

DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-1-43-56

STABILITY ANALYSIS OF TWO-LINK SUSPENSION SYSTEM WITH ELASTIC AND NON-PARALLEL SECONDARY SLINGS FOR BULKY AND HEAVY CARGO LOADING / UNLOADING

Y. V. Nikitin, S. A. Podporin

The Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

The stability analysis of two-link suspension systems with non-parallel secondary slings for bulky and heavy cargo has been conducted. Today, such suspension systems are broadly used on ships board. Specifically, such an analysis has been conducted under conditions when all flexible slings of the arrangement are elastic ones, i.e. lengthen under the load. Among such suspension systems the most stable is considered the one which has the biggest height and area of so called the safety triangle — a zone within which the center of gravity of the load must be positioned.

It has been shown that in the critical position of stable equilibrium of the suspension system (that takes place when the center of gravity of the load is located on one of the sides of the safety triangle, and the spreader is deviated from the horizontal line at a tilting angle), the secondary slings together with the loading platform might compose either quadrangle or triangle. The criteria which the secondary suspension composes one or the other geometric figure on have been also defined. For the both cases, the corresponding analytical equations for calculating elongations of the slings, the critical tilting angle of the spreader, and angles between the elements of the suspension system have been also received. The equations allowing to calculate the dimensions (height and angle at the base) of the safety triangle have been also developed.

All developed equations have been appropriately demonstrated by the numerical examples. Specifically, it has been shown that the height of the safety triangle considerably depends on the elasticity degree of the suspension system slings. The higher elasticity of the slings, the smaller the height and the area of the safety triangle, and the worse the suspension system stability.

Keywords: two-link suspension system, diverging secondary slings, stability, critical equilibrium position, elastic slings, safety triangle.

For citation:

Nikitin, Yevgeny V., and Sergey A. Podporin. “Stability analysis of two-link suspension system with elastic and non-parallel secondary slings for bulky and heavy cargo loading / unloading.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admiral S. O. Makarova* 11.1 (2019): 43–56. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-1-43-56.

УДК 629.123; 629.5.065.2

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХЗВЕННОЙ СИСТЕМЫ ПОДВЕШИВАНИЯ С НЕПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ И ЭЛАСТИЧНЫМИ СТРОПАМИ ДЛЯ ПОГРУЗКИ / ВЫГРУЗКИ НА СУДНО КРУПНОГАБАРИТНОГО И ТЯЖЕЛОВЕСНОГО ГРУЗА

Е. В. Никитин, С. А. Подпорин

Севастопольский государственный университет,
Севастополь, Российская Федерация

Проведен анализ статической устойчивости двухзвенных систем подвешивания крупногабаритных и тяжеловесных грузов с непараллельными стропами вторичного подвеса, которые сегодня довольно часто используются при перегрузке на морском транспорте. Рассмотрен случай, когда все стропы системы подвешивания эластичны, т. е. растягиваются под нагрузкой. Из нескольких таких систем подвешивания наиболее устойчивой будет та, которая имеет наибольшую высоту и площадь треугольника безопасности — зоны, внутри которой должен находиться центр тяжести груза относительно системы подвешивания.

Показано, что в предельном положении устойчивого равновесия системы, когда центр тяжести груза размещен на одной из боковых сторон треугольника безопасности и траверса отклонена от первоначального горизонтального положения на некоторый угол, вторичный подвес (вторичные стропы вместе с погрузочной платформой) может образовывать или четырехугольник, или треугольник. При этом определены условия (критерии) формирования вторичным подвесом той или иной геометрической фигуры. Для обоих случаев получены аналитические выражения для расчета удлинения эластичных строп системы подвешивания в предельном положении равновесия, угла отклонения траверсы от первоначального положения, а также углов между отдельными элементами системы. Получены также уравнения, позволяющие вычислить размеры (угол при основании и высоту) треугольника безопасности, т. е. области, внутри которой должен находиться центр тяжести груза, чтобы система оставалась в положении устойчивого равновесия.

Возможности разработанных методов и аналитических выражений демонстрируются на конкретных числовых примерах. В частности, показано, что высота треугольника безопасности существенно зависит от степени эластичности строп: чем выше эластичность, тем меньше высота и площадь треугольника безопасности, а значит, и менее устойчивой становится система подвешивания в целом.

Ключевые слова: двухзвенная система подвешивания, расходящиеся вторичные стропы, устойчивость, предельное положение равновесия, эластичные стропы, треугольник безопасности.

Для цитирования:

Никитин Е. В. Устойчивость двухзвенной системы подвешивания с непараллельными и эластичными стропами для погрузки / выгрузки на судно крупногабаритного и тяжеловесного груза / Е. В. Никитин, С. А. Подпорин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 1. — С. 43–56. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-1-43-56.

Введение (Introduction)

При погрузке / выгрузке на судах крупногабаритных и тяжеловесных грузов (КТГ) нередко применяют комплексные (двухзвенные) системы их подвешивания к подъемному устройству. Такие системы, в силу наличия нескольких степеней свободы, менее устойчивы, чем, например, традиционные (однозвенные) системы подвешивания (СП) груза. В работах [1]–[4] подробно рассмотрены вопросы устойчивости двухзвенных систем подвешивания КТГ, пример которых

приведен на рис. 1. Было показано, что при изучении устойчивости, во-первых, такую пространственную систему можно заменить ее плоской моделью (рис. 2) или несколькими плоскими моделями. Во-вторых, устойчивость такой плоской модели системы подвешивания обеспечивается при условии, что ЦТ груза (точка G на рис. 2) располагается внутри некоей области — равнобедренного треугольника CDT , так называемого *треугольника безопасности* (ТБ). Основание ТБ совпадает с погрузочной платформой CD (точками крепления вторичных строп к подвешиваемому грузу), а высота зависит от веса траверсы и груза, а также определяется геометрией СП в этих работах. Однако в работах [1]–[4] рассматривалась устойчивость двухзвенных СП с нерастяжимыми гибкими стропами, а также случай, когда стропы эластичны

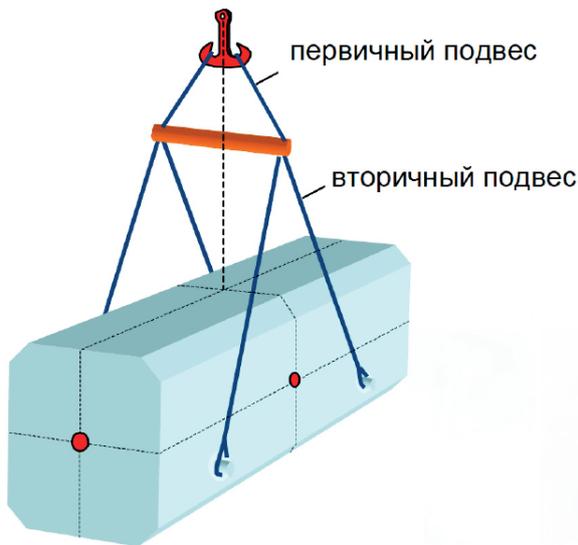


Рис. 1. Пример двухзвенной системы подвешивания крупногабаритного груза

(удлиняются под действием нагрузки), но при этом вторичные стропы в исходном положении параллельны друг другу [5]. Случай, когда применяются все эластичные стропы и при этом вторичные стропы в первоначальном положении СП не параллельны друг другу, не рассматривался.

