf{X}) + 1\right)F_j^{-1}(P) \big/ F_j^{-1}(P_0) - 1.$$

Производная $\lambda_i^0(\mathbf{X})$ по направлению ϑ возрастания функции $\lambda_i^0(\mathbf{X})$ с учетом последнего выражения определяется формулой $d\lambda_j^0 / d\vartheta = \left(F_j^{-1}(P) / F_j^{-1}(P_0)\right)d\lambda_j / d\vartheta$ и в области работоспособности G всегда положительна. Поэтому при увеличении запаса работоспособности $\lambda_i(\mathbf{X})$ значение функции $\lambda_i^0(\mathbf{X})$ также возрастает, в том числе и в точке $\mathbf{X}^0$, что доказывает утверждение о монотонном стремлении к единице вероятности $P\{X_i(t) \le X_{Pi}\}$ при увеличении $\lambda_i(\mathbf{X})$. Противоречивость условий $\lambda_i(\mathbf{X}^*) > \lambda_i(\mathbf{X}^0)$ и $P_i\left(\lambda_i(\mathbf{X}^*)\right) \le P_i\left(\lambda_i(\mathbf{X}^0)\right)$ также доказывает справедливость исходных утверждений.

Обобщим полученные результаты для m выходных и n первичных параметров и докажем, что в точке экстремума минимального запаса работоспособности значение вероятности безотказной работы:

$$P_0 = P_{\text{т}}(\mathbf{X}_0) = \prod_{i=1}^{n} P_i(\mathbf{X}_0), \tag{6}$$

находится в δ-окрестности оптимума этой вероятности, определяемой соотношением

$$\delta = \hat{P} - P_0 \le 1 - P_{j0}^m,$$

где $\hat{P} = \max\limits_{X\in G} P_{\text{т}}(\mathbf{X}) = \max\limits_{X\in G} \prod\limits_{i=1}^{n} P_i(\mathbf{X})$; $P_{j0} = \min\limits_{j\in[1,m]} P_j\left(\lambda_j(\mathbf{X})\right)$.

Доказательство

Известно, что вероятность безотказной работы любой электротехнической системы, в том числе АЭП, можно записать в следующем виде [2]:

$$P_{\text{т}}(\mathbf{X}) = P_1\left(Y_1(\mathbf{X})\right) P_2\left(Y_2(\mathbf{X}) \middle| Y_1(\mathbf{X})\right) \ldots P_m\left(Y_m(\mathbf{X}) \middle| Y_1(\mathbf{X}), \ldots, Y_{m-1}(\mathbf{X})\right),$$

где $P_j\left(Y_j(\mathbf{X})\right)$ — безусловная вероятность выполнения j-го условия работоспособности; $P_k\left(Y_k(\mathbf{X})\right)| Y_1(\mathbf{X}), \ldots, Y_{k-1}(\mathbf{X}))$, $k \in [2, m]$ — условная вероятность выполнения k-го условия работоспособности.

В пространстве R^n внутренних параметров $\mathbf{X}$ вероятность $P_{\text{т}}(\mathbf{X})$ можно записать следующим образом:

$$P_{\text{т}}(\mathbf{X}) = P_1\left(X_1\right) P_2\left(X_2 \middle| X_1\right) \ldots P_n\left(X_n \middle| X_1, \ldots, X_{n-1}\right), \tag{7}$$

где $P_i(X_i)$ — безусловная вероятность выполнения i-го допускового условия; $P_k(X_k \mid X_1, \ldots, X_{k-1})$ — условная вероятность выполнения k-го допускового условия.

Поскольку внутренние параметры, а также значения $R_{iX}, i = \overline{1, n}$ независимы, вероятность (7) можно записать в виде

$$P_{\text{т}}(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{n} P_i(\mathbf{X}), \tag{8}$$

где $P_i(\mathbf{X})$ — вероятность выполнения k-го допускового условия.

