DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-35-45

MATHEMATICAL MODEL OF THE NAVIGATIONAL CELESTIAL BODIES MOTION ON THE CELESTIAL SPHERE

S. V. Kozik, A. A. Denisova, G. O. Alcybeev

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

Currently, in the Russian part of the shipping industry, when solving the tasks of nautical astronomy, a printed edition of the Nautical Astronomical Almanac (NAY, in Russian), every year produced by the Institute of Applied Astronomy of the Russian Academy of Sciences, is used. In the context of the digital technologies development, there is a need to create its digital analogue, capable to automatically calculate the spherical coordinates of the bodies and other navigation parameters at any given time. In the process of performing this work, a number of mathematical theories and algorithms that are necessary to implement the digital analogue of the Marine Astronomical Yearbook are analyzed. In the paper, a method for calculating the equatorial coordinates of the navigational celestial bodies (Sun, Moon, navigational stars and Venus, Mars, Jupiter and Saturn planets) for any given time is described. For the algorithm for calculating the equatorial coordinates of the navigational stars, the principles of taking into account the precession and nutation of the Earth axis, as well as aberrations, are described. Optimal numerical theories of motion (planetary theories) are selected to calculate the ecliptic coordinates of the planets, and their use is described directly for calculating the equatorial coordinates. The expansion of planetary theory DE200 proposed by J. Chapront and the theory of Variations Séculaires des Orbites Planétaires 87 proposed by P. Bretagnon are considered. A generalized set of algorithms based on the theories of the moon motion, which is necessary to calculate the equatorial coordinates of this celestial body, is considered. As a result of the analysis, the structure of the mathematical model is formed. It will form the basis of the developed «Astronomical Almanac» software, which will be an improved version of the Marine Astronomical Yearbook.

Keywords: celestial navigation, ephemerides, equatorial coordinates of planets, equatorial coordinates of the Moon, equatorial coordinates of the Sun, equatorial coordinates of stars, planetary theory.

For citation:
Kozik, Sergey V., Anastasia A. Denisova, and Gleb O. Alcybeev. "Mathematical model of the navigational celestial bodies motion on the celestial sphere." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.1 (2020): 35–45. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-35-45.

УДК 527.62:521.98

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ СВЕТИЛ НА НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

С. В. Козик, А. А. Денисова, Г. О. Алцыбеев

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Отмечается, что в настоящее время в российском сегменте судоходной отрасли при решении навигационных задач применяется печатное издание «Морской астрономический ежегодник» (МАЕ), ежегодно издаваемое Институтом прикладной астрономии Российской академии наук. В условиях развития цифровых технологий возникает необходимость создания его цифрового аналога, способного на любой заданный момент времени автоматически рассчитывать сферические координаты светил и другие навигационные параметры. В процессе выполнения настоящей работы был проанализирован ряд математических теории и алгоритмов, необходимых для реализации цифрового аналога «Морского астрономического ежегодника». В статье описан способ вычисления экваториальных координат навигационных светил (Солнце, Луна, навигационные звезды и планеты Венера, Марс, Юпитер и Сатурн) на любой момент времени. Для алгоритма расчета экваториальных координат светил описаны принципы учета прецессии и нутации земной оси, а также аберрации. Для расчета эклиптических координат *планет выбраны оптимальные численные теории движения планет (планетарные теории), а также описано их применение непосредственно для расчета экваториальных координат. Рассмотрено расширение планетарной теории DE200, предложенное Ж. Шапроном, и теория Variations Séculaires des Orbites Planétaires 87, предложенная П. Бретаньоном. Рассмотрен обобщенный комплекс алгоритмов, основанный на теориях движения Луны, необходимый для расчета экваториальных координат этого светила. В результате анализа сформирована математическая модель, которая войдет в основу разрабатываемого программного обеспечения «Astronotical Altanac». Данное программное обеспечение будет служить альтернативной версией «Морского астрономического ежегодника» или его зарубежных аналогов.*

Ключевые слова: мореходная астрономия, эфемериды, экваториальные координаты планет, экваториальные координаты Луны, экваториальные координаты Солнца, экваториальные координаты звезд, планетарные теории, эфемеридные теории.

Для цитирования:
Козик С. В. Математическая модель движения навигационных светил на небесной сфере / С. В. Козик, А. А. Денисова, Г. О. Алцыбеев // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 1. — С. 35–45. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-35-45.

Введение (Introduction)

Мореходная астрономия (морская астронавигация) включает комплекс практических методов, необходимых для определения координат места судна в море по измеряемым высотам небесных светил. Несмотря на активное развитие спутниковой навигации, мореходная астрономия, по решению Международной морской организации, включена в «Международную конвенцию о подготовке и дипломировании моряков и несении вахты 1978 года» (далее — Международная конвенция) [1] как необходимая компетенция для всех судоводителей [2]. Это решение связано с тем, что средства мореходной астрономии можно использовать в качестве резервного способа определения координат судна, особенно в аварийных и форс-мажорных ситуациях [3]. Также астрономический способ определения места имеет ряд преимуществ: повсеместная доступность, полная автономность и достаточная точность для открытого моря [4]. Однако использование светил в качестве навигационных ориентиров возможно только при наличии на борту судна каталога с координатами небесных светил (например, «Морской астрономический ежегодник», выпускаемый Институтом прикладной астрономии Российской академии наук, The Nautical Almanac, выпускаемый совместно Военно-морской обсерваторией США и Гидрографической службой Великобритании, Ephemerides Nautiques, выпускаемый французским Бюро долгот и др.).

