

# ЭКСПЛУАТАЦИЯ ВОДНОГО ТРАНСПОРТА, СУДОВОЖДЕНИЕ

DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-1-7-21

## A SIMPLE ANALYTICAL MODEL OF SHIP MOVEMENT

**S. V. Smolentsev, D. V. Isakov**

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,  
St. Petersburg, Russian Federation

*The problem of synthesis of the vessel trajectory is discussed in the paper. The solution of this problem is important for the development of automatic ship control systems. In particular, it is solved in the system of automatic collision avoidance systems. One of this system components is the ship's movement modeling subsystem. This subsystem synthesizes the prediction of the movement trajectory of both own vessel and target ships in the water area. An analytical model of the vessel movement when maneuvering the course and speed is proposed in the paper. The trajectory of the vessel movement when maneuvering the course is divided into four segments. Each segment is characterized by a set of parameters. The values of these parameters for each particular vessel should be determined in advance. This requires the identification of model parameters. The proposed model of vessel dynamics during speed maneuver is the result of analytical solution of the differential equations of the vessel movement during deceleration or acceleration. Using this model, it is possible to obtain the parameters of the vessel's movement at any time after the start of the speed maneuver. Previously, the authors have proposed a kinematics model of the vessel movement during maneuvering. However, this model was integrating - to obtain the parameters of the vessel's movement at a given time, the parameters for the intermediate positions of the vessel with a fixed step were necessary to calculate. The advantage of the proposed model is that it allows analytically calculating the vessel motion parameters for any given moment of time, which lets to find solutions faster, especially in case of processing a large number of trajectories. The identification issues of model parameters are considered. The method to identify the vessel's dynamics model parameters according to the data from the maneuvering booklet is used. The maneuvering booklet contains the information on the vessel behavior when performing the standard maneuvers the course and the speed. Its presence on the vessel is required in accordance with IMO Resolution A.601 (15).*

*The proposed model of vessel dynamics allows one to obtain the vessel motion parameters at any given time after the maneuver start or to calculate the arrival time at a given point of the maneuver trajectory. It can be used in the vessels collision avoidance systems and any other control systems where to predict the vessel movement during maneuvering is necessary.*

*Keywords: simulation, vessel trajectory, analytical model, maneuvering booklet*

### For citation:

Smolentsev, Sergey V., and Dmitry V. Isakov. "A simple analytical model of ship movement." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.1 (2019): 7–21. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-1-7-21.

УДК 656.61.052

## ПРОСТАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ СУДНА

**С. В. Смоленцев, Д. В. Исаков**

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

*В статье рассматривается задача синтеза траектории движения судна, решение которой является актуальным для построения систем автоматического управления судном. В частности, она решается в системе автоматического расхождения судов. Одним из компонентов этой системы является подсистема моделирования движения судов, с помощью которой строится прогноз траектории движения*

как собственного судна, так и судов-целей в акватории. Предложена аналитическая модель движения судна при маневрировании курсом и скоростью. Траектория движения судна при маневре курсом разбивается на четыре сегмента, каждый из которых характеризуется набором параметров. Значения этих параметров для каждого конкретного судна должны быть определены заранее. Для этого необходима идентификация параметров модели. Предложенная модель динамики судна при маневре скоростью является результатом аналитического решения дифференциальных уравнений движения судна при торможении или разгоне. При помощи этой модели можно получить параметры движения судна на любой момент времени после начала маневра скоростью. Ранее авторами была предложена кинематическая модель движения судна при маневрировании. Однако эта модель была интегрирующей (для получения параметров движения судна в заданный момент времени необходимо было рассчитывать параметры для промежуточных положений судна с заданным шагом). Преимущество предложенной модели состоит в том, что она позволяет аналитически рассчитать параметры движения судна для любого заданного момента времени, что позволяет быстрее находить решения, особенно в случае обработки большого количества траекторий. Рассмотрены вопросы идентификации параметров модели динамики судна. Использована методика идентификации параметров модели по данным из маневренного буклета. Маневренный буклет содержит информацию о поведении судна при выполнении стандартных маневров курсом и скоростью. Его наличие на судне обязательно в соответствии с Резолюцией ИМО А.601(15).

Предложенная модель динамики судна позволяет получать параметры движения судна в любой заданный момент времени после начала маневра или рассчитать время прихода в заданную точку траектории маневра. Она может быть использована в системах предупреждения столкновений судов и любых других системах управления, в которых необходимо прогнозировать движение судна при маневрировании.

*Ключевые слова:* моделирование, траектория движения судна, аналитическая модель, маневренный буклет.

**Для цитирования:**

Смоленцев С. В. Простая аналитическая модель движения судна / С. В. Смоленцев, Д. В. Исаков // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 1. — С. 7–21. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-1-7-21.

---

## Введение (Introduction)

Одной из важных задач при построении систем автоматизации управления судном является задача прогнозирования движения судна в течение заданного промежутка времени. В частности, такая задача стоит в автоматической системе расхождения судов, разработанной авторами на кафедре автоматики и вычислительной техники ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова [1]. Важным компонентом этой системы является подсистема моделирования движения судов, с помощью которой строят прогноз траектории движения как собственного судна, так и судов-целей в акватории.

Проблеме разработке математических моделей движения судна посвящено большое количество работ, как отечественных, так и зарубежных. В частности, в работах Юдина [2], [3] рассматриваются различные модели динамики, и вводится понятие коэффициентов влияния на эти модели. В статье [4] обсуждаются вопросы контроля динамики судна на основе судовой интеллектуальной системы управления. В работе [5] рассматриваются нелинейная и линейная модели движения судна в различных режимах маневрирования, а также анализируются методы решений системы нелинейных дифференциальных уравнений движения судна. В статье [6] приводится обзор различных моделей динамики судна, основанных на интегрировании уравнений движения с учетом гидродинамики, а в статье [7] рассматриваются вычислительные аспекты интегрирования уравнений динамики в системе Simulink. Работа [8] посвящена вопросам идентификации модели динамики судна на основе маневра типа Zigzag.

Авторы в данной работе исходят из условия, что модели, которые можно использовать в системе расхождения, должны быть простыми как в вычислительном плане, так и по количеству параметров. Это связано с тем, что в системе приходится в реальном времени необходимо рассчитывать траектории движения множества встречных судов, а также принимать во внимание большое количество вариантов собственных маневров для расхождения. Параметры этих моделей должны быть легко определяемыми из основных данных о маневренности судна.