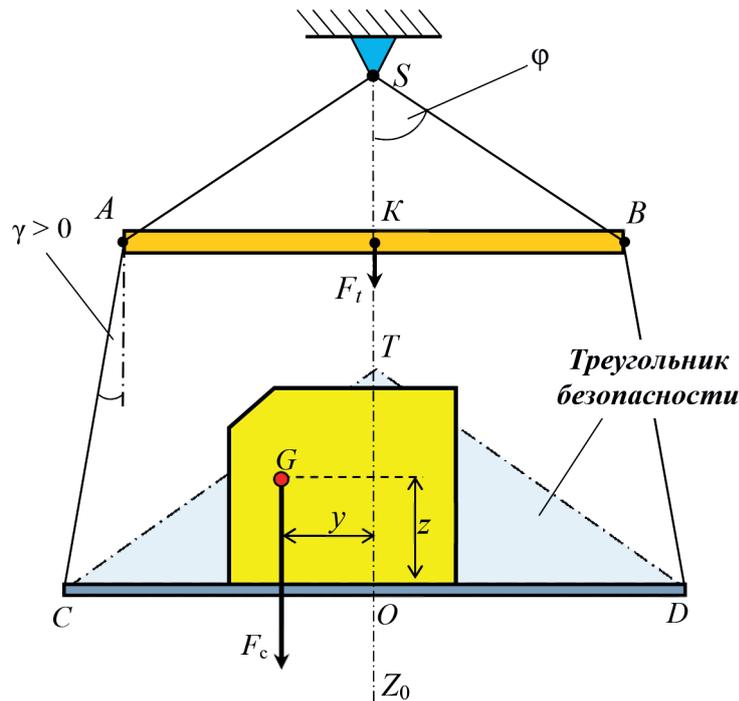


Рис. 2. Схема (модель) двухзвенной системы подвешивания груза с расходящимися книзу вторичными стропами ($\gamma > 0$)

Целью данной статьи является анализ устойчивости двухзвенных систем подвешивания КТГ с эластичными стропами при условии, что в первоначальном положении вторичные стропа СП не параллельны друг другу и расходятся книзу ($\gamma > 0$).

Методы и материалы (Methods and Materials)

Рассмотрим плоскую двухзвенную СП, у которой стропа вторичного подвеса AC, BD первоначально (до подвешивания) расходятся книзу $\gamma > 0$ (см. рис. 2). Предположим, что все стропа СП являются растяжимыми (эластичными). Для оценки устойчивости такой СП и определения размеров ТБ поместим ЦТ груза (КТГ) на край погрузочной платформы CD — в точку C . Тогда СП деформируется, ее гибкие стропа несимметрично растянутся, и сама система займет предельное положение устойчивого равновесия $SA_eB_eD_eC_e$ (рис. 3 и 4 [1]–[5]). В зависимости от исходной геометрии СП, а также степени удлинения строп в этом предельном положении равновесия вторичный подвес образует либо неправильный четырехугольник $A_eB_eD_eC_e$ (см. рис. 3), либо косоугольный треугольник $A_eB_eC_e$ (см. рис. 4). В последнем случае платформа C_eD_e и правая стропа B_eD_e оказываются на одной прямой.

В первом случае на нагрузка от груза весом F_c прикладывается только на одну (левую) вторичную стропу A_eC_e , которая будет располагаться строго вертикально (см. рис. 3). Такая ситуация подробно рассмотрена в [1]–[4]. Поэтому методика расчета предельного угла отклонения траверсы A_eB_e (α_{lim}^0) и размеров ТБ (C_eD_eT) будет аналогична той, которая ранее была разработана для СП с параллельными вторичными стропами [5].

При помощи этой методики вначале определим силы, растягивающие первичные стропа СП, находящейся в предельном положении равновесия [5]:

$$F_r = (F_c + F_t) \frac{\sin(\varphi - \alpha_{lim}^0)}{\sin 2\varphi}; \quad (1)$$

$$F_l = (F_c + F_t) \frac{\sin(\varphi + \alpha_{lim}^0)}{\sin 2\varphi}, \quad (2)$$

где F_t — вес (сила тяжести) траверсы АВ, Н;

F_r, F_l — силы, растягивающие правую и левую первичные стропы, Н;

2φ — угол между первичными стропами СП, град;

α_{lim}^0 — угол отклонения траверсы АВ в предельном положении равновесия (для СП с нерастяжимыми стропами), определяемый [5]:

$$\operatorname{tg} \alpha_{lim}^0 = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{(1 + F_t/F_c)}. \quad (3)$$