Положение Международной конвенции [1, п. 20 разд. B-II/1] гласит: «Подготовка по мореходной астрономии может включать использование электронного астрономического ежегодника и программного обеспечения машинных расчетов мореходной астрономии». Тем не менее программное обеспечение, которое способно, в должной мере, заменить «Морской астрономический ежегодник» отсутствует, а имеющиеся аналоги неудобны для решения задач мореходной астрономии, так как требуют дополнительных ручных расчетов. Исходя из этого было принято решение разработать программное обеспечение «Astronomical Almanac», которое сможет, в определенной степени, заменить «Морской астрономический ежегодник», обеспечивая вычисление экваториальных координат светил с точностью не хуже чем 0,1′ на любой момент времени и некоторых других величин, используемых при решении задач мореходной астрономии.

Формирование целостной математической модели, описывающей движение навигационных светил на небесной сфере, является главной целью при разработке программного обеспечения «Astronomical Almanac». Для достижения поставленной цели необходимо выполнить задачи систематизации и адаптации имеющихся научных математических теорий, на основе которых осуществляется расчет экваториальных координат навигационных светил (Солнце, Луна, навигационные звезды и планеты Венера, Марс, Юпитер и Сатурн) на заданный момент времени.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Для определения координат места судна в море в мореходной астрономии используются небесные светила, видимые невооруженным глазом: Солнце, Луна, наиболее яркие (навигационные) звезды, планеты Венера, Марс, Юпитер и Сатурн. Положение светила на небесной сфере определяется его экваториальными координатами, к которым относятся прямое восхождение α (длина дуги небесного экватора от точки весеннего равноденствия до круга склонения светила) и склонение δ (угловое расстояние на небесной сфере от плоскости небесного экватора до светила).

Исходными данными для расчета экваториальных координат являются Всемирное (гринвичское) время UT1 и дата. Так как при расчетах координат светил в теории используется равномерное эфемеридное время ET (точное земное динамическое TDT, но для точностей координат светил в представленной работе эти понятия будем считать тождественными), то Всемирное время преобразуется в эфемеридное с помощью эфемеридной поправки. В представленной работе при расчетах были учтены поправки с 1620 г. по настоящее время. При осуществлении вычислений на будущее поправка может быть экстраполирована по имеющимся значениям. Для расчета поправки на периоды до 1620 г. используется аппроксимация Далмау.

Экваториальные координаты светил непостоянны, они изменяются из-за собственного движения светила по небесной сфере, прецессии и нутации земной оси, а также аберрации. Таким образом, расчет экваториальных координат светил в общем виде можно представить в виде следующих формул:

$$\begin{cases} \alpha = \tilde{\alpha}_m + \Delta\alpha_{AB}; \\ \delta = \tilde{\delta}_m + \Delta\delta_{AB}, \end{cases} \tag{1}$$

где $\tilde{\alpha}_m$, $\tilde{\delta}_m$ — средние места светил на текущую эпоху с учетом прецессии и нутации; $\Delta\alpha_{AB}$, $\Delta\delta_{AB}$ — поправки для учета аберрации [5]; α_m, δ_m — средние места светил на текущую эпоху без учета прецессии и нутации, расчет которых для различных типов светил осуществляется разными способами.

Для учета прецессии и нутации, т. е. для перехода от среднего равноденствия начальной эпохи к истинному равноденствию даты, используются следующие матрицы вращения в прямоугольной системе координат: P — матрица прецессии; N — матрица нутации. Поэтому для дальнейшего расчета необходимо сферические координаты α_m, δ_m преобразовать в прямоугольные координаты x_m, y_m, z_m. Переход от сферических координат к прямоугольным координатам осуществляется по формулам:

$$\begin{cases} x_m = \rho\cos\delta_m\cos\alpha_m; \\ y_m = \rho\cos\delta_m\sin\alpha_m; \\ z_m = \rho\sin\delta_m. \end{cases} \tag{2}$$

где ρ — расстояние от Земли до светила.

Формула для расчета матрицы прецессии имеет вид

$$P = r(-z_A)q(\theta_A)r(-\zeta_A), \tag{3}$$

где r и q — матрицы-операторы вращения относительно осей координат, которые для произвольного угла a заданы выражениями:

$$r(a) = \begin{bmatrix} \cos a & \sin a & 0 \\ -\sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad q(a) = \begin{bmatrix} \cos a & 0 & -\sin a \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin a & 0 & \cos a \end{bmatrix}, \tag{4}$$

В формуле (3) z_A, θ_A, ζ_A — прецессионные параметры, определяющие положение среднего равноденствия и экватора даты относительно среднего равноденствия и экватора начальной эпохи.

Для перехода от среднего равноденствия и экватора стандартной эпохи J2000.0 к среднему равноденствию и экватору даты используются следующие выражения для прецессионных параметров [6]:

$$z_A = 2306{,}2181'' T + 1{,}09468'' T^2 + 0{,}018203'' T^3;$$

$$\theta_A = 2004{,}3109'' T - 0{,}42665'' T^2 - 0{,}041833'' T^3;$$

$$\zeta_A = 2306{,}2181'' T + 0{,}30188'' T^2 + 0{,}017998'' T^3,$$

где T — промежуток времени от стандартной эпохи J2000.0 в юлианских столетиях по 36525 сут.