Таким образом, сложные гидродинамические модели судов не применимы в данной ситуации. Авторами в статье [9] была предложена простая кинематическая модель динамики судна при маневрировании курсом и скоростью. Однако эта модель имеет интегрирующий характер, то есть для получения параметров движения судна в заданный момент времени необходимо объединить уравнения движения от момента начала маневра до данного момента. Это, безусловно, препятствует быстрому расчету траекторий множества судов.

В данной статье предложена аналитическая модель динамики судна при маневрировании курсом и скоростью, позволяющая рассчитать параметры движения судна в произвольный момент времени без необходимости интегрирования уравнений движения. Количество параметров аналитической модели больше, чем кинематической. Однако все эти параметры могут быть найдены из «Маневренного буклета судна» (далее — МБ).

В соответствии с Резолюцией ИМО А.601(15) “Provision and Display of Manoeuvring Information on Board Ships” («Представление на судах информации о маневренных характеристиках») [10] и MSC.137 (76) от 5 декабря 2002 г. «Стандарты маневренных качеств судна» [11], а также Циркулярным письмом Комитета по безопасности на море MSC.1053 от 5 декабря 2002 г. «Пояснительные записки к стандартам маневренных качеств судна» [12] маневренные качества судна должны оцениваться по характеристикам маневренности, полученным при ходовых испытаниях и быть подтверждены компьютерными вычислениями на основе математического моделирования. Одним из документов, который должен быть на судне в соответствии с этой Резолюцией, является МБ. В этом документе представлена информация о поведении судна при выполнении стандартных маневров курсом и скоростью. Принципы создания моделей динамики судов по данным МБ изложены в работе [13] и в данной статье они получили дальнейшее развитие.

### Методы и материалы (Methods and Materials)

В статье использованы следующие обозначения:

$K$  — курс судна град.;

$V$  — скорость судна, м/с;

$w$  — угловая скорость судна, град./с;

$a$  — ускорение судна, м/с<sup>2</sup>;

$t$  — время, с;

$\delta$  — угол перекладки руля, град.;

$\varphi$  — угол поворота, град.;

$\beta$  — угол дрейфа, град.;

$R$  — радиус поворота, м;

$Y$  — координата в направлении по ДП судна, м;

$X$  — координата в направлении перпендикулярном ДП судна, м;

$S$  — расстояние по траектории движения судна, м.

### Модель динамики судна при маневре изменения курса

*Упрощенная математическая модель динамики судна на повороте.* При выполнении маневра изменения курса судно движется по сложной траектории, с переменными значениями параметров движения: ускорения, линейной и угловой скоростей, угла дрейфа и т. п. Причем как траектория, так и указанные параметры движения зависят от начальной скорости движения судна, угла перекладки руля при повороте, глубины под килем, гидрометеобстановки и других условий. Информация о траектории движения судна при повороте представлена в МБ (рис. 1).

Упрощенная модель динамики судна строится на основе следующих предположений:

1. Траектории движения судна и параметры этого движения одинаковы для маневров поворота влево и вправо (кроме тех судов, в МБ которых приведены данные по обоим маневрам).
2. Начальное значение курса  $K_0 = 0$ .
3. Начальные координаты:  $X_0 = 0$ ,  $Y_0 = 0$ .
4. Угол дрейфа для заданного угла перекладки руля  $\delta$  на эволюционном участке траектории возрастает от 0 до значения  $\beta$ , а затем он постоянный.

5. Траектория движения судна при повороте на  $360^\circ$  состоит из четырех участков (рис. 2):  
 A0 — движение по прямой на расстояние  $S_0$ ;  
 A1 — движение по дуге окружности  $\varphi \in [0 \dots 90^\circ]$  радиусом  $R_1$ ;  
 A2 — движение по дуге окружности  $\varphi \in [90 \dots 180^\circ]$  радиусом  $R_2$ ;  
 A3 — движение по дуге окружности  $\varphi \in [180 \dots 360^\circ]$  радиусом  $R_3$ .  
 6. На каждом участке параметры модели (ускорение и угловая скорость) постоянны.