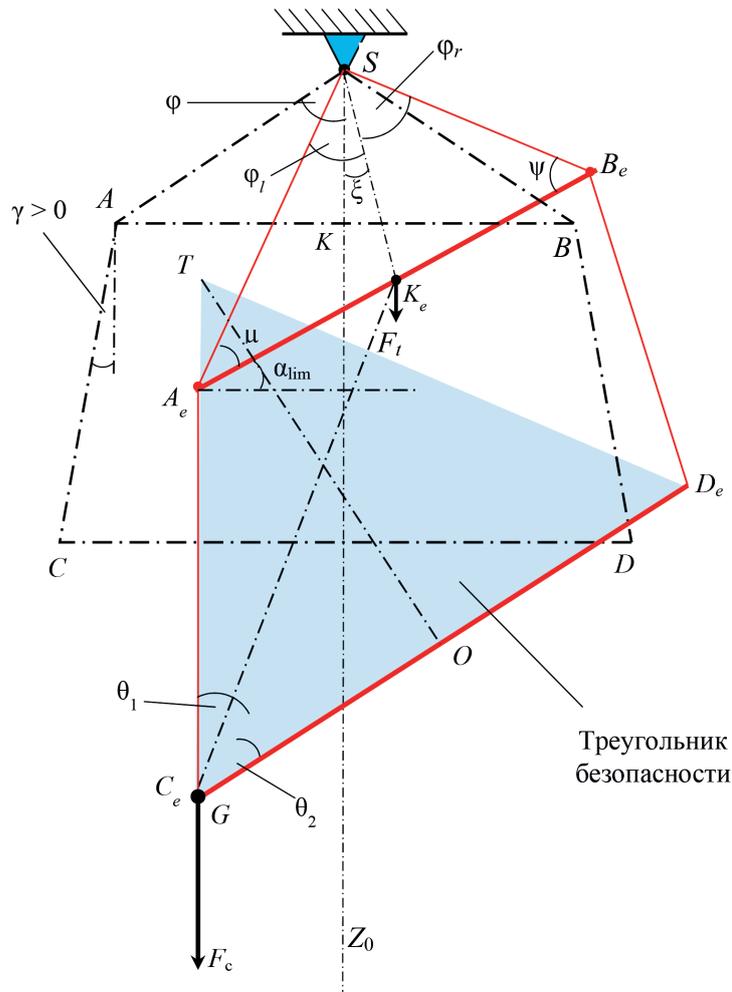


Рис. 3. Предельное положение равновесия СП (вторичный подвес образует четырехугольник $A_e B_e D_e C_e$)

Далее, используя подход, изложенный в источниках [5], [9], определим длины первичных строп под действием сил F_r, F_l :

$$SA_e = SA + \frac{F_l SA \mu_1}{F_{lim1}}; \quad SB_e = SB + \frac{F_r SB \mu_1}{F_{lim1}}, \quad (4)$$

где F_{lim1} — допустимая сила растяжения первичных строп (*Weight Load Limit* [5], [9]), Н;

ϵ_1 — относительное удлинение первичных строп при приложении F_{lim1} .

Для рассматриваемой СП допустимая сила растяжения первичных строп может быть вычислена по следующей формуле [9]:

$$F_{lim1} = \frac{(F_c + F_t)}{2 \cos \varphi}. \quad (5)$$

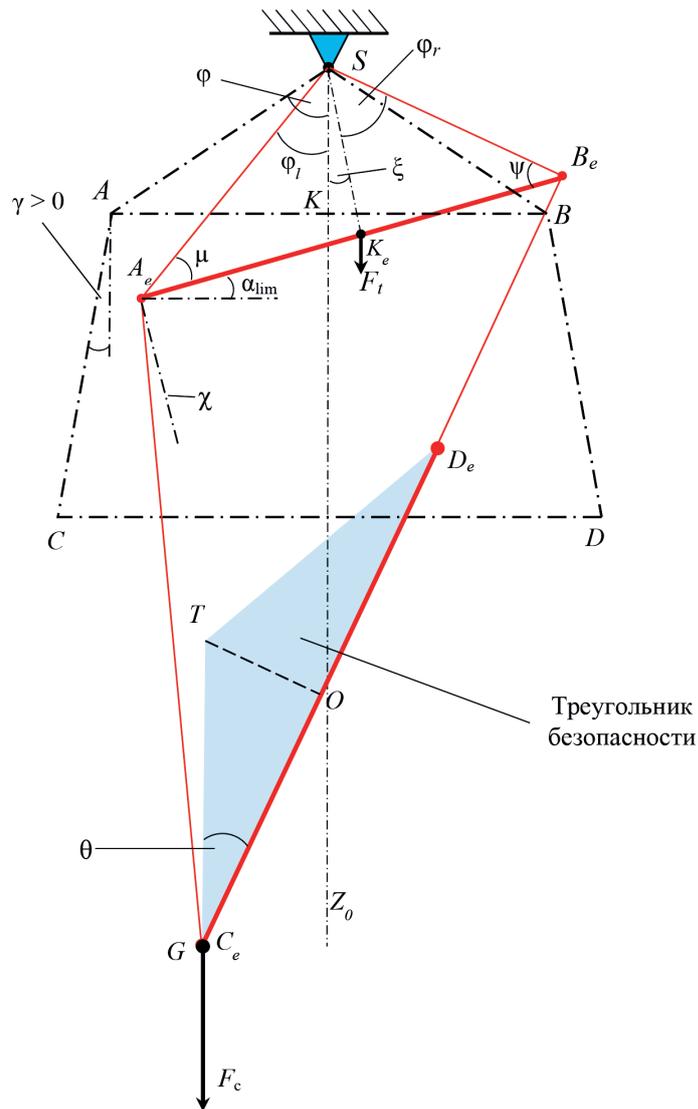


Рис. 4. Предельное положение равновесия СП
 (вторичный подвес образует треугольник $A_e B_e C_e$)

Поскольку все стороны косоугольного треугольника $SA_e B_e$ теперь известны, то следуя [10], можно вычислить его углы μ , ψ (см. рис. 3):

$$\mu = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{r_\alpha}{p_\alpha - SB_e} \right); \quad (6)$$

$$\psi = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{r_\alpha}{p_\alpha - SA_e} \right), \quad (7)$$

где p_α , r_α — соответственно полупериметр и радиус вписанной окружности треугольника $SA_e B_e$:

$$p_\alpha = \frac{1}{2} (SA_e + SB_e + AB); \quad (8)$$

$$r_\alpha = \sqrt{\frac{(p_\alpha - SA_e)(p_\alpha - SB_e)(p_\alpha - AB)}{p_\alpha}}. \quad (9)$$

Принимая во внимание вышеизложенное, угол отклонения траверсы AB в предельном положении равновесия СП при растянутых первичных стропах будет [5]:

$$\alpha_{\text{lim}} = \text{arctg} \left[\text{ctg } \mu - \frac{F_t}{2(F_c + F_t)} \cdot (\text{ctg } \mu + \text{ctg } \psi) \right]. \quad (10)$$

Определим теперь длину растянутой вторичной стропы $A_e C_e$. По аналогии с данными, представленными в работах [5], [9], она составит

$$A_e C_e = AC + \frac{F_c AC \varepsilon_2}{F_{\text{lim}2}}, \quad (11)$$

где ε_2 — относительное удлинение вторичных строп;

$F_{\text{lim}2}$ — допустимая сила растяжения вторичных строп.