Расчет матрицы нутации имеет вид

$$N = p(-\varepsilon - \Delta\varepsilon - d\varepsilon) r(-\Delta\psi - d\psi) p(\varepsilon), \tag{5}$$

где p и r — матрицы-операторы вращения относительно осей координат, матрица r для произвольного угла a указана в выражении (4), матрица p для произвольного угла a имеет следующий вид:

$$p(a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & \sin a \\ 0 & -\sin a & \cos a \end{bmatrix},$$

$\Delta\psi$ — долгопериодическая часть нутации по долготе; $d\psi$ — короткопериодическая часть нутации по долготе; $\Delta\varepsilon$ — долгопериодическая часть нутации наклона; $d\varepsilon$ — короткопериодическая часть нутации наклона; ε — истинный наклон эклиптики к экватору, который задан следующим разложением:

$$\varepsilon = 23^{\circ} 26' 21{,}448'' - 46{,}8150'' T - 0{,}00059'' T^2 + 0{,}001813'' T^3. \tag{6}$$

Необходимо отметить, что $\Delta\psi$, $d\psi$, $\Delta\varepsilon$ и $d\varepsilon$ рассчитываются с помощью Таблиц долгопериодической и короткопериодической нутации. В настоящее время нутация разложена в ряд со 106 членами, из них 30 — для долгопериодической нутации, остальные — для короткопериодической. В этих таблицах представлены коэффициенты нутации и скорости их изменения за юлианское столетие в угловых секундах умноженные на 10^4. Помимо табличных значений, для расчета необходимы значения фундаментальных аргументов: l — средняя аномалия Луны; $l^{\odot}$ — средняя аномалия Солнца; F — средний аргумент широты Луны; D — средняя элонгация (разность средних долгот) Луны и Солнца. Разложение указанных фундаментальных аргументов имеет следующий вид [7]:

$$l = 485866{,}733'' + 1717915922{,}633'' T + 31{,}310'' T^2 + 0{,}064'' T^3;$$

$$l^{\odot} = 1287099{,}804'' + 129596581{,}224'' T - 0{,}577'' T^2 - 0{,}012'' T^3;$$

$$F = 335778{,}877'' + 1739527263{,}137'' T - 13{,}257'' T^2 + 0{,}011'' T^3;$$

$$D = 1072261{,}307'' + 1602961601{,}328'' T - 6{,}891'' T^2 + 0{,}019'' T^3;$$

$$\Omega = 450160{,}280'' - 6962890{,}539'' T + 7{,}455'' T^2 + 0{,}008'' T^3.$$

В качестве примера приведены первые пять строк из таблицы долгопериодической нутации. Полные версии таблиц указаны, например, в «Астрономическом ежегоднике СССР на 1986 год» [7]. Рассмотрим таблицу долгопериодической нутации (табл. 1).

Таблица 1

Долгопериодическая нутация

Коэффициенты при синусах для расчета $\Delta\psi$ или косинусах для расчета $\Delta\varepsilon$					Период в сут.	Коэффициенты при сумме синусов		Коэффициенты при сумме косинусов	
k_l	$k_{l^{\odot}}$	k_F	k_D	k_{Ω}		$U_{\Delta\psi}$	$V_{\Delta\psi}$	$U_{\Delta\varepsilon}$	$U_{\Delta\varepsilon}$
0	0	0	0	1	6798,4	–171996″	–174,2″	92025″	8,9″
0	0	0	0	2	3399,2	2062″	0,2″	–895″	0,5″
–2	0	2	0	1	1305,5	46″	0″	–24″	0″
2	0	–2	0	0	1095,2	11″	0″	0″	0″
–2	0	2	0	2	1615,7	–3″	0″	1″	0″

Для расчета $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$ на момент времени T необходимо выполнить суммирование значений, полученных из табл. 1, по формулам:

$$\Delta\psi = \sum_{n=1}^{30}\left(U_{\Delta\psi}^{n} + V_{\Delta\psi}^{n}T\right)\left(k_l^n \sin l + k_{l^{\odot}}^n \sin l^{\odot} + k_F^n \sin F + k_D^n \sin D + k_{\Omega}^n \sin\Omega\right); \quad (7)$$

$$\Delta\varepsilon = \sum_{n=1}^{30}\left(U_{\Delta\varepsilon}^{n} + V_{\Delta\varepsilon}^{n}T\right)\cdot\left(k_l^n \cos l + k_{l^{\odot}}^n \cos l^{\odot} + k_F^n \cos F + k_D^n \cos D + k_{\Omega}^n \cos\Omega\right). \quad (8)$$

Необходимо отметить, что n, как в формулах (7) и (8), так и в последующих формулах (9) и (10) является *индексом суммирования*. Аналогично вычисляются $d\psi$ и $d\varepsilon$:

$$d\psi = \sum_{n=31}^{106}\left(U_{d\psi}^{n} + V_{d\psi}^{n}T\right)\left(k_l^n \sin l + k_{l^{\odot}}^n \sin l^{\odot} + k_F^n \sin F + k_D^n \sin D + k_{\Omega}^n \sin\Omega\right); \quad (9)$$

$$d\varepsilon = \sum_{n=31}^{106}\left(U_{d\varepsilon}^{n} + V_{d\varepsilon}^{n}T\right)\left(k_l^n \cos l + k_{l^{\odot}}^n \cos l^{\odot} + k_F^n \cos F + k_D^n \cos D + k_{\Omega}^n \cos\Omega\right). \quad (10)$$

Результаты формул (7)–(10) необходимо разделить на 10^4, при этом полученные значения будут в угловых секундах [7]. После расчета матрицы P из (3) и N из (5) осуществляется преобразование прямоугольных координат средних мест светил x_m, y_m, z_m для учета влияния прецессии и нутации, выполняемое по формуле

$$\begin{bmatrix}\tilde{x}_m \\ \tilde{y}_m \\ \tilde{z}_m\end{bmatrix} = PN\begin{bmatrix}x_m \\ y_m \\ z_m\end{bmatrix}. \quad (11)$$