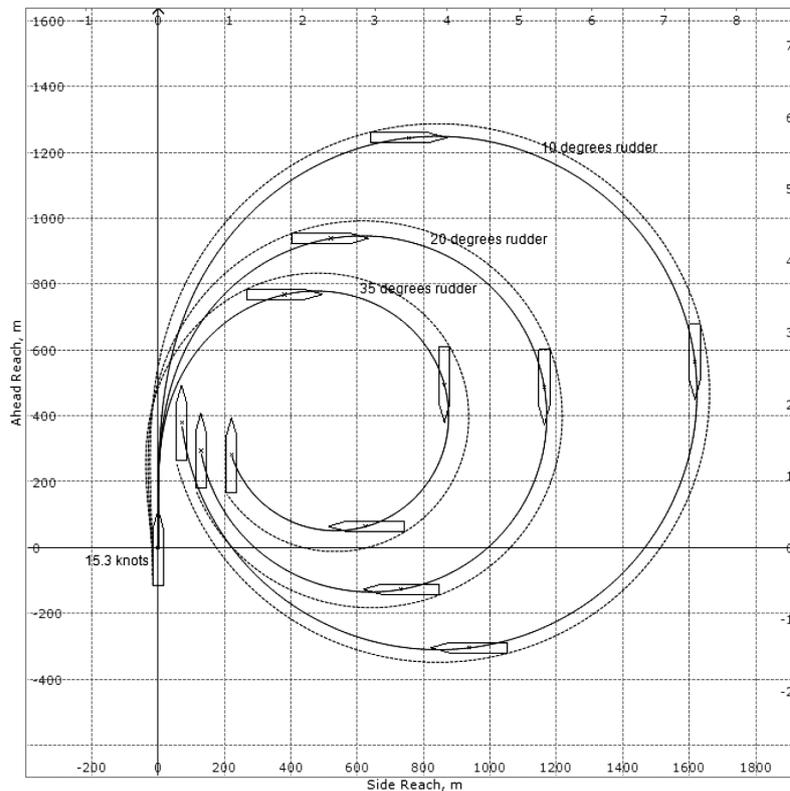


Рис. 1. Данные из МБ: поворот на правый борт

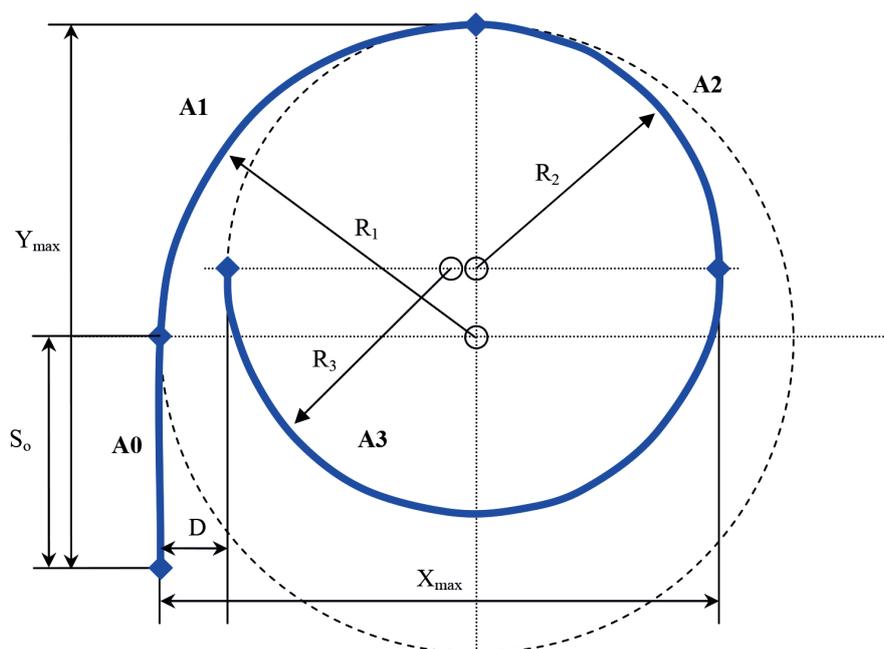


Рис. 2. Модель траектории движения судна при повороте на  $360^\circ$

Параметры модели  $S_0, R_1, R_2, R_3$  связаны с параметрами  $X_{\max}, Y_{\max}$  и  $D$  из МБ следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} X_{\max} &= 2R_3 + D; \\ X_{\max} &= R_1 + R_2; \\ Y_{\max} &= S_0 + R_1. \end{aligned} \quad (1)$$

A0 — движение происходит с начальным курсом и скоростью, участок характеризуется параметрами, определяемыми по данным МБ:  $S_0$  — длина участка;  $K_0$  — начальный курс ( $K_0 = 0$ );  $V_0$  — начальная скорость.

Параметры движения на участке A0:

$$\begin{aligned} V_t &= V_0; \\ K_t &= K_0; \\ X_t &= 0; \\ Y_t &= V_0 t; \end{aligned}$$

Параметры завершения движения на участке A0:

$$\begin{aligned} T_0 &= S_0 / V_0; \\ X_0 &= 0; \\ Y_0 &= S_0. \end{aligned}$$

A1 — движение происходит по дуге окружности  $\varphi \in [0 \dots 90^\circ]$  с постоянными параметрами, определяемыми по данным МБ:  $R_1$  — радиус траектории движения;  $a_1$  — ускорение;  $w_1$  — угловая скорость.

Параметры движения на участке A1:

$$\begin{aligned} V_t &= V_0 + a_1(t - T_0); \\ \varphi_t &= w_1(t - T_0); \\ K_t &= \varphi_t + \beta; \\ X_t &= R_1(1 - \cos \varphi_t); \\ Y_t &= S_0 + R_1 \sin \varphi_t. \end{aligned}$$

Параметры завершения движения на участке A1:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_0 + 90/w_1; \\ V_1 &= V_0 + a_1(T_1 - T_0); \\ X_1 &= R_1; \\ Y_1 &= S_0 + R_1. \end{aligned}$$

A2 — движение происходит по дуге окружности  $\varphi \in (90 \dots 180^\circ]$  с постоянными параметрами, определяемыми по данным МБ:  $R_2$  — радиус траектории движения;  $a_2$  — ускорение;  $w_2$  — угловая скорость.

Параметры движения на участке A2:

$$V_t = V_1 + a_2(t - T_1);$$

$$\varphi_t = w_2(t - T_1);$$

$$K_t = 90 + \varphi_t + \beta;$$

$$X_t = R_1 + R_2 \cdot \sin \varphi_t;$$

$$Y_t = S_0 + (R_1 - R_2) + R_2 \cdot \cos \varphi_t.$$

Параметры завершения движения на участке А2:

$$T_2 = T_1 + 90/w_2;$$

$$V_2 = V_1 + a_2(T_2 - T_1);$$

$$X_2 = R_1 + R_2;$$

$$Y_2 = S_0 + (R_1 - R_2).$$

А3 — движение происходит по дуге окружности  $\varphi \in (180 \dots 360^\circ]$  с постоянными параметрами, определяемыми по данным МБ:  $R_3$  — радиус траектории движения;  $a_3$  — ускорение;  $w_3$  — угловая скорость.

Параметры движения на участке А3:

$$V_t = V_2 + a_3(t - T_2);$$

$$\varphi_t = w_3(t - T_2);$$

$$K_t = 180 + \varphi_t + \beta;$$

$$X_t = R_1 + (R_2 - R_3) + R_3 \cdot \cos \varphi_t;$$

$$Y_t = S_0 + (R_1 - R_2) - R_3 \cdot \sin \varphi_t;$$

Параметры завершения движения на участке А3:

$$T_3 = T_2 + 180/w_3;$$

$$V_3 = V_2 + a_3(T_3 - T_2);$$

$$X_3 = R_1 + R_2 - 2R_3;$$

$$Y_3 = S_0.$$

*Идентификация параметров математической модели динамики судна на повороте.* Для идентификации параметров математической модели используются данные, приведенные в МБ, по которым строятся образцовые траектории движения судна и подбираются параметры модели таким образом, чтобы модельные траектории соответствовали этим образцовым траекториям. Методика идентификации параметров модели по данным МБ подробно рассмотрена в источнике [13]. К сожалению, на участке А3 из МБ представлено только по две точки, что затрудняет идентификацию параметров модели для этого участка. Пример согласования образцовой и модельной траекторий показан на рис. 3.

*Расчет параметров математической модели динамики судна при произвольном угле перекладки руля.* В МБ приведены данные по динамике судна на повороте при фиксированных углах перекладки руля:  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $35^\circ$ , однако необходимо иметь параметры модели для произвольного угла перекладки руля в пределах  $0 \dots 35^\circ$ . Параметры модели для произвольного угла перекладки руля:  $\delta = x$  определяются интерполяцией / экстраполяцией через значения параметров для фиксированных углов перекладки руля.