Допустимая сила растяжения вторичных строп определяется по формуле

$$F_{\text{lim}2} = \frac{F_c}{2 \cos^3} \quad (12)$$

Теперь имеется возможность рассчитать угол θ в основании треугольника безопасности (ТБ) как сумму углов θ_1 и θ_2 (см. рис. 3). При этом последние, при использовании известных соотношений для треугольников $A_e B_e C_e$ и $C_e B_e D_e$, могут быть определены следующим образом [10]:

$$\theta_1 = \arcsin \left(\frac{AB}{B_e C_e} \cos \alpha_{\text{lim}} \right); \quad (13)$$

$$\theta_2 = 2 \text{arctg} \left(\frac{m_\theta}{F_\theta - B_e D_e} \right). \quad (14)$$

Величины, входящие в формулы (13) и (14), определяются следующим образом:

$$B_e C_e = \sqrt{(2b)^2 + A_e C_e^2 + 2b A_e C_e \sin \alpha_{\text{max}}}; \quad (15)$$

$$p_\theta = \frac{1}{2} (B_e C_e + B_e D_e + C_e D_e); \quad (16)$$

$$r_\theta = \sqrt{\frac{(p_\theta - B_e C_e)(p_\theta - B_e D_e)(p_\theta - C_e D_e)}{p_\theta}}. \quad (17)$$

Зная угол $\theta = \theta_1 + \theta_2$ в основании ТБ, который является равнобедренным (см. рис. 2–4), его высоту $z_{\text{ТБ}}$ можно рассчитать по формуле

$$\text{ТО} = z_{\text{ТБ}} = \frac{CD}{2} \cdot \text{tg} (\theta_1 + \theta_2). \quad (18)$$

Результаты (Results)

Если вторичный подвес СП в предельном положении равновесия образует треугольник (см. рис. 4), то это означает, что обе вторичные стропы будут нагружены и, соответственно, увеличены в длине. Однако в силу неравномерности распределения сил (нагрузки) между ними их растяжение (удлинение) будет неодинаковым.

Замечание 1. Можно показать, что вторичный подвес СП при расходящихся вторичных стропях ($\gamma > 0$) в предельном положении равновесия будет образовывать треугольник только при условии, когда $\chi \leq \alpha_{\text{lim}}$, где $\frac{\pi}{2} + \chi$ — угол при вершине A_e треугольника вторичного подвеса $A_e B_e C_e$ (см. рис. 4).

Для оценки и расчета растягивающих сил, а также удлинения строп СП рассмотрим отдельно равновесие траверсы AB относительно системы координат Z_0SY . Это равновесие возможно, если проекции всех действующих сил на оси Z_0S и SY будут равны нулю (рис. 5), а именно:

$$-F_{ls} \cos(\varphi_l - \xi) + F_{ls} \cos(\alpha_{\text{max}} - \omega) + F_t - F_r \cos(\varphi_r + \xi) + F_{rs} \sin(\alpha_{\text{lim}} + \omega) = 0; \quad (19)$$

$$F_{ls} \sin(\alpha_{lim} - \chi) + F_l \sin(\varphi_l - \xi) - F_r \sin(\varphi_r + \xi) - F_{rs} \cos(\alpha_{lim} + \omega) = 0, \quad (20)$$

где F_{ls}, F_{rs} — силы, растягивающие, соответственно, левую и правую вторичные стропы в предельном положении равновесия СП, Н.

Сумма моментов всех сил, приложенных к траверсе AB ($AB = 2b$) относительно центра A_e (см. рис. 5), также должна быть равна нулю, т. е. должно выполняться равенство

$$-F_l b \cos \alpha_{max} + F_r \cdot 2b \sin \psi - F_{rs} \cdot 2b \sin \omega = 0, \quad (21)$$

Система уравнений (19)–(21) представляет собой необходимые и достаточные условия равновесия траверсы AB с учетом всех приложенных к ней сил. Однако для определения четырех неизвестных сил: F_l, F_{ls}, F_r, F_{rs} , этого недостаточно. Поэтому дополнительно рассмотрим равновесие точки C_e , к которой приложены искомые силы F_{ls}, F_{rs} , а также сила F_c (рис. 6). Так как точка C_e находится в равновесии, векторная сумма всех приложенных к ней сил должна быть равна нулю.

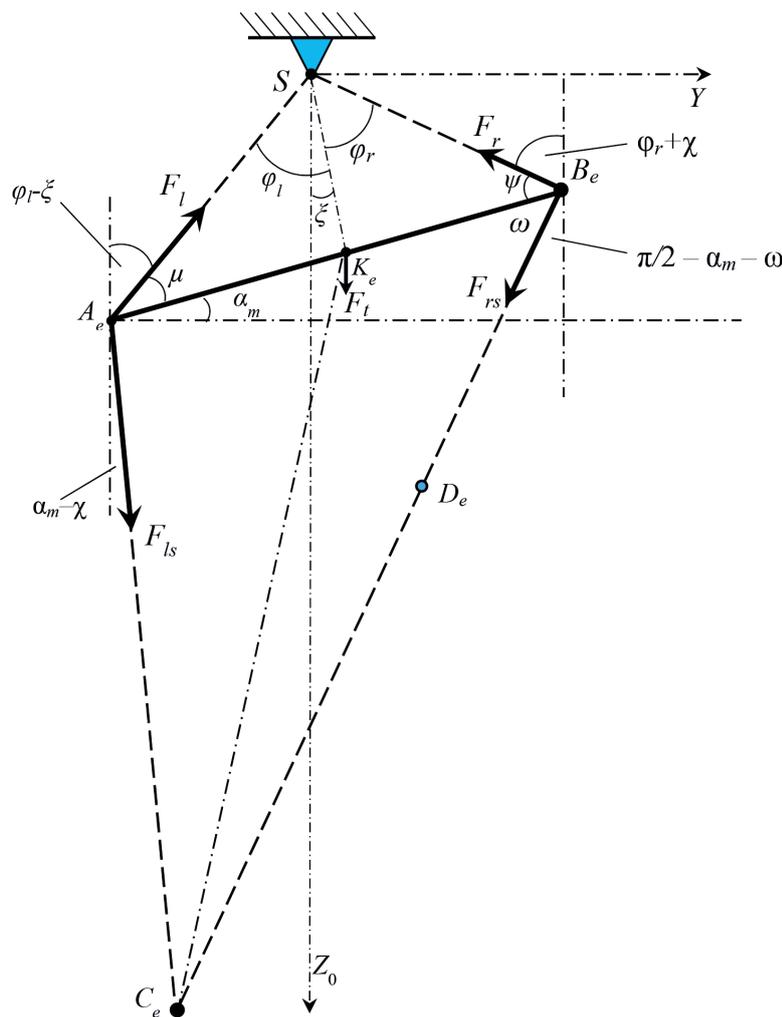


Рис. 5. Траверса AB в предельном положении равновесия со всеми внешними силами (вторичный подвес системы образует треугольник)