Полученные прямоугольные координаты $\tilde{x}_m$, $\tilde{y}_m$, $\tilde{z}_m$ преобразуются в сферические координаты с помощью формул:

$$\begin{cases}\rho = \sqrt{\tilde{x}_m^2 + \tilde{y}_m^2 + \tilde{z}_m^2}\;; \\ \sin\tilde{\delta}_m = \dfrac{\tilde{z}_m}{\rho}; \\ \sin\tilde{\alpha}_m = \dfrac{\tilde{y}_m}{\sqrt{\tilde{x}_m^2 + \tilde{y}_m^2}}; \\ \cos\tilde{\alpha}_m = \dfrac{\tilde{x}_m}{\sqrt{\tilde{x}_m^2 + \tilde{y}_m^2}}.\end{cases} \quad (12)$$

Поправки за аберрацию $\Delta\alpha_{AB}$ и $\Delta\delta_{AB}$ вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha_{AB} &= -\frac{k}{\cos\delta_m}\left(\sin\alpha_m \sin L + \cos\alpha_m \cos L \cos\varepsilon\right); \\ \Delta\delta_{AB} &= -k\left[\cos L\left(\sin\varepsilon\cos\delta_m - \cos\varepsilon\sin\delta_m \sin\alpha_m\right) + \sin L - \cos\alpha_m \sin\delta_m\right],\end{aligned} \quad (13)$$

где k = 20,49552″ — постоянная аберрации; $L = 280^{\circ}27'57{,}85'' + 129602771{,}27''T + 1{,}089''T^2$ — средняя долгота Солнца [8].

Таким образом, подставляя результаты из формул (12) и (13) в формулу (1), получим экваториальные координаты светила в общем виде. Однако, как отмечалось ранее, для различных типов светил средние места α_m и δ_m рассчитываются по-разному.

Рассмотрим расчет средних мест звезд. Средние места звезд на текущую эпоху вычисляются из средних мест звезд на начальную эпоху путем прибавления собственного движения:

$$\begin{cases}\alpha_m^* = \alpha_0^* + \mu_\alpha T; \\ \delta_m^* = \delta_0^* + \mu_\delta T,\end{cases}$$

где α_0^* и δ_0^* — средние места на начальную эпоху, которые можно получить, например, из Йельского каталога ярких звезд [9]; μ_α, μ_δ — собственное движение звезды по прямому восхождению и склонению за юлианское столетие.

Если пренебречь гравитационным притяжением между планетами и брать в расчет только модели притяжения между Солнцем и планетами, то с некоторыми дальнейшими идеализациями результирующими орбитами будут эллипсы. В данной идеализированной модели форма и ориентация этих эллипсов будут постоянными во времени. В действительности, в то время как планеты всегда движутся примерно по Кеплеровым орбитам, форма и ориентация этих эллипсов медленно меняется с течением времени. Поэтому для решения задачи нахождения положения планет разработаны специальные планетарные теории. В настоящее время широко используются такие теории, как ILE, DE, VSOP, EPM и др.

В современных планетарных теориях учитывается большое количество различных возмущающих факторов, учет которых позволяет рассчитывать положение планет с миллисекундной точностью и выше, однако при решении задач мореходной астрономии высокий показатель точности не требуется, и теории с чрезмерно высокой точностью можно считать неоптимальными [10], [11]. Заявленная точность в актуальных морских астрономических ежегодниках, составляет 0,1′. В процессе выбора оптимальной теории были рассмотрены следующие теории: некоторые версии EPM, DE и VSOP [10]. В итоге были выбраны две теории: теория Ariations Séculaires des Orbites Planétaires 87 (VSOP87), разработанная П. Бретаньоном [12], и расширение теории DE200, предложенное французским астрофизиком Ж. Шапроном, представленное в работе [13] (далее — CHAP).

С помощью теории VSOP87 рассчитываются эклиптические гелиоцентрические координаты планет Земной группы: β_h, λ_h и ρ_h. Координаты представлены в виде гармоник, при суммировании которых достигается точность, вплоть до 0,00023″, в зависимости от планеты, однако, как отмечалось ранее, в такой точности нет необходимости. Суммирование минимально возможного количества гармоник, допускаемое в теории, позволяет рассчитать координаты с точностью около 0,3″. Такая точность будет несколько превышать современные стандарты, однако из всех рассмотренных теорий этот вариант можно считать оптимальным. Формулы расчета координат некоторой планеты земной группы:

$$\begin{cases} \beta_h = f_{VSOP}^{[\beta]}(t); \\ \lambda_h = f_{VSOP}^{[\lambda]}(t); \\ \rho_h = f_{VSOP}^{[\rho]}(t), \end{cases} \tag{14}$$

где t — количество юлианских суток, прошедших с эпохи J2000.0.

Тогда $f_{\text{VSOP}}(t)$ в зависимости от некоторой координаты ξ имеет вид

$$f_{VSOP}^{[\xi]}(t) = \sum_{n=1}^{k} A_n^{[\xi]} \cos\left(B_n^{[\xi]} + C_n^{[\xi]} t\right).$$

Здесь используются коэффициенты: A — амплитуда, B — сдвиг фазы и C — скорость изменения угла, для которых $[\xi]$ — указатель принадлежности коэффициента к заданной координате [14].