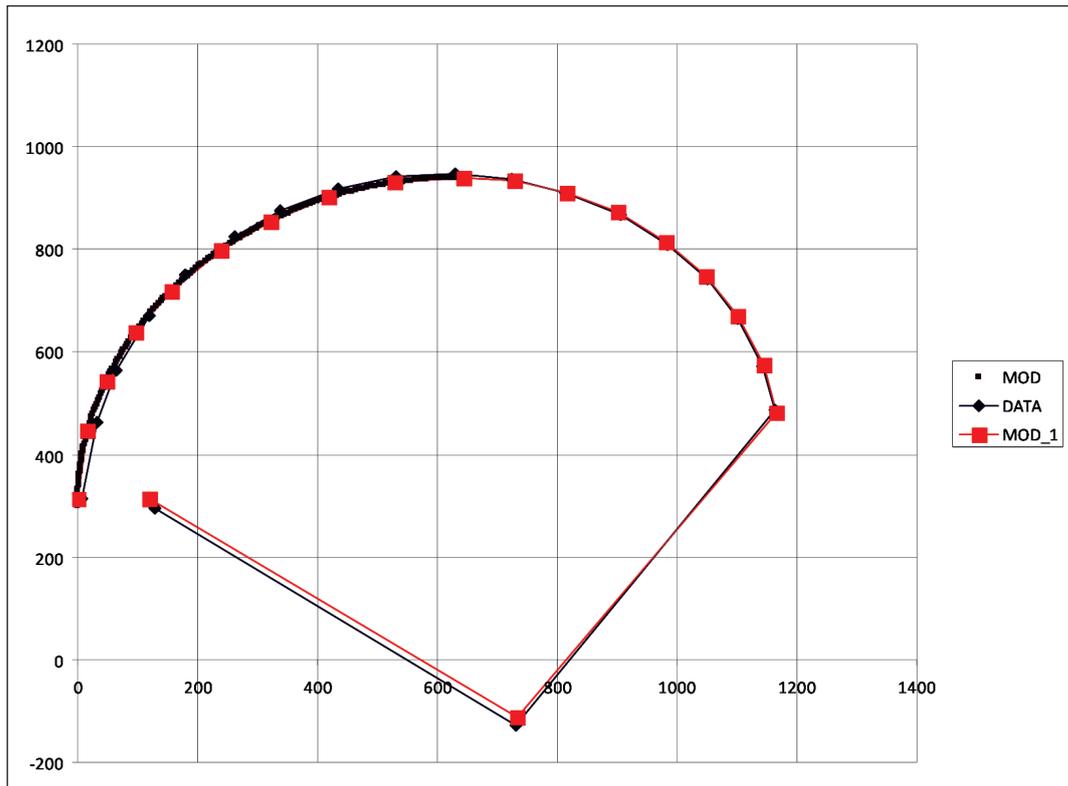


Рис. 3. Пример согласования образцовой и модельной траекторий

Обозначим значения какого-либо параметра  $Y$  модели для фиксированных углов перекладки руля ( $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $35^\circ$ ) —  $Y_{10}$ ,  $Y_{20}$ ,  $Y_{35}$ . Тогда для произвольного угла перекладки руля  $\delta = x$  значение параметра  $Y$  определяется следующим образом:

$$Y_x = \begin{cases} Y_{10} + (x - 10) \frac{(Y_{20} - Y_{10})}{10}, & 0 < x \leq 20; \\ Y_{20} + (x - 20) \frac{(Y_{35} - Y_{20})}{15}, & 20 < x < 35. \end{cases} \quad (2)$$

#### Модель динамики судна при маневре скоростью

Зависимость скорости судна от оборотов винта. По данным из МБ строится зависимость скорости судна от оборотов винта, которая аппроксимируется функцией

$$V = f(RPM) = A\_3RPM^3 + A\_2RPM^2 + A\_1RPM + B, \quad (3)$$

где  $V$  — скорость судна, уз;

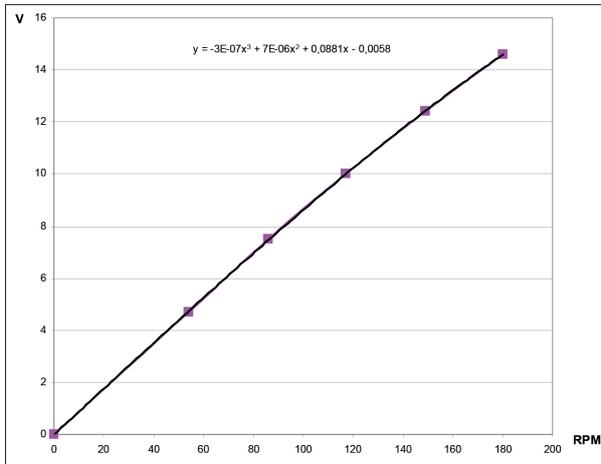
$RPM$  — обороты винта, об/мин, от значения  $V_0$  до значения ноль (торможение) или режим работы, %, для СРР.

Примеры полученной зависимости показаны на рис. 4.

Упрощенная математическая модель динамики судна при маневрировании скоростью. Упрощенная модель динамики судна строится на основе следующих предположений:

- 1) при выполнении маневра скоростью управление курсом не производится;
- 2) на судно действует только пара сил: движущая сила от упора винта и сила сопротивления движению судна;
- 3) сила сопротивления движению судна пропорциональна квадрату его скорости;
- 4) при установившемся (равномерном) движении судна движущая сила равна силе сопротивления.

а)



б)

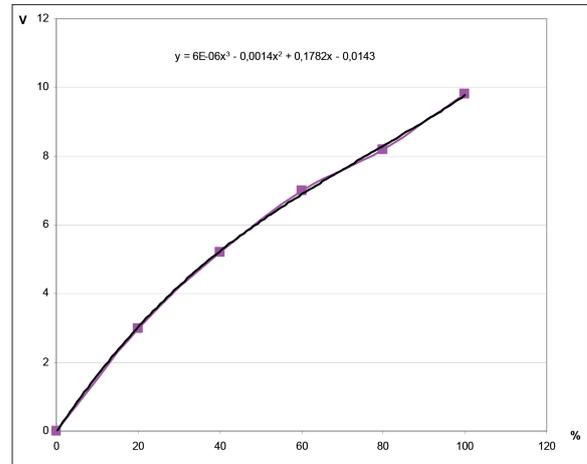


Рис. 4. Примеры аппроксимации зависимости:  
а — от оборотов винта, об/мин; б — от режима работы, %

В каждый момент времени судно движется с ускорением

$$a_t = a_t^+ - a_t^-, \quad (4)$$

где  $a_t^+$  — ускорение от упора винта;

$a_t^-$  — ускорение торможения.