Поскольку углы между этими силами известны, для вычисления неизвестных F_{ls}, F_{rs} можно записать следующие равенства:

$$F_{ls} = P_c \frac{\sin \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha_{lim} + \omega) \right]}{\sin \left(\frac{\pi}{2} + \chi + \omega \right)} = F_c \frac{\cos(\alpha_{lim} + \omega)}{\cos(\chi + \omega)}, \quad (22)$$

$$F_{rs} = P_c \frac{\cos(\alpha_{lim} + \omega) \cdot \sin(\alpha_{lim} - \chi)}{\cos(\chi + \omega) \cdot \cos(\alpha_{lim} + \omega)} = F_c \frac{\sin(\alpha_{lim} - \chi)}{\cos(\chi + \omega)}. \quad (23)$$

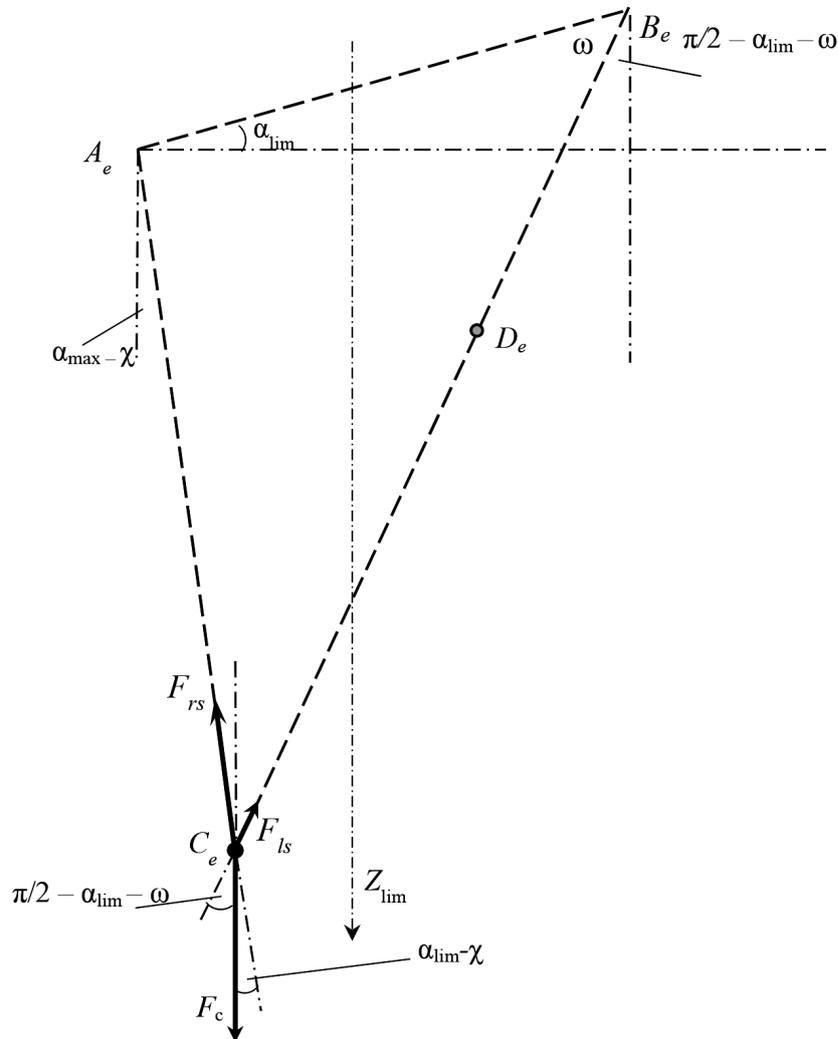


Рис. 6. Силы, приложенные к точке \$C_e\$ (\$G\$) в предельном положении равновесия системы (вторичный подвес образует треугольник)

Для того чтобы найти две оставшиеся силы: \$F_r\$, \$F_l\$, подставим равенства (22) и (23) в уравнения (19) и (21). Тогда после преобразований уравнение (19) примет вид

$$F_c + F_l = F_l \cos(\varphi_l - \xi) + F_r \cos(\varphi_r + \xi), \quad (24)$$

а равенство (21) после преобразований можно записать следующим образом:

$$F_r = F_l \frac{\sin(\varphi_l - \xi)}{\sin(\varphi_r + \xi)}. \quad (25)$$

Подставляя равенство (25) в (24), можно в итоге получить следующее:

$$F_l = (F_c + F_l) \frac{\sin(\varphi_r + \xi)}{\sin(\varphi_r + \varphi_l)}; \quad (26)$$

$$F_r = (F_c + F_l) \frac{\sin(\varphi_l - \xi)}{\sin(\varphi_r + \varphi_l)}. \quad (27)$$

Вернемся теперь к уравнению моментов (21). Подставляя в него вместо F_r и F_{rs} их значения из выражений (23) и (27), получим следующее уравнение:

$$F_t b \cos \alpha_{\text{lim}} + 2(F_c + F_t) \frac{\sin(\varphi_l - \xi)}{\sin(\varphi_r + \varphi_l)} \sin \psi - 2F_c \frac{\sin(\alpha_{\text{lim}} - \chi)}{\cos(\chi + \omega)} \sin \omega = 0. \quad (29)$$

Если учесть:

$$\varphi_l - \xi = \frac{\pi}{2} - \mu - \alpha_{\text{lim}};$$

$$\varphi_l + \varphi_r = \pi - \mu - \psi,$$

а также

$$\cos(\alpha_{\text{lim}} + \mu) = \cos \alpha_{\text{lim}} \cos \mu - \sin \alpha_{\text{lim}} \sin \mu;$$

$$\sin(\alpha_{\text{lim}} - \chi) = \sin \alpha_{\text{lim}} \cos \chi - \cos \alpha_{\text{lim}} \sin \chi,$$

то уравнение (29) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} -F_t b \cos \alpha_{\text{lim}} + 2(F_c + F_t) \frac{\cos \alpha_{\text{lim}} \cos \mu - \sin \alpha_{\text{lim}} \sin \mu}{\sin(\psi + \mu)} \sin \psi - \\ - 2F_c \frac{\sin \alpha_{\text{lim}} \cos \chi - \cos \alpha_{\text{lim}} \sin \chi}{\cos(\chi + \omega)} \sin \omega = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

Разделим обе части уравнения (30) на $\cos \alpha_{\text{lim}}$ и выразим его относительно $\text{tg } \alpha_{\text{lim}}$. В результате получим следующее:

$$\text{tg } \alpha_{\text{lim}} = \frac{\left[\left(1 + \frac{F_t}{F_c} \right) \frac{\cos \mu \cdot \sin \psi}{\sin(\mu + \psi)} + \frac{\sin \chi \sin \omega}{\cos(\chi + \omega)} - \frac{F_t}{2F_c} \right]}{\left(1 + \frac{F_t}{F_c} \right) \left[\frac{\sin \mu \cdot \sin \psi}{\sin(\mu + \psi)} + \frac{\cos \chi \sin \omega}{\cos(\chi + \omega)} \right]}. \quad (31)$$

Используя уравнение (31), можно вычислить предельный угол отклонения траверсы AB в положении равновесия СП при всех растяжимых стропах.