CHAP превосходит минимальную точность теории VSOP87, а именно точность достигает 0,02″, но, тем не менее, это не отражается на скорости расчета. В представленной работе теория CHAP необходима для расчета гелиоцентрических эклиптических координат планет-гигантов для временного диапазона от 19.03.1689 до 01.10.2247, координаты вне этого диапазона рассчитываются по формуле (14). Расчет положения некоторой планеты с использованием теории CHAP выполняется в прямоугольной системе координат:

$$\begin{gathered} x_m, y_m \text{ или } z_m = \sum_{n=0}^{Q_0}\left(K_n^{[0]}\cos(W_n t) + S_n^{[0]}\sin(W_n t)\right) + \frac{T}{100}\sum_{n}^{Q_1}\left(K_n^{[1]}\cos(W_n t) + \right. \\ \left. + S_n^{[1]}\sin(W_n t)\right) + \left(\frac{T}{100}\right)^2 \sum_{n}^{Q_2}\left(K_n^{[2]}\cos(W_n t) + S_n^{[2]}\sin(W_n t)\right), \end{gathered} \tag{15}$$

где $K^{[\xi]}$ и $S^{[\xi]}$ — коэффициенты с указателем [ξ] на одну из трех строк со значениями коэффициентов при n-й итерации.

В качестве примера в табл. 2 приведены значения коэффициентов для первых пяти итераций расчета координат Юпитера.

Таблица 2

Коэффициенты для расчета координат Юпитера

[ξ]	x_m		y_m		z_m		W
	$K^{[\xi]}$	$S^{[\xi]}$	$K^{[\xi]}$	$S^{[\xi]}$	$K^{[\xi]}$	$S^{[\xi]}$	
[0]	–3658015942	0	–908357166	0	–300271978	0	0
[1]	3211736	0	–12066362	0	–5380492	0	
[0]	4891337	5430776	–9059458	4045908	–3979137	1598300	0,01686
[1]	–1952368	3224556	–3665363	–6161184	–1519962	–2703058	
[0]	589280	–62004	–1226982	1326111	–536148	568311	0,03192
[0]	–132797	113059	332715	–538044	144358	–232591	0,04049
[0]	19390	–8208	–31003	153367	–13456	65630	0,05955
[0]	–2479	–51303	154576	368773	65961	157222	0,08320

Преобразование сферических гелиоцентрических координат из формул (14) осуществляется с помощью системы (2). Из полученных прямоугольных координат системы (2) или формулы (15) вычитаются прямоугольные координаты Земли, рассчитанные аналогично. В результате получаются геоцентрические прямоугольные координаты, которые, в свою очередь, переводятся в эклиптические геоцентрические координаты β^p_{geo} и λ^p_{geo} аналогично системе (12). Так как свет распространяется не мгновенно, видимое положение планеты на небесной сфере будет отличаться от рассчитанного, поэтому необходимо учесть скорость света:

$$\Delta\tau = \frac{\rho}{c}, \qquad (16)$$

где $\Delta\tau$ — поправка времени; c — скорость света.

От аргумента t в формулах (14) или (15) необходимо отнять $\Delta\tau$ и повторить вычисление еще раз. После повторного вычисления с учетом скорости света полученные геоцентрические координаты β^p_{geo} и λ^p_{geo} и ε из разложения (6) для получения α^p_m и δ^p_m подставляются в формулы:

$$\begin{aligned}
&\sin\delta^p_m = \sin\varepsilon\sin\lambda^p_{geo}\cos\beta^p_{geo} + \cos\varepsilon\sin\beta^p_{geo};\\
&\cos\delta^p_m\cos\alpha^p_m = \cos\lambda^p_{geo}\cos\beta^p_{geo};\\
&\cos\delta^p_m\sin\alpha^p_m = \cos\varepsilon\sin\lambda^p_{geo}\cos\beta^p_{geo} - \sin\varepsilon\sin\beta^p_{geo}.
\end{aligned} \qquad (17)$$

Средние места Луны вычисляются с помощью алгоритмов, основанных на теории движения Луны, обобщенных С. Л. Мошером. Алгоритмы условно обозначим в виде:

$$\begin{cases} \alpha^m_m = f_M(t); \\ \delta^m_m = f_M(t). \end{cases}$$

На полученные средние места Луны накладываются поправки P и N, рассчитанные по формуле (11), после чего результирующие значения $\tilde{\alpha}^m_m$ и $\tilde{\delta}^m_m$ подставляются в формулы (1), при этом $\Delta\alpha_{AB} = 0$ и $\Delta\delta_{AB} = 0$, так как Луна движется вместе с Землей.

Для вычисления средних мест Солнца $\alpha^{\odot}_m$ и $\delta^{\odot}_m$ необходимо вычислить гелиоцентрические координаты Земли β^{geo}_h и λ^{geo}_h средствами теории VSOP87 по формулам (14). На основании полученных координат можно рассчитать геоцентрические координаты Солнца $\beta^{\odot}_{geo}$ и $\lambda^{\odot}_{geo}$:

ВЕСТНИК
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
МОРСКОГО И РЕЧНОГО ФЛОТА ИМЕНИ АДМИРАЛА С. О. МАКАРОВА

$$\begin{cases} \beta_{geo}^{\odot} = -\beta^{geo} = 0; \\ \lambda_{geo}^{\odot} = \lambda^{geo} \pm 180^{\circ}. \end{cases}$$

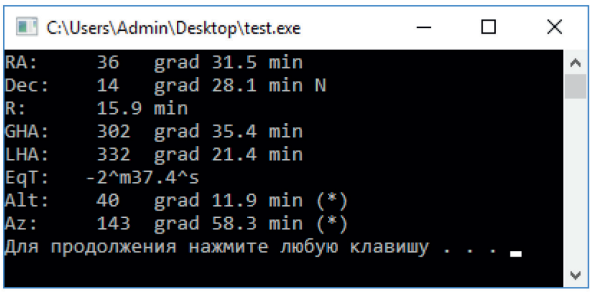
Аналогично расчету координат планет выполняется повторное вычисление β_h^{geo} и λ_h^{geo} с учетом поправки времени по формуле (16). Переход от $\beta_{geo}^{\odot}$ и $\lambda_{geo}^{\odot}$ к $\alpha_m^{\odot}$ и $\delta_m^{\odot}$ выполняется по формулам (17).