Результаты (Results)

Из выражений (6) – (8) для вероятностей P_0, $P_{\text{т}}$ (Х) и доказанного условия монотонности зависимости $P_i(\lambda_i(\mathbf{X}))$ следует, что наименьшее (наихудшее) из возможных значение вероятности P^0 имеет место в случае, когда в оптимальной точке X_0 все $\lambda_k(\mathbf{X}_0)$ и $P_k(\mathbf{X}_0)$, $\forall k \in [1, m]$ равны наименьшим значениям. Следовательно, $P_0 \ge P_{j0}^m$. Вместе с тем, по определению, $\hat{P} \le 1$.

Из последних двух неравенств получаем соотношение, которое и требовалось доказать.

Таким образом, для разных законов распределения выходных параметров максимизация минимального запаса работоспособности:

$$\lambda(\mathbf{X}_0) = \max_{X\in G} \lambda(\mathbf{X}) = \max_{X\in G} \min_{j\in[1,m]} \lambda_j(\mathbf{X}), \tag{9}$$

дает близкую к максимальному значению вероятность безотказной работы АЭП.

Обсуждение (Discussion)

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что при ограниченной информации о свойствах внутренних параметров АЭП или при полном отсутствии такой информации запас работоспособности в полной мере характеризует вероятность безотказной работы электропривода или его элемента. Таким образом, при решении задач параметрического синтеза АЭП в качестве показателя надежности предлагается использовать запас работоспособности.

В известных работах [9], [10], [14], [15] при решении задач параметрического синтеза показатели надежности либо вообще не рассматриваются, что приводит к преждевременной потере работоспособности со всеми вытекающими отсюда последствиями, либо учитываются косвенно путем оценки робастности электропривода [11] – [13]. Однако такой подход является недостаточным, так как он не позволяет оценить вероятность безотказной работы и не может идти ни в какое сравнение с предлагаемым показателем — запасом работоспособности.

Исследования авторов [2], [3], показывают, что запас работоспособности в большинстве случаев следует рассматривать в качестве целевой функции при параметрическом синтезе АЭП. Если имеющаяся априорная информация о свойствах внутренних параметров АЭП позволяет судить о скоростях изменения этих параметров, то в формуле вычисления запаса работоспособности эту информацию можно учесть путем введения соответствующих весовых коэффициентов k_1, ..., k_i, ..., k_n, характеризующих эти скорости по каждому внутреннему параметру. В относительных единицах, считая коэффициент k_1 наибольшим, получим 1, …, α_i, … α_n, где $\alpha_i = k_i / k_1, i = \overline{1, n}$. При этом выражение для вычисления номинального запаса работоспособности АЭП будет иметь вид

$$\rho_{\text{н}} = \min_{[\mathbf{X}_{\text{г}}]} \sqrt{\left(X_{1\text{н}} - X_{\text{г}1}\right)^2 + \ldots + \left(X_{i\text{н}} - \alpha_i X_{\text{г}i}\right)^2 + \ldots + \left(X_{m\text{н}} - \alpha_n X_{\text{г}n}\right)^2} .$$

Следует иметь в виду, что параметрический синтез АЭП по критерию максимизации минимального запаса работоспособности позволяет получить и положительный социальный аспект, который выражается в снижении стрессовых ситуаций для персонала, связанных с отказами элементов АЭП и необходимостью принятия мер по их ликвидации.

Выводы (Summary)

1. Необходимым условием при решении задач параметрического синтеза АЭП различного назначения и мощности является обязательный учет показателей надежности, среди которых следует выделить запас работоспособности.

2. Решение, получаемое по целевой функции (9), является единственным и в максимальной степени обеспечивает выполнение всех условий работоспособности. При этом автоматически учитываются показатели назначения АЭП, стоимость ее изготовления и, кроме того, чувствительность и возможные уходы выходных параметров, связанные с вариациями параметров комплектующих элементов в процессе изготовления, хранения и эксплуатации электропривода.

3. Информация о запасе работоспособности в процессе эксплуатации АЭП позволяет успешно и с высокой достоверностью решать задачи их технической диагностики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гаврилова С. В.* Математическое моделирование двухдвигательного электропривода согласованного вращения / С. В. Гаврилова, В. И. Доманов // Вестник Технологического университета. — 2016. — Т. 19. — № 23. — С. 88–91.