Замечание 2. Углы χ , ω (см. рис. 4–6), входящие в уравнения (22), (23) и (29)–(31), могут быть найдены из треугольника $A_e B_e C_e$ по теореме синусов [10], а именно:

$$\chi = 2 \arctg \left(\frac{r_\chi}{p_\chi - CD - B_e D_e} \right) - \frac{\pi}{2}; \quad (32)$$

$$\omega = 2 \arctg \left(\frac{r_\chi}{p_\chi - A_e C_e} \right), \quad (33)$$

Входящие в уравнения (22) и (23) параметры определяются следующим образом:

$$p_\chi = \frac{1}{2}(AB + A_e C_e + B_e D_e + CD); \quad (34)$$

$$r_\chi = \sqrt{\frac{(p_\chi - AB)(p_\chi - A_e C_e)(p_\chi - CD - B_e D_e)}{p_\chi}}. \quad (35)$$

Для определения угла θ в основании треугольника безопасности $C_e T D_e$ (см. рис. 4), который определяет границы допустимой области положения ЦТ груза, воспользуемся тем, что боковая сторона $C_e T$ этого треугольника параллельна вертикали SZ_0 (см. рис. 4). Тогда можно записать следующее:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha_{\text{lim}} - \omega. \quad (36)$$

Высота треугольника безопасности $z_{\text{ТБ}}$ (отрезок OT на рис. 4) может быть рассчитана по формуле (18).

Пример. Система подвешивания с грузом $F_c = 60 \text{ тс} \approx 6 \cdot 10^5 \text{ Н}$ имеет следующие характеристики: $\gamma = 2^\circ$ (вторичные стропы расходятся книзу); $\varphi = 30^\circ$; длина траверсы $AB = 2b = 2 \text{ м}$; длина первичных строп $SA = SB = 2,00 \text{ м}$; длина вторичных строп $BD = AC = 12 \text{ м}$; масса (вес) траверсы $F_t = 6 \text{ тс} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ Н}$. Необходимо оценить размеры ТБ при условии, что все стропы СП растяжимы. При этом следует рассмотреть два случая: 1-й случай — $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,023$; 2-й случай — $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,07$.

Решение

1-й случай: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,023$.

1. Вначале по формулам (1)–(3) вычислим силы, удлиняющие первичные стропы:

$$\alpha_{\text{lim}}^0 = \arctg \frac{\text{tg } 30}{\left(1 + \frac{2}{60}\right)} = 29,20^\circ;$$

$$F_r = (F_c + F_t) \frac{\sin(\varphi - \alpha_{\text{lim}}^0)}{\sin 2\varphi} = 0,9995 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$F_l = (F_c + F_t) \frac{\sin(\varphi + \alpha_{\text{lim}}^0)}{\sin 2\varphi} = 61,50 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

2. Теперь по формулам (4) и (5) определим силу F_{lim} , растягивающую первичные стропы и, соответственно, их длину:

$$F_{\text{lim}1} = \frac{(F_c + F_t)}{2 \cos \varphi} = \frac{(60 + 2) \cdot 10^4}{2 \cdot 0,8660} = 35,80 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$SA = SB = \frac{b}{\sin \varphi} = \frac{1}{0,5} = 2,00 \text{ м};$$

$$SA_e = SA + \frac{F_l SA \varepsilon_1}{F_{\text{lim}1}} = 2 + \frac{61,50 \cdot 2 \cdot 0,023}{35,80} = 2,079 \text{ м};$$

$$SB_e = SB + \frac{F_r SB \varepsilon_1}{F_{\text{lim}1}} = 2 + \frac{0,9995 \cdot 2 \cdot 0,023}{38,50} = 2,001 \text{ м}.$$

3. По формулам (7)–(10) вычислим углы μ и ψ :

$$p_\alpha = \frac{1}{2}(SA_e + SB_e + AB) = 3,04 \text{ м};$$

$$r_\alpha = \sqrt{\frac{(p_\alpha - SA_e)(p_\alpha - SB_e)(p_\alpha - AB)}{p_\alpha}} = 0,5845 \text{ м};$$

$$\mu = 2 \arctg \left(\frac{r_\alpha}{p_\alpha - SB_e} \right) = 57,72^\circ;$$

$$\psi = 2 \arctg \left(\frac{r_\alpha}{p_\alpha - SA_e} \right) = 62,62^\circ.$$

4. С учетом растяжения первичных строп пересчитаем угол α_{lim} по формуле (10):

$$\alpha_{\text{lim}} = \arctg \left[\text{ctg } \mu - \frac{F_t}{2(F_c + F_t)} \cdot (\text{ctg } \mu + \text{ctg } \psi) \right] = 31,90^\circ.$$

5. По теореме синусов [10] из треугольника $A_e B_e C_e$ (см. рис. 4) вычислим угол χ :

$$CD = C_e D_e = AB + 2AC \sin \gamma = 2,838 \text{ м};$$

$$p_\chi = \frac{1}{2}(AB + A_e C_e + B_e D_e + CD) = 14,419 \text{ м.}$$

Полупериметр этого треугольника оказался меньше одной из его сторон ($C_e D_e + B_e D_e = 14,838 \text{ м} > 14,419 \text{ м}$). Это означает, что фигура $A_e B_e C_e D_e$ не может быть треугольником. Таким образом, в предельном положении равновесия вторичный подвес может образовывать только четырехугольник (см. рис. 3).