Результаты (Results)

Для подтверждения достоверности и возможности практического применения выработанной математической модели был проведен предварительный эксперимент, заключающийся в сопоставлении рассчитанных параметров для четырех светил с параметрами, представленными в «Морском астрономическом ежегоднике». В данном эксперименте были рассмотрены следующие светила: Луна, Солнце, Марс и звезда Альциона (№ 21 в МАЕ). Параметры, рассчитанные с помощью представленной математической модели, полностью совпадают со значениями параметров из различных изданий «Морского астрономического ежегодника», что подтверждает соответствие современным стандартам.

На рис. 1 и 2 приведены примеры расчетов параметров для четырех светил, описывающих их местоположение на небесной сфере. На рис. 1, *а* показаны результаты расчетов параметров, описывающих положение Солнца на небесной сфере. Параметры рассчитаны на заданный момент Гринвичского среднего времени (UT1): 29.04.2010 8:07:44, для географических координат: φ = 59°59,0′ N и λ = 29°46,0′ E. Рассчитываемые параметры: RA — прямое восхождение Солнца; Dec — склонение Солнца; *R* — видимый радиус Солнца; GHA — Гринвичский часовой угол Солнца; LHA — местный часовой угол Солнца; Eq*T* — уравнение времени; Alt — высота Солнца над горизонтом; Az — азимут Солнца.

а)



б)

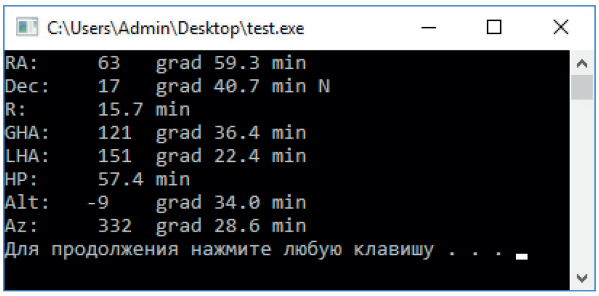


Рис. 1. Примеры расчета параметров: *а* — для Солнца; *б* — для Луны

На рис. 1, *б* приведен пример работы программы, отвечающей за расчет параметров местоположения Луны на небесной сфере для заданного времени UT1: 27.07.2019 16:02:12 и географических координат: φ = 59°59,0′ N и λ = 29°46,0′ E. Рассчитываемые параметры: RA — прямое восхождение Луны; Dec — склонение Луны; *R* — видимый радиус Луны; GHA — Гринвичский часовой угол Луны; LHA — местный часовой угол Луны; HP — горизонтальный экваториальный параллакс Луны; Alt — высота Луны над горизонтом; Az — азимут Луны.

На рис. 2, *а* показан пример расчета параметров, описывающих положение на небесной сфере планеты Юпитер. В данном примере показан результат расчета параметров для Юпитера на момент времени UT1: 27.07.2019 16:02:12, для географических координат: φ = 59°59,0′ N и λ = 29°46,0′ E. В данном случае: RA — прямое восхождение Юпитера; Dec — склонение Юпитера; *m* — видимая звездная величина Юпитера; GHA — Гринвичский часовой угол Юпитера; LHA — местный часовой угол Юпитера; HP — горизонтальный экваториальный параллакс Юпитера; Alt — высота Юпитера над горизонтом; Az — азимут Юпитера.

а) б)

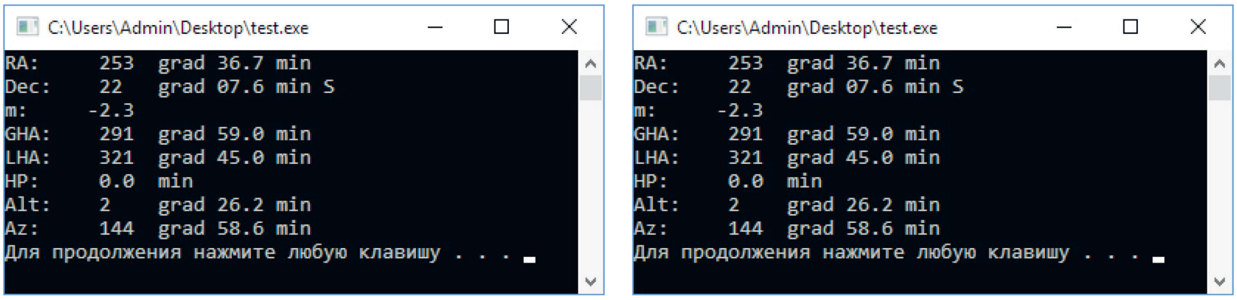


Рис. 2. Примеры расчета параметров: *а* — для Юпитера; *б* — для звезды Альциона

На рис. 2, *б* представлен результат расчета параметров местоположения на небесной сфере навигационной звезды Альциона. В данном случае расчет осуществляется на момент времени UT1: 27.07.2022 21:02:12, для координат: $\varphi = 59°59,0'$ N и $\lambda = 29°46,0'$ E. В данном случае: SHA — звездное дополнение ($360° - \alpha$) звезды Альциона; Dec — склонение Альционы; *m* — видимая звездная величина Альционы; GHA — Гринвичский часовой угол Альционы; LHA — местный часовой угол Альционы; Aries — Гринвичский часовой угол точки Овна; Alt — высота Альционы над горизонтом; Az — азимут Альционы.