2. *Саушев А. В.* Параметрический синтез электротехнических устройств и систем: монография / А. В. Саушев. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2013. — 315 с.

3. *Саушев А. В.* К проблеме оптимального параметрического синтеза автоматизированных электроприводов и оценки их технического состояния / А. В. Саушев, Е. В. Бова // Труды IX Междунар. (XX Все-

российской) конф. по автоматизированному электроприводу АЭП-2016. — Пермь: Изд-во Пермского национ. исслед. политехнич. ун-та, 2016. — С. 92–95.

4. ГОСТ 27.002–2015. Надежность в технике. Термины и определения. — М.: Стандартинформ, 2018. — 28 с.

5. *Саушев А. В.* Области работоспособности электротехнических систем: монография / А. В. Саушев. — СПб.: Политехника, 2013. — 412 с.

6. *Абрамов О. В.* Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности / О. В. Абрамов, Я. В. Катуева, Д. А. Назаров // Проблемы управления. — 2007. — № 6. — С. 64–69.

7. *Леонов Д. В.* Способ экспериментальной оценки запаса работоспособности радиоэлектронных устройств / Д. В. Леонов. В. А. Фин // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. — 2013. — Т. 13. — № 4. — С. 71–73.

8. *Антушев Г. С.* Методы параметрического синтеза сложных технических систем / Г. С. Антушев. — М.: Наука, 1989. — 88 с.

9. *Грязев М. В.* Многокритериальная оптимизация управления двухмассовой электромеханической системы / М. В. Грязев, О. А. Кузнецова, В. А. Сушкин // Электротехнические системы и комплексы. — 2013. — № 21. — С. 60–70.

10. *Селиванов В. А.* Критерии оптимизации и необходимость построения параметрических систем электропривода / В. А. Селиванов // Вестник Белорусско-Российского университета. — 2011. — № 1. — С. 120–124.

11. *Анисимов А. А.* Формирования критерия оптимальности в задачах синтеза регуляторов состояния электромеханических систем / А. А. Анисимов, С. В. Тарарыкин // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2009. — № 10. — С. 36–41.

12. *Анисимов А. А.* Параметрическая оптимизация электромеханических систем с регуляторами и наблюдателями состояния / А. А. Анисимов, С. В. Тарарыкин. В. В. Аполлонский // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. — 2016. — № 2. — С. 21–26. DOI: 10.17588/2072-2672.2016.2.021-026.

13. *Galrinho M.* A weighted least-squares method for parameter estimation in structured models / M. Galrinho, C. Rojas, H. Hjalmarsson // Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on. — IEEE, 2014. — Pp. 3322–3327. DOI: 10.1109/CDC.2014.7039903.

14. *Tofighi E. M.* Online estimation of induction motor parameters using a modified particle swarm optimization technique / E. M. Tofighi, A. Mahdizadeh, M. R. Feyzi // Industrial Electronics Society, IECON 2013-39th Annual Conference of the IEEE. — IEEE, 2013. — Pp. 3645–3650. DOI: 10.1109/IECON.2013.6699715.

15. *Fang M.* Recursive identification based on weighted null-space fitting / M. Fang, M. Galrinho, H. Hjalmarsson // Decision and Control (CDC), 2017 IEEE 56th Annual Conference on. — IEEE, 2017. — Pp. 4644–4649. DOI: 10.1109/CDC.2017.8264345.

REFERENCES

1. Gavrilova, S.V., and V.I. Domanov. “Matematicheskoe modelirovanie dvukhdvigatel’nogo elektroprivoda soglasovannogo vrashcheniya.” *Vestnik Tekhnologicheskogo universiteta* 19.23 (2016): 88–91.

2. Saushev, A.V. *Parametricheskii sintez elektrotekhnicheskikh ustroistv i sistem: monografiya*. SPb.: GUMRF im. adm. S. O. Makarova, 2013.