6. Учитывая вышеизложенное, определим по формулам (11), (12) растяжение только одной (левой) вторичной стропы, так как именно к ней будет приложена вся нагрузка от груза F_c , а именно:

$$F_{\text{lim}2} = \frac{F_c}{2 \cos \gamma} = \frac{60 \cdot 10^4}{2 \cos 2} = 30,18 \cdot 10^4 \text{ Н;}$$

$$A_e C_e = AC + \frac{F_c AC \varepsilon_2}{F_{\text{lim}2}} = 12 + \frac{60 \cdot 12 \cdot 0,023}{30,18} = 12,538 \text{ м.}$$

7. Теперь по формулам (13)–(17) вычислим угол $\theta = \theta_1 + \theta_2$ в основании треугольника безопасности:

$$B_e C_e = \sqrt{(2b)^2 + A_e C_e^2 + 2b \cdot A_e C_e \sin \alpha_{\text{lim}}} = \sqrt{4 + 157,201 + 26,591} = 13,704 \text{ м;}$$

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{2b}{BC} \cos \alpha_{\text{lim}}\right) = 8,134^\circ. \quad p_0 = \frac{1}{2}(B_e C_e + B_e D_e + C_e D_e) = 14,271 \text{ м;}$$

$$r_\theta = \sqrt{\frac{(p_0 - B_e C_e)(p_0 - B_e D_e)(p_0 - CD)}{p_0}} = 1,0157 \text{ м;}$$

$$\theta_2 = 2 \arctg\left(\frac{r_\theta}{p_0 - B_e D_e}\right) = 2 \arctg\left(\frac{1,0157}{14,271 - 12}\right) = 48,19^\circ.$$

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = 8,134 + 48,19 = 56,33^\circ.$$

8. Вычислим высоту треугольника безопасности по формуле (19):

$$TO = z_{TB} = \frac{CD}{2} \text{tg } \theta = 2,130 \text{ м.}$$

2-й случай: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,07$.

1. По формуле (4) определим удлинение первичных строп:

$$SA_e = SA + \frac{F_l SA \varepsilon_1}{F_{\text{lim}1}} = 2 + \frac{61,50 \cdot 2 \cdot 0,07}{35,80} = 2,241 \text{ м;}$$

$$SB_e = SB + \frac{F_r SB \varepsilon_1}{F_{\text{lim}1}} = 2 + \frac{0,9995 \cdot 2 \cdot 0,07}{38,50} = 2,004 \text{ м;}$$

2. По формулам (7)–(10) вычислим углы μ и ψ :

$$p_\alpha = \frac{1}{2}(SA_e + SB_e + AB) = 3,123 \text{ м;}$$

$$r_\alpha = \sqrt{\frac{(p_\alpha - SA_e)(p_\alpha - SB_e)(p_\alpha - AB)}{p_\alpha}} = 0,5957 \text{ м;}$$

$$\mu = 2 \arctg\left(\frac{r_\alpha}{p_\alpha - SB_e}\right) = 56,06^\circ; \quad \psi = 2 \arctg\left(\frac{r_\alpha}{p_\alpha - S_{\square_e}}\right) = 68,07^\circ.$$

3. Пересчитаем угол α_{lim} по формуле (10):

$$\alpha_{\text{lim}} = \arctg \left[\text{ctg } \mu - \frac{F_t}{2(F_c + F_t)} (\text{ctg } \mu + \text{ctg } \psi) \right] = 33,25^\circ.$$

4. Длина левой вторичной стропы будет

$$A_e C_e = AC + \frac{F_c AC \mu_2}{F_{\text{lim}2}} = 12 + \frac{60 \cdot 12 \cdot 0,07}{30,18} = 13,670 \text{ м};$$

5. По теореме синусов [10] из треугольника $A_e B_e D_e C_e$ (рис. 4) вычислим угол χ :

$$p_\chi = \frac{1}{2} (AB + A_e C_e + B_e D_e + CD) = 15,254 \text{ м};$$

$$r_\chi = \sqrt{\frac{(p_\chi - AB)(p_\chi - A_e C_e)(p_\chi - CD - B_e D_e)}{p_\chi}} = 0,75667 \text{ м};$$

$$\chi = 2 \arctg \left(\frac{r_\chi}{p_\chi - CD - B_e D_e} \right) - \frac{\pi}{2} = 32,40^\circ.$$

Из последнего следует, что $\chi = 32,40 < \alpha_{\text{max}} = 33,25$. Это означает, что в предельном положении равновесия (при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,07$) вторичный подвес образует треугольник. Поэтому необходимо рассчитать удлинение не только левой, но и правой вторичной стропы следующим образом:

1. Вначале вычислим угол ω по формуле (33):

$$\omega = 2 \arctg \left(\frac{r_\chi}{p_\chi - A_e C_e} \right) = 2 \arctg \left(\frac{0,75667}{1,584} \right) = 51,07^\circ.$$

2. Теперь по формулам (22), (23) вычислим силы, растягивающие вторичные стропы:

$$F_{ls} = F_c \frac{\cos(\alpha_{\text{lim}} + \omega)}{\cos(\chi + \omega)} = 60 \cdot 10^4 \frac{\cos(33,25 + 51,07)}{\cos(32,40 + 51,07)} = 52,22 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$F_{rs} = F_c \frac{\sin(\alpha_{\text{lim}} - \chi)}{\cos(\chi + \omega)} = 60 \cdot 10^4 \frac{\sin(33,25 - 32,40)}{\cos(32,40 + 51,07)} = 7,827 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

3. Затем вычислим длины вторичных строп:

$$A_e C_e = AC + \frac{F_{ls} AC \varepsilon_2}{F_{\text{lim}2}} = 12 + \frac{52,22 \cdot 12 \cdot 0,07}{30,18} = 13,453 \text{ м};$$

$$B_e D_e = BD + \frac{F_{rs} BD \varepsilon_2}{F_{\text{lim}2}} = 12 + \frac{7,827 \cdot 12 \cdot 0,07}{30,18} = 12,218 \text{ м}.$$

4. Теперь по формулам (32)–(35) пересчитаем углы χ и ω :

$$p_\chi = \frac{1}{2} (AB + A_e C_e + B_e D_e + CD) = 15,255 \text{ м};$$

$$r_\chi = \sqrt{\frac{(p_\chi - AB)(p_\chi - A_e C_e)(p_\chi - CD - B_e D_e)}{p_\chi}} = 0,5582 \text{ м};$$

$$\chi = 2 \arctg \left(\frac{r_\chi}{p_\chi - CD - B_e D_e} \right) - \frac{\pi}{2} = 50,76^\circ;$$

$$\omega = 2 \arctg \left(\frac{r_\chi}{p_\chi - A_e C_e} \right) = 34,42^\circ.$$

5. Затем по формуле (31) можно пересчитать угол предельного отклонения траверсы AB в предельном положении равновесия:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{lim}} = \frac{\left[\left(1 + \frac{F_t}{F_c} \right) \frac{\cos \mu \sin \psi}{\sin(\mu + \psi)} + \frac{\sin \chi \sin \omega}{\cos(\chi + \omega)} - \frac{F_t}{2F_c} \right]}{\left(1 + \frac{F_t}{F_c} \right) \left[\frac{\sin \mu \sin \psi}{\sin(\mu + \psi)} + \frac{\cos \chi \sin \omega}{\cos(\chi + \omega)} \right]} = 1,0869;$$

$$\alpha_{\text{lim}} = 47,39^\circ.$$

6. Тогда угол при основании треугольника безопасности θ будет равен по формуле (36)

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha_{\text{lim}} - \omega = 90 - 47,39 - 34,42 = 8,19^\circ.$$

7. Высота ТБ по формуле (19)

$$z_{\text{ТБ}} = \frac{CD}{2} \operatorname{tg} \theta = \frac{2,838}{2} \cdot \operatorname{tg} 8,19 = 0,204 \text{ м.}$$

Рассмотренный расчетный пример показывает, что при относительном удлинении всех строп: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,023$ высота треугольника безопасности $z_{\text{max}} = 3,246$ м, а при $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,07$ — всего лишь 0,204 м. При этом основание ТБ в обоих случаях одинаковое ($CD = 2,838$ м). Таким образом, устойчивость СП существенным образом зависит от степени эластичности строп (их относительного удлинения ϵ).