Согласно предположению пп. 3, ускорение торможения можно записать в виде

$$a_t^- = \alpha V_t^2.$$

Используя предположения пп. 3 и 4, определим ускорение от упора винта через скорость установившегося движения для текущего значения оборотов винта —  $V_c$ :

$$a_t^+ = \alpha V_c^2.$$

Таким образом, модель ускорения запишем в виде

$$a_t = \alpha V_c^2 - \alpha V_t^2. \quad (5)$$

В случае, если  $V_c = V_t$ :  $a_t = 0$ :

$V_c > V_t$  — скорость судна увеличивается;

$V_c < V_t$  — скорость судна уменьшается.

Рассмотрим два маневра изменения скорости: от значения  $V_0$  до значения  $V_c$  и от значения  $V_0$  до значения ноль (торможение).

1. Маневр скоростью — изменение скорости судна от значения  $V_0$  до значения  $V_c$ :

– ускорение:

$$a_t = \alpha V_c^2 - \alpha V_t^2; \quad (6)$$

– скорость движения судна определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dV}{dt} = \pm V_c^2 - \pm V^2(t), \quad (7)$$

решение которого выглядит следующим образом:

$$V_t = V_c \frac{\left( \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} e^{2\alpha V_c t} + 1 \right)}{\left( \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} e^{2\alpha V_c t} - 1 \right)}; \quad (8)$$

– расстояние, пройденное судном за время  $t$  определяется интегрированием выражения (8):

$$S_t = \int V_t dt = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left| \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} e^{2\alpha V_c t} - 1 \right| - \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left| \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} - 1 \right| - V_c t; \quad (9)$$

– время, в течение которого судно пройдет заданное расстояние  $S_t$  определяется по формуле

$$t = \frac{1}{\alpha V_c} \cdot \ln \left| \frac{\left( \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} - 1 \right) e^{\alpha S_t} + \sqrt{\left( \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} - 1 \right)^2 e^{2\alpha S_t} + 4 \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c}}}{2 \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c}} \right|. \quad (10)$$

Модель (6)–(10) описывает поведение судна при большой разнице между текущей и заданной скоростями. При малом значении разности скоростей эти уравнения неприменимы, поэтому предлагается следующая модель:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \alpha V_c^2 - \alpha V^2(t) t, \text{ если } |V(t) - V_c| \geq |DV|; \\ \frac{dV}{dt} &= \alpha V_c^2 - \alpha (V^*)^2, \text{ если } |V(t) - V_c| < |DV|, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $V^* = V_c + DV$ ;

$DV$  — минимальная разность скоростей,  $\text{sign}(DV) = \text{sign}(V_0 - V_c)$ .

Однако для переключения с одной модели на другую удобнее использовать время достижения скорости  $V^*$ , которое находится из следующего выражения:

$$t^* = \frac{1}{2\alpha V_c} \left( \ln \left| \frac{V_0 - V_c}{V_0 + V_c} \right| + \ln \left| \frac{2V_c + DV}{DV} \right| \right). \quad (12)$$

Тогда модель (7) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \alpha V_c^2 - \alpha V^2(t), \text{ если } t \leq t^*; \\ \frac{dV}{dt} &= \alpha V_c^2 - \alpha (V^*)^2, \text{ если } t > t^*, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $V^* = V_c + DV$ .

Скорость судна определяется уравнением

$$V_t = \begin{cases} \text{equation (8)}, & t \leq t^*; \\ V^* + a^*(t - t^*), & t > t^*, \end{cases} \quad (14)$$

где  $a^* = \alpha(V_c^2 - (V_c + DV)^2)$ .

Пройденное расстояние определяется уравнением:

$$S_t = \begin{cases} \text{equation (9)}, & t \leq t^*; \\ S(t^*) + V^*(t - t^*) + \frac{1}{2} a^*(t - t^*)^2, & t > t^*. \end{cases} \quad (15)$$

2. Маневр скоростью — изменение скорости судна от значения  $V_0$  до значения ноль (торможение).

При маневре торможения (команда STOP) модель упрощается и принимает следующий вид:

– ускорение:  $a_t = -\alpha V_t^2$ ;

– скорость:  $V_t = \frac{V_0}{\alpha V_0 t + 1}$ ;

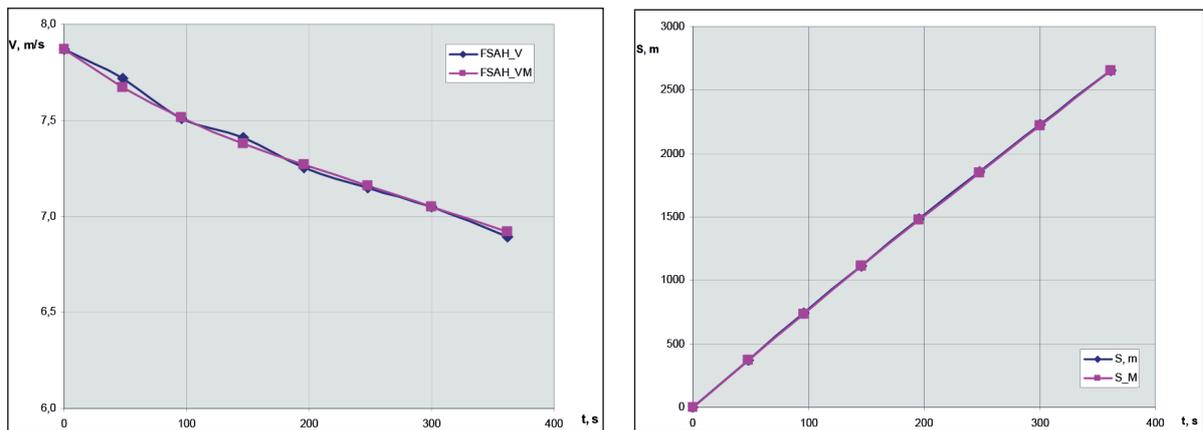
– время достижения скорости  $V_1$ :  $t = \frac{V_0 - V_1}{\alpha V_0 V_1}$ ;

– расстояние, пройденное за время  $t$ :  $S_t = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln|\alpha V_0 t + 1|$ .