На рис. 1, *а* параметры Alt и Az отмечены знаком (*), что означает высоту и азимут светила над истинным горизонтом. На рис. 1, *б* и 2 Alt и Az не отмечены, что означает высоту светила над видимым горизонтом с учетом текущих температуры воздуха, атмосферного давления и высоты глаза наблюдателя над уровнем моря.

Обсуждение (Discussion)

В настоящее время существуют электронные версии различных астрономических ежегодников (например, программная система «PersAY», разработанная Институтом прикладной астрономии Российской академии наук). Однако разработки подобного типа не обладают необходимыми функциональными возможностями для решения задач мореходной астрономии, так как их потенциал направлен на решение теоретических астрономических задач. Помимо программной системы «PersAY», Институтом прикладной астрономии также была разработана интерактивная система удаленного доступа для морской астронавигации «Штурман», однако для использования данного продукта необходимо постоянное подключение к сети Интернет. Кроме указанных крупных разработок, существует множество различных прикладных программ, предназначенных для анализа или обработки тех или иных астрономических параметров (например, программный комплекс StarCalc — разработчик А. Завалишин), программное обеспечение для операционной системы Android — «Астрономический альманах» — разработчик И. Бровин). Следует отметить, что для решения задач мореходной астрономии с помощью указанных программных комплексов требуются дополнительные ручные расчеты.

Главное преимущество представленной в данной статье концепции программного обеспечения «Astronomical Almanac» заключается в его автономности — для работы программного обеспечения не требуется постоянное подключение к сети Интернет. Второе не менее важное по значимости преимущество — это универсальность, так как разрабатываемая программа будет рассчитывать все параметры, указанные в различных изданиях «Морского астрономического ежегодника» и его зарубежных аналогов.

Выводы (Summary)

На основе проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. В процессе работы была сформирована целостная математическая модель движения навигационных светил на небесной сфере. Данная модель охватывает светила, используемые

при определении местоположения способами мореходной астрономии, а именно: планеты (Венера, Марс, Юпитер и Сатурн), навигационные звезды, Луна и Солнце. В ходе работы был рассмотрен общий вид расчета экваториальных координат навигационных светил, описаны способы расчета прецессии и нутации земной оси, представлены формулы для расчета аберрационной поправки, отдельно рассмотрено вычисление средних мест для различных типов светил: планет, навигационных звезд, Луны и Солнца.

2. На основе сформированного комплекса математических теорий можно решать следующие задачи: расчет экваториальных координат светил, расчет истинных геоцентрических горизонтальных координат светил, расчет видимых топоцентрических горизонтальных координат светил, расчет времени наступления явлений освещенности, расчет времени восхода и захода светил и некоторые другие.

3. В ходе выполненной работы были программно реализованы (программная реализация представленной математической модели выполнена на языке C++) алгоритмы и математическая теория, необходимые для разработки прикладного программного обеспечения для штурманов «Astronomical Almanac». Разрабатываемое программное обеспечение предназначено для расчета экваториальных и горизонтальных координат светил и других величин, необходимых для решения задач мореходной астрономии. В перспективе разрабатываемое программное обеспечение может полностью заменить «Морской астрономический ежегодник» и его аналоги.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Международная конвенция о подготовке и дипломировании моряков и несении вахты 1978 года (ПДМНВ–78) с поправками. — СПб.: ЗАО «ЦНИИМФ», 2010. — 806 с.

2. *Гагарский Д. А.* Отношение к мореходной астрономии в современном судовождении / Д. А. Гагарский // Материалы научно-практической конференции «Морское образование: традиции, реалии и перспективы». — СПб.: ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова, 2015. — С. 50–56.

3. *Леонов В. Е.* Анализ морских пособий, применяемых для определения места судна по наблюдениям Солнца / В. Е. Леонов, И. В. Сокол, А. С. Лазарь // Навигация и гидрография. — 2015. — № 14. — С. 42-46.

4. *Панасенко А. Н.* Об использовании иностранных таблиц для решения задач мореходной астрономии / А. Н. Панасенко // Вестник Морского государственного университета. — 2013. — № 62. — С. 92–98.

5. *Алцыбеев Г. О.* Математические методы получения астронавигационных параметров / Г. О. Алцыбеев // Современное развитие России через призму научных исследований. — 2018. — С. 30-34.

6. *Lieske J. H.* Expressions for the Precession Quantities Based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants / J. H. Lieske, T. Lederle, W. Fricke, B. Morando // Astronomy and Astrohysics. — 1977. — Vol. 58. — Pp. 1–16.

7. Астрономический ежегодник СССР на 1986 год. — Л.: Наука, 1984. — Т. 65. — 691 с.

8. *Хлюстин Б. П.* Мореходная астрономия: учеб. пособие вузов: в 2 ч. / Б. П. Хлюстин. — М.: Изд-во «Юрайт», 2018. — Ч. 1. — 267 с.

9. *Tonry J.* The ATLAS All-Sky Stellar Reference Catalog / J.L. Tonry, L. Denneau, H. Flewelling, A. N. Heinze, C. A. Onken, S. J. Smartt, B. Stalder, H. J. Weiland, C. Wolf // The Astrophysical Journal. — 2018. — Vol. 867. — Is. 2. — Pp. 105. DOI: 10.3847/1538-4357/aae386.