Выводы (Summary)

1. Выполнен анализ устойчивости и разработана методика оценки расчета треугольника безопасности (ТБ) двухзвенных систем подвешивания КТГ с эластичными стропами при условии, что в первоначальном положении вторичные стропы СП не параллельны друг другу и расходятся книзу ($\gamma > 0$).

2. Показано, что в предельном положении устойчивого равновесия СП ее вторичный подвес может образовывать или четырехугольник, или треугольник. Для обоих случаев получены аналитические выражения для расчета высоты треугольника безопасности (ТБ) — $z_{\text{ТБ}}$, а также максимального угла отклонения траверсы α_{lim} .

3. Установлено, что высота ТБ существенно зависит от степени эластичности строп СП: чем выше эластичность ϵ , тем меньше высота и площадь треугольника безопасности, а значит, и менее устойчивой становится система подвешивания в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Никитин Е. В.* Устойчивость двухзвенной системы подвешивания груза с параллельными стропами вторичного подвеса / Е. В. Никитин // Вестник Одесского национального морского университета. — 2013. — № 3 (39). — С. 156–167.

2. *Никитин Е. В.* Устойчивость равновесия двухзвенной системы подвешивания габаритного груза / Е. В. Никитин // Сборник научных трудов Академии ВМС им. П. С. Нахимова. — Севастополь, 2013. — № 1 (13). — С. 184–191.

3. *Никитин Е. В.* Устойчивость сложных систем подвешивания корабельных грузов с непараллельными стропами вторичного подвеса / Е. В. Никитин // Сборник научных трудов Академии ВМС им. П. С. Нахимова. — Севастополь, 2013. — № 4 (16). — С. 161–172.

4. *Nikitin Y. V.* Static and tip-over stability analysis of two-chain suspension arrangements for large scale cargo operations / Y. V. Nikitin // WMU Journal of Maritime Affairs. — 2014. — Vol. 13. — Is. 1. — Pp. 101–126. DOI: 10.1007/s13437-013-0054-5.

5. *Никитин Е. В.* Анализ устойчивости двухзвенных систем подвешивания с эластичными стропами при погрузке/выгрузке крупногабаритных и тяжеловесных грузов / Е. В. Никитин // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2017. — Т. 9. — № 6. — С. 1197–1208. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-6-1197-1208.

6. Kaps H. Stabilität von Anschlagvorkehrungen / H. Kaps // Schiff & Haffen. — No.5. — Pp. 56–58.
7. Kaps H. BBC Guideline. Safe Solutions for Project Cargo Operations. Version 1.0 / H. Kaps. — BBC Chartering&LogisticsGmbH&Ko, 2009. — 76 p.
8. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. — М.: Наука, 1972. — 478 с.
9. Kaps H. Stability of Cargo Suspension Arrangements. Transport Information Service (TIS). 2013. — 26 p.
10. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. — М.: Главиздат, 1953. — 608 с.

REFERENCES

1. Nikitin, Y. V. “Ustoichivost’ dvukhzhvennoi sistemy podveshivaniya gruzha s parallel’nymi stropami vtorichnogo podvesa.” *Vestnik odesskogo natsional’nogo morskogo universiteta* 3(39) (2013): 156–167.
2. Nikitin, Y. V. “Ustoichivost’ slozhnykh sistem podveshivaniya gabaritnogo gruzha.” *Sbornik trudov Akademii imeni H.S. Nakhimova*. Is. 1 (13). Sevastopol, 2013. 184–191.
3. Nikitin, Y. V. “Ustoichivost’ ravnovesia dvukhzhvennoi sistemuy podveshivaniya korabl’nykh gruzjv s neparallel’nyvi stropavi vtorichnogo podvesa.” *Sbornik trudov Akademii imeni H.S. Nakhimova*. Is. 4 (16). Sevastopol, 2013. 161–172.
4. Nikitin, Yevgeny V. “Static and tip-over stability analysis of two-chain suspension arrangements for large-scale cargo operations.” *WMU Journal of Maritime Affairs* 13.1 (2014): 101–126. DOI 10.1007/s13437-013-0054-5.
5. Nikitin, Yevgeny V. “Stability analysis of two-chain suspension arrangement with elastic slings for large-scale and heavy lift cargo operations.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 9.6 (2017): 1197–1208. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-6-1197-1208.
6. Kaps, H. “Stabilität von Anschlagvorkehrungen.” *Schiff&Haffen* 5: 56–58.
7. Kaps, H. *BBC Guideline. Safe Solutions for Project Cargo Operations. Version 1.0*. BBC Chartering & Logistics GmbH&Ko, 2009.
8. Тарг, С. М. *Kratkii kurs teoreticheskoi mekhaniki*. М.: Vysshaya shkola, 1986.
9. Kaps, H. *Stability of Cargo Suspension Arrangements. Transport Information Service (TIS)*. 2013.
10. Bronshtein, I. N., and K. A. Semendyaev. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov*. М.: Glavizdat, 1953.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Никитин Евгений Васильевич —
доктор технических наук, профессор
Севастопольский государственный университет
299053, Российская Федерация, г. Севастополь,
ул. Университетская, 33
e-mail: yvnik76@yandex.ru

Подпорин Сергей Анатольевич —
кандидат технических наук, доцент
Севастопольский государственный университет
299053, Российская Федерация, г. Севастополь,
ул. Университетская, 33
e-mail: s.a.podporin@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Nikitin, Yevgeny V. —
Dr. of Technical Sciences, professor
The Sevastopol State University
33 Universitetskaya Str., Sevastopol, 299053,
Russian Federation
e-mail: yvnik76@yandex.ru

Podporin, Sergey A. —
PhD, associate professor
The Sevastopol State University
33 Universitetskaya Str., Sevastopol, 299053,
Russian Federation
e-mail: s.a.podporin@gmail.com

Статья поступила в редакцию 5 декабря 2018 г.

Received: December 5, 2018.