*Идентификация параметров математической модели динамики судна при маневре скоростью.* В модели маневра скоростью используется два параметра:  $DV$  — минимальная разность скоростей;  $\alpha$  — параметр торможения, который зависит от характеристик судна и подлежит идентификации.

Для идентификации указанных параметров используются данные, приведенные в разд. 4 МБ. По этим данным строятся образцовые зависимости скорости и расстояния от времени при маневрах изменения скорости. С использованием модели динамики судна при маневре изменения курса строятся модельные зависимости скорости и расстояния от времени. Затем параметры подбираются таким образом, чтобы минимизировать разности образцовых и модельных зависимостей. Примеры согласования образцовой и модельной зависимостей показаны, соответственно, на рис. 5.

а)



б)

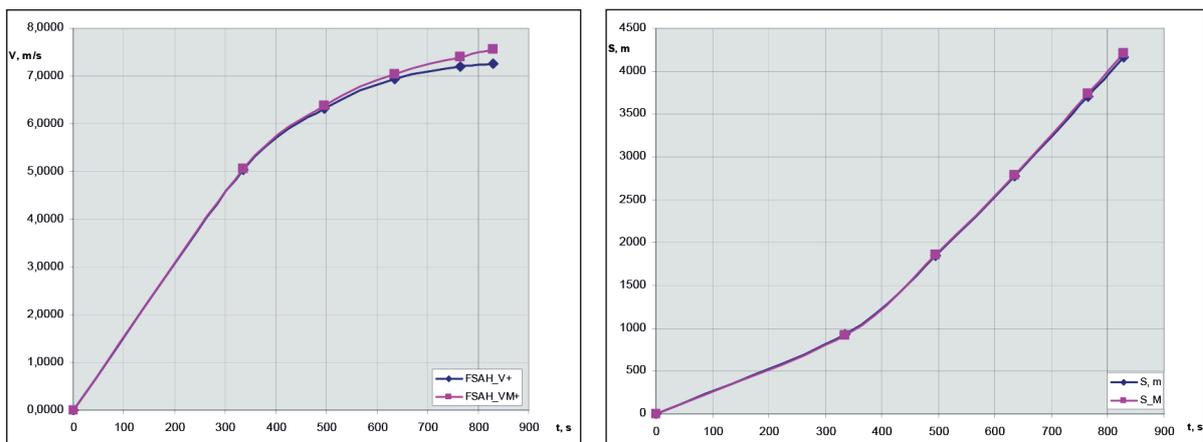


Рис. 5. Примеры согласования зависимостей:

а — для маневра FSAH – FAH; б — для маневра разгон от 0 до FSAH

### Результаты (Results)

При моделировании движения судна по заданному маршруту возможны три варианта. Рассмотрим параметры движения для каждого из этих вариантов.

1-й вариант — движение постоянным курсом и скоростью  $K_0, V_0$ :

– ускорение:  $a_t = 0$ ;

– скорость:  $V_t = V_0$ ;

– курс:  $K_t = K_0$ ;

– расстояние, пройденное за время  $t$ :  $S_t = V_0 t$ .

2-й вариант — маневр изменения скорости от  $V_0$  до  $V_c$  при движении постоянным курсом  $K_0$ .

Маневр разбивается на два этапа:

– этап В0 — изменение скорости от  $V_0$  до  $V^*$ , близкой к целевой скорости  $V_c$

– этап В1 — изменение скорости от  $V^*$  до  $V_c$ .

Параметры движения следующие:

– скорость  $V^* = V_c + DV$ , где параметр  $DV$  — параметр модели;

– время достижения скорости  $V^*$ :  $t^* = \frac{1}{2\alpha V_c} \left( \ln \left| \frac{V_0 - V_c}{V_0 + V_c} \right| + \ln \left| \frac{2V_c + DV}{DV} \right| \right)$ ;

– ускорение на этапе В1:  $a^* = \alpha(V_c^2 - (V_c + DV)^2)$ .

– время завершения маневра (достижения скорости  $V_c$ ):  $t_c = t^* + \frac{DV}{a^*}$ ;

– ускорение:  $a_t = \begin{cases} \alpha V_c^2 - \alpha V_t^2, & t \leq t^* \\ a^*, & t^* < t < t_c \end{cases}$ ;

– скорость:  $V_t = \begin{cases} V_c \frac{\left( \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} e^{2\alpha V_c t} + 1 \right)}{\left( \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} e^{2\alpha V_c t} - 1 \right)}, & t \leq t^* \\ V^* + a^*(t - t^*), & t^* < t < t_c \end{cases}$ ;

– курс:  $K_t = K_0$ ;

– расстояние, пройденное за время  $t$ :

$$S_t = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left| \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} e^{2\alpha V_c t} - 1 \right| - \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left| \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} - 1 \right| - V_c t, & t \leq t^*; \\ S(t^*) + V^*(t - t^*) + \frac{1}{2} a^*(t - t^*)^2, & t^* < t < t_c; \end{cases}$$

– расстояние, пройденное на этапе В0:

$$S(t^*) = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left| \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} e^{2\alpha V_c t^*} - 1 \right| - \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left| \frac{V_0 + V_c}{V_0 - V_c} - 1 \right| - V_c t^*;$$

– общее расстояние, пройденное до завершения маневра:

$$S_c = S(t^*) + V^*(t_c - t^*) + \frac{1}{2} a^*(t_c - t^*)^2.$$

3-й вариант — маневр изменения курса с  $K_0$  до  $K_c$  при движении с постоянной скоростью  $V_0$ .

Маневр разбивается на два этапа:

– этап А — изменение курса от  $K_0$  до  $K_c$  в результате которого скорость падает до значения  $V_c$ ;

– этап В — движение на новом курсе  $K_c$  и изменение скорости от  $V_c$  до  $V_0$ .

На этапе А судно движется по криволинейной траектории в соответствии с изложенной ранее моделью динамики судна при маневре курсом. Однако для определения конкретных параметров движения необходимо задать угол перекладки руля. При моделировании значение угла перекладки руля задается в зависимости от разности начального и конечного курсов  $\Delta K$ :

$$\delta = \begin{cases} 5^\circ & \text{при } \Delta K \leq 30^\circ; \\ 15^\circ & \text{при } 30^\circ < \Delta K \leq 90^\circ; \\ 30^\circ & \text{при } \Delta K > 90^\circ. \end{cases}$$

В соответствии с этими значениями пересчитываются параметры модели динамики судна. При этом считаем, что угол дрейфа на участке A0 возрастает от 0 до значения  $\beta$ , а в конце маневра убывает до нуля. Изменение угла дрейфа считаем линейным.