10. *Алцыбеев Г. О.* Применение численных теорий движения планет в задачах мореходной астрономии / Г. О. Алцыбеев, А. Р. Юрченко // Вестник современных исследований. — 2019. — № 1.2 (28). — С. 5–7.

11. *Питьева Е. В.* Повышение точности фундаментальных эфемерид планет EPM / Е. В. Питьева, Д. А. Павлов, В. И. Скрипниченко // Труды Института прикладной астрономии РАН. — 2016. — № 36. — С. 41–48.

12. *Bretagnon P.* Planetary theories in rectangular and spherical variables-VSOP 87 solutions / P. Bretagnon, G. Francou // Astronomy and Astrophysics. — 1988. — Vol. 202. — Pp. 309–315.

13. *Chapront J.* Representation of planetary ephemerides by frequency analysis. Application to the five outer planets / J. Chapront // Astronomy and Astrophysics Supplement Series. — 1995. — Vol. 109. — Pp. 181–192.

14. *Feng G.* Infrared Radiation Modeling of Planets Based on VSOP87 Theory / G. Feng, X. Xiaojian // Journal of System Simulation. — 2015. — № 3. — С. 28.

REFERENCES

1. *Mezhdunarodnaya konvenciya o podgotovke i diplomirovanii moryakov i nesenii vahty 1978 goda (PDMNV-78) s popravkami.* SPb.: ZAO «CNIIMF», 2010.
2. Gagarskij, D. A. "Otnoshenie k morekhodnoj astronomii v sovremennom sudovozhdenii." *Materialy nauchno-prakticheskoj konferencii «Morskoe obrazovanie: Tradicii, Realii i Perspektivy»*. SPb.: GUMRF imeni admirala S. O. Makarova, 2015. 50–56.
3. Leonov, V. E., I. V. Sokol, and A.S. Lazar. "Analiz morskih posobij primenyaemyh dlya opredeleniya mesta sudna po nablyudeniyam Solnca." *Navigaciya i gidrografiya* 14 (2015): 42–26.
4. Panasenko, A. N. "Ob ispolzovanii inostrannyh tablic dlya resheniya zadach morekhodnoj astronomii." *Vestnik Morskogo gosudarstvennogo universiteta* 62 (2013): 92–98.
5. Alcybeev, G. O. "Mathematical methods of obtaining celestial navigation parameters." *Sovremennoe razvitie Rossii cherez prizmu nauchnyh issledovanij* (2018): 30–34.
6. Lieske, J. H., T. Lederle, W. Fricke, and B. Morando. "Expressions for the Precession Quantities Based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants." *Astronomy and Astrohysics* 58 (1977): 1–16.
7. *Astronomicheskij ezhegodnik SSSR na 1986 god.* Vol.65. L.: Izdatelstvo «NAUKA», 1984.
8. Hlyustin, B.E. *Morekhodnaya astronomiya. V 2 ch. Chast 1: uchebnoe posobie dlya vuzov.* M.: Izdatelstvo Yurajt, 2018.
9. Tonry, J. L., C. A. Onken, S. J. Smartt, B. Stalder, H.J. Weiland, and C. Wolf. "The ATLAS All-Sky Stellar Reference Catalog." *The Astrophysical Journal* 867.2 (2018): 105.
10. Alcybeev, G. O., and A. R. Yurchenko. "Primenenie chislennyh teorij dvizheniya planet v zadachah morekhodnoj astronomii." *Vestnik sovremennyh issledovanij* 1.2(28) (2019): 5–7.
11. Piteva, E.V., D.A. Pavlov, and V.I. Skripnichenko. "Povyshenie tochnosti fundamentalnyh efemerid planet EPM." *Trudy Instituta prikladnoi astronomii RAN* 36 (2016): 41–48.
12. Bretagnon, Pierre, and Gérard Francou. "Planetary theories in rectangular and spherical variables-VSOP 87 solutions." *Astronomy and Astrophysics* 202 (1988): 309–315.
13. Chapront, J. "Representation of planetary ephemerides by frequency analysis. Application to the five outer planets." *Astronomy and Astrophysics Supplement Series* 109 (1995): 181–192.
14. Feng, Guo, and Xu Xiaojian. "Infrared Radiation Modeling of Planets Based on VSOP87 Theory." *Journal of System Simulation* 3 (2015): 28.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ	INFORMATION ABOUT THE AUTHORS
Козик Сергей Викторович — кандидат военных наук, профессор ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова» 198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Двинская, 5/7 e-mail: *koserbik@mail.ru*, *kaf_svvp@gumrf.ru*	**Kozik, Sergey V.** — PhD, professor Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping 5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035, Russian Federation e-mail: *koserbik@mail.ru*, *kaf_svvp@gumrf.ru*
Денисова Анастасия Александровна — кандидат физико-математических наук, доцент ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова» 198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Двинская, 5/7 e-mail: *a.denisova75@yandex.ru*, *kaf_pm@gumrf.ru*	**Denisova, Anastasia A.** — PhD, associate professor Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping 5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035, Russian Federation e-mail: *a.denisova75@yandex.ru*, *kaf_pm@gumrf.ru*
Алцыбеев Глеб Олегович — техник ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова» 198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Двинская, 5/7 e-mail: *gleb.alcybeev@gmail.com*	**Alcybeev, Gleb O.** — Technician Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping 5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035, Russian Federation e-mail: *gleb.alcybeev@gmail.com*

Статья поступила в редакцию 13 октября 2019 г.
Received: October 13, 2019.