3. Saushev, A.V., and E.V. Bova. “To a problem of optimal parametric synthesis of automatic electric drives and an assessment of their technical state.” *Trudy IX Mezhdunarodnoi (XX Vserossiiskoi) konferentsii po avtomatizirovannomu elektroprivodu AEP–2016*. Perm’: izd-vo Permskogo natsion. issled. politekhnich. U-ta, 2016. 92–95.

4. Russian Federation. State Standard GOST 27.002–2015. Dependability in technics. Terms and definitions. M. Standartinform, 2018.

5. Saushev, A.V. *Oblasti rabotosposobnosti elektrotekhnicheskikh sistem: monografiya*. SPb.: Politekhnika, 2013.

6. Abramov, O.V., Ya.V. Katuyeva, and D.A. Nazarov. “Optimal parametric synthesis with respect to working capacity criterion.” *Problemy Upravleniya* 6 (2007): 64–69.

7. Leonov, D.V., and V.A. Fin. “Sposob eksperimental’noi otsenki zapasa rabotosposobnosti radioelektronnykh ustroistv.” *Fundamental’nye problemy radioelektronnogo priborostroeniya* 13.4 (2013): 71–73.

8. Antushev, G.S. *Metody parametricheskogo sinteza slozhnykh tekhnicheskikh sistem*. M.: Nauka, 1989.

9. Gryazev, M.V., O.A. Kuznetsova, and V.A. Sushkin. "Multicriterion optimization management of electromechanic system with two masses." *Electrotechnical Systems and Complexes* 21 (2013): 60–70.

10. Selivanov, V.A. "The criteria for the optimization and the necessity for the construction of electric drive parametric systems." *Vestnik Belorussko-Rossiiskogo universiteta* 1 (2011): 120–124.

11. Anissimov, A.A., and S.V. Tararykin. "The Forming of Optimization Criterion in the Problems of Parametric Synthesis of the State Regulators in Electromechanical Systems." *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* 10 (2009): 36–41.

12. Anisimov, A.A., S.V. Tararykin, and V.V. Apolonsky. "Parametrical optimization of regulators and state observers in electromechanical systems." *Vestnik IGEU* 2 (2016): 21–26.

13. Galrinho, Miguel, Cristian Rojas, and Håkan Hjalmarsson. "A weighted least-squares method for parameter estimation in structured models." *Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on*. IEEE, 2014. 3322–3327. DOI: 10.1109/CDC.2014.7039903.

14. Tofighi, Elham Mohammadalipour, Amin Mahdizadeh, and Mohammad Reza Feyzi. "Online estimation of induction motor parameters using a modified particle swarm optimization technique." *Industrial Electronics Society, IECON 2013-39th Annual Conference of the IEEE*. IEEE, 2013. 3645–3650. DOI: 10.1109/IECON.2013.6699715.

15. Fang, Mengyuan, Miguel Galrinho, and Hakan Hjalmarsson. "Recursive identification based on weighted null-space fitting." *Decision and Control (CDC), 2017 IEEE 56th Annual Conference on*. IEEE, 2017. 4644–4649. DOI: 10.1109/CDC.2017.8264345.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Саушев Александр Васильевич —
доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: *saushev@bk.ru*, *SaushevAV@gumrf.ru*

Бова Елена Владимировна —
доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: *ep-gumrf@bk.ru*,
kaf_electroprivod@gumrf.ru

Демидова Галина Львовна —
кандидат технических наук, доцент
Университет ИТМО
197101, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
Кронверкский пр., д. 49
e-mail: *demidova@ets.ifmo.ru*

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Saushev, Alexander V. —
Doctor of Technical Sciences, professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg 198035,
Russian Federation
e-mail: *saushev@bk.ru*, *SaushevAV@gumrf.ru*

Bova, Elena V. —
Associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg 198035,
Russian Federation
e-mail: *ep-gumrf@bk.ru*,
kaf_electroprivod@gumrf.ru

Demidova, Galina L. —
PhD, associate professor
ITMO University
49 Kronverksky Ave., St. Petersburg, 197101,
Russian Federation
e-mail: *demidova@ets.ifmo.ru*

Статья поступила в редакцию 4 мая 2018 г.
Received: May 4, 2018.