Параметры движения судна на этапе A будут следующие:

в случае, если  $\Delta K \leq 90^\circ$ :

- время движения на участке A0:  $T_0 = S_0 / V_0$ ;
- ускорение  $a_t = a_1$ ;
- угловая скорость  $w_t = w_1$ ;
- скорость  $V_t = V_0 + a_1(t - T_0)$ ;
- угол поворота по траектории движения с радиусом  $R_1$ :  $\varphi_t = w_1(t - T_0)$ ;

$$\text{– угол дрейфа: } \beta_t = \begin{cases} \varphi_t & \text{при } \varphi_t < \beta; \\ \beta & \text{при } \beta \leq \varphi_t \leq (K_c - \beta); \\ K_c - \varphi_t & \text{при } (K_c - \beta) < \varphi_t \leq K_c; \end{cases}$$

– курс  $K_t = \varphi_t + \beta_t$ ;

в случае, если  $90^\circ < \Delta K \leq 180^\circ$ :

- время движения на участке A0 + A1:  $T_1 = T_0 + 90 / w_1$ ;
- ускорение  $a_t = a_2$ ;
- угловая скорость  $w_t = w_2$ ;
- скорость  $V_t = V_1 + a_2(t - T_1)$ ;
- угол поворота по траектории движения с радиусом  $R_2$ :  $\varphi_t = w_2(t - T_1)$ ;

$$\text{– угол дрейфа: } \beta_t = \begin{cases} \beta & \text{при } \beta \leq \varphi_t \leq (K_c - \beta); \\ K_c - \varphi_t & \text{при } (K_c - \beta) < \varphi_t \leq K_c; \end{cases}$$

– курс  $K_t = \varphi_t + \beta_t$ ;

в случае, если  $180^\circ < \Delta K \leq 360^\circ$ :

- время движения на участке A0 + A1 + A2:  $T_2 = T_1 + 90 / w_2$ ;
- ускорение  $a_t = a_3$ ;
- угловая скорость  $w_t = w_3$ ;
- скорость  $V_t = V_2 + a_3(t - T_2)$ ;
- угол поворота по траектории движения с радиусом  $R_3$ :  $\varphi_t = w_3(t - T_2)$ ;

$$\text{– угол дрейфа } \beta_t = \begin{cases} \beta & \text{при } \beta \leq \varphi_t \leq (K_c - \beta); \\ K_c - \varphi_t & \text{при } (K_c - \beta) < \varphi_t \leq K_c; \end{cases}$$

– курс  $K_t = \varphi_t + \beta_t$ .

Параметры движения судна на этапе B будут следующие:

- курс  $K_t = K_c$ ;
- угловая скорость  $w_t = 0$ ;
- начальная скорость на этапе B равна конечной скорости на этапе A:  $V_1$ ;
- конечная скорость этапа B равна скорости начала маневра изменения курса:  $V_c = V_0$ ;
- текущее ускорение и скорость, а также время завершения маневра и пройденное расстояние определяются по модели маневра изменения скорости от скорости  $V_1$  до  $V_0$  в соответствии с упрощенной математической моделью динамики судна при маневрировании скоростью.

### Обсуждение (Discussion)

Модель динамики судна, предложенная в данной работе, по точности не уступает модели, рассматриваемой в работе авторов [9] при условии корректной идентификации ее параметров.

Модель [9] является интегрирующей, то есть для получения значений параметров движения судна в заданный момент времени необходимо выполнить расчет параметров в промежуточных положениях судна с определенным шагом. Для этого требуются достаточно большие вычислительные мощности, особенно в случае, когда необходимо просчитывать параметры движения многих судов или параметры различных вариантов траектории собственного судна при выборе маневра в системе безопасного расхождения судов. Кроме того, точность полученных результатов зависит от выбранного шага интегрирования.

Преимущество предложенной модели состоит в том, что она позволяет аналитически рассчитать параметры движения судна для любого заданного момента времени, что позволяет быстрее находить решения, особенно в случае обработки большого количества траекторий.

### Выводы (Summary)

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. В работе предложена простая модель динамики судна при маневрировании курсом и скоростью. С помощью этой модели можно оперативно получать параметры движения судна в любой заданный момент времени после начала маневра или рассчитывать время прихода в заданную точку траектории маневра. Параметры модели для конкретного судна могут быть легко получены из стандартного «Маневренного буклета» этого судна в соответствии с предложенной авторами методикой.

2. Представленная модель динамики судна может быть использована в системах предупреждения столкновений судов и любых других системах управления, в которых необходимо прогнозировать движение судна при маневрировании.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смоленцев С. В. Концепция автоматизированной интеллектуальной системы расхождения судов / С. В. Смоленцев, Б. В. Афанасьев, А. Е. Филяков, Д. В. Куниц // Эксплуатация морского транспорта. — 2012. — № 4 (70). — С. 11–14.
2. Позняков С. И. Сравнение математических моделей с точки зрения коэффициентов влияния / С. И. Позняков, Ю. И. Юдин // Вестник Мурманского государственного технического университета. — 2006. — Т. 9. — № 2. — С. 241–245.
3. Юдин Ю. И. Маневренные характеристики судна как функции параметров его математической модели / Ю. И. Юдин, С. И. Позняков // Вестник Мурманского государственного технического университета. — 2006. — Т. 9. — № 2. — С. 234–239.
4. Дегтярёв А. Б. Информационная поддержка моделирования динамики судна в бортовой интеллектуальной системе / А.Б. Дегтярёв, М.С. Мью // Морские интеллектуальные технологии. — 2012. — № 4 (18). — С. 34–38.
5. Цветов М. А. Анализ моделей движения и методов определения координат корабля / М. А. Цветов, А.Н. Васильев // Вестник Ульяновского государственного технического университета. — 2003. — № 1–2 (21–22). — С. 59–63.
6. *Sutulo S.* Mathematical models for simulation of manoeuvring performance of ships / S. Sutulo, C. Guedes Soares // Marine Technology and Engineering. — London: Taylor & Francis Group, 2011. — Pp. 661–698.
7. *Abdel-latif S.* Simulation of ship maneuvering behavior based on the modular mathematical model / S. Abdel-latif, M. Abdel-Geliel, E. E. Zakzouk // Control & Automation (MED), 2013 21st Mediterranean Conference on. — IEEE, 2013. — Pp. 94–99. DOI: 10.1109/MED.2013.6608704.
8. *Wang X.G.* System identification modelling of ship manoeuvring motion based on support vector regression / X.G. Wang, Z.J. Zou, X.R. Hou, F. Xu // Journal of Hydrodynamics. — 2015. — Vol. 27. — Is. 4. — Pp. 502–512. DOI: 10.1016/S1001-6058(15)60510-8.
9. Смоленцев С. В. Моделирование движения судна на основе упрощенной кинематической модели / С. В. Смоленцев, Д. В. Исаков // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2018. — Т. 10. — № 6. — С. 1111–1121. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-6-1111-1121.

10. Представление на судах информации об их маневренных характеристиках. Резолюция ИМО А.601(15). — СПб: ЦНИИМФ, 2001.
11. RESOLUTION MSC.137(76). Standards for ship manoeuvrability [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.imo.org/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/Maritime-Safety-Committee-\(MSC\)/Documents/MSC.137\(76\).pdf](http://www.imo.org/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/Maritime-Safety-Committee-(MSC)/Documents/MSC.137(76).pdf) (дата обращения: 25.11.2018).
12. MSC/Circ.1053. Explanatory notes to the standards for ship manoeuvrability. — London: International Maritime Organization, 2002. — 41 p.
13. Смоленцев С. В. Принципы создания упрощенной модели динамики судна по данным маневренного буклета / С.В. Смоленцев, Д.В. Исаков // Сборник тезисов докладов национальной ежегодной научно-практической конференции профессорско-преподавательского состава ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова. — СПб: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2017. — С. 67–70.

## REFERENCES

1. Smolentsev, S. V., B. V. Afanasiev, A.E. Filyakov, and D.V. Kunits. “Concept of automated intelligent system for ships collision avoidance.” *Ekspluatatsiya morskogo transporta* 4(70) (2012): 11–14.
2. Poznjakov, S. I., and J. I. Judin. “Sravnenije matematicheskikh modeley s točki zrenija koeffizientov vlijanija.” *Vestnik MGTU* 9.2 (2006): 241–245.
3. Judin, J. I., and S. I. Poznjakov. “Manevrennie charakteristiki sudna kak funkzii parametrov ego matematicheskoy modeli.” *Vestnik MGTU* 9.2 (2006): 234–239.
4. Degtyarev, A. B., and M. S. M’o. “Informatsionnaya podderzhka modelirovaniya dinamiki sudna v borto-voi intellektual’noi sisteme.” *Morskie intellektual’nye tekhnologii* 4(18) (2012): 34–38.
5. Tzvetov, M. A., and A. N. Vasiliev. “An Analysis of Moving Models and Ship Coordinate Determination Methods.” *Vestnik UIGTU* 1-2(21-22) (2003): 59–63.
6. Sutulo, Serge, and C. Guedes Soares. “Mathematical models for simulation of manoeuvring performance of ships.” *Marine Technology and Engineering*. London: Taylor & Francis Group, 2011: 661–698.
7. Abdel-latif, S., M. Abdel-Geliel, and E. Eldin Zakzouk. “Simulation of ship maneuvering behavior based on the modular mathematical model.” *Control & Automation (MED), 2013 21st Mediterranean Conference on. IEEE*, 2013. 94–99. DOI: 10.1109/MED.2013.6608704
8. Wang, Xue-Gang, Zao-Jian Zou, Xian-Rui Hou, and Feng Xu. “System identification modelling of ship manoeuvring motion based on  $\epsilon$ -support vector regression.” *Journal of Hydrodynamics* 27.4 (2015): 502–512. DOI: 10.1016/S1001-6058(15)60510-8.
9. Smolentsev, Sergey V., and Dmitry V. Isakov. “Simulation of ship movement based on a simplified kinematic model.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 10.6 (2018): Необходимо заменить на: 1111–1121. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-6-1111-1121.
10. *Provision and display of manoeuvring information on board ships. IMO Resolution A.601(15)*. СПб: ZNIIMF, 2001.
11. *Resolution MSC.137(76). Standards for ship manoeuvrability*. Web. 25 Nov. 2018 <[http://www.imo.org/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/Maritime-Safety-Committee-\(MSC\)/Documents/MSC.137\(76\).pdf](http://www.imo.org/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/Maritime-Safety-Committee-(MSC)/Documents/MSC.137(76).pdf)>.
12. *MSC/Circ.1053. Explanatory notes to the standards for ship manoeuvrability*. London: International Maritime Organization, 2002.
13. Smolentsev, S. V., and D. V. Isakov. “Printsipy sozdaniya uproshchennoi modeli dinamiki sudna po dan-nyim manevrennogo bukleta.” *Sbornik tezisov dokladov natsional’noi ezhegodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii professorsko-prepodavatel’skogo sostava GUMRF imeni admirala S.O. Makarova*. SPb: Izd-vo GUMRF im. adm. S.O. Makarova, 2017. 67–70.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Смоленцев Сергей Викторович** — доктор технических наук, профессор  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»  
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,  
ул. Двинская, 5/7  
e-mail: [sswasily@mail.ru](mailto:sswasily@mail.ru), [SmolencevSV@gumrf.ru](mailto:SmolencevSV@gumrf.ru)

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Smolentsev, Sergey V.** — Dr. of Technical Sciences, professor  
Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping  
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg 198035, Russian Federation  
e-mail: [sswasily@mail.ru](mailto:sswasily@mail.ru), [SmolencevSV@gumrf.ru](mailto:SmolencevSV@gumrf.ru)

**Исаков Дмитрий Владимирович** — доцент  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала  
С. О. Макарова»  
198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,  
ул. Двинская, 5/7  
e-mail: [kaf\\_avt@gumrf.ru](mailto:kaf_avt@gumrf.ru)

**Isakov Dmitry V.** — Associate professor  
Admiral Makarov State University of Maritime and  
Inland Shipping  
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg 198035, Russian  
Federation  
e-mail: [kaf\\_avt@gumrf.ru](mailto:kaf_avt@gumrf.ru)

*Статья поступила в редакцию 4 февраля 2019 г.  
Received: February 4, 2019.*