

**AUTOMATION OF SEARCH FOR ROUTES OF PROFITABLE FREIGHT
TRANSPORTATION BY MEANS OF INTEGER PROGRAMMING OF MATLAB****A. A. Chertkov, Ya. N. Kask, S. V. Saburov**Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The issue of providing high-efficiency traffic of freight by searching for profitable freight traffic on the basis of widespread introduction of digital and computer technologies in hardware and software technologies is considered. It is emphasized that the ability to manage high-tech traffic is provided on the platform of broad digitization of mathematical models of transport networks using intelligent systems and integrated complexes. It is shown that the main problem in automating the search for routes of profitable freight in transport networks is the development of mathematical models, adequate to real processes and economic conditions in the market, using methods of numerical optimization. These models should be flexible in reconfiguring to changing system conditions and tasks, as well as low time and resources to adapt to these conditions. In order to increase the efficiency of freight traffic in the transport network, one of the ways to find cost-effective routes in the logistics network based on the use of integer linear programming using MATLAB tools that provide maximum targeted functionality of dual transport task is explored in the paper. To this end, a computational algorithm and optimization procedure have been proposed; they allow you to fully automate the process of solving a dual transport problem and to obtain optimal assessments of variables, satisfying the condition of the balance of direct and dual transport tasks, according to which the values of their target functions are equal. This avoids manual iterative procedures for approaching the initial support plan to the optimal plan envisaged by the traditional heuristic methods. The concrete example has shown that with the help of integer programming tools in the MATLAB environment, it is possible to automate the search for cost-effective shipping routes at a qualitatively new level, for which the incremental value of the unit of transported products will be maximum.

Keywords: automation, computational algorithm, optimization procedure, model, modeling, target function, cost-effective routes, freight, transportation network.

For citation:

Chertkov, Alexandr A., Yaroslav N. Kask, and Sergey V. Saburov. "Automation of search for routes of profitable freight transportation by means of integer programming of MATLAB." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.4 (2021): 496–504. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-496-504.

УДК 681.5**АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОИСКА МАРШРУТОВ
РЕНТАБЕЛЬНЫХ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК СРЕДСТВАМИ
ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ MATLAB****А. А. Чертков, Я. Н. Каск, С. В. Сабуров**ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассмотрен вопрос обеспечения высокоэффективного трафика грузоперевозок путем поиска рентабельных маршрутов на основе широкого внедрения в аппаратно-программных средствах автоматизации данных процессов цифровых технологий, а также обеспечения высокоэффективного трафика. Подчеркивается, что возможность управления высокотехнологичным трафиком грузоперевозок обеспечивается на платформе широкой цифровизации математических моделей транспортных сетей с использованием интеллектуальных систем и интегрированных комплексов. Показано, что основной проблемой при автоматизации поиска маршрутов рентабельных грузоперевозок в транспортных сетях является разработка математических моделей, адекватных реальным процессам и экономической конъюнктуре на рынке, с применением методов численной оптимизации. Эти модели должны отличаться

гибкостью перенастройки к изменяющимся условиям работы системы и выполняемым задачам, а также малыми затратами времени и ресурсов на адаптацию к ним. С целью повышения эффективности трафика грузоперевозок в транспортной сети в статье рассмотрен один из способов поиска рентабельных маршрутов в логистической сети на основе применения целочисленного линейного программирования с использованием инструментальных средств MATLAB, обеспечивающих максимум целевого функционала двойственной транспортной задачи. С этой целью предложены вычислительный алгоритм и процедура оптимизации, позволяющие полностью автоматизировать процесс решения двойственной транспортной задачи и получить оптимальные оценки переменных, удовлетворяющих условию баланса прямой и двойственной транспортных задач, согласно которому значения их целевых функций равны. Это позволяет избежать выполнения ручных итеративных процедур приближения начального опорного плана к оптимальному плану, предусмотренных традиционными эвристическими методами. На конкретном примере показано, что с помощью инструментальных средств целочисленного программирования в среде MATLAB можно на качественно новом уровне автоматизировать поиск рентабельных маршрутов доставки грузов, для которых приращение ценности единицы перевозимой продукции будет максимальным.

Ключевые слова: автоматизация, вычислительный алгоритм, процедура оптимизации, модель, моделирование, целевая функция, рентабельные маршруты, грузоперевозки, транспортная сеть.

Для цитирования:

Чертков А. А. Автоматизация поиска маршрутов рентабельных грузоперевозок средствами целочисленного программирования MATLAB / А. А. Чертков, Я. Н. Каск, С. В. Сабуров // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 4. — С. 496–504. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-496-504.

Введение (Introduction)

В условиях глобальной цифровизации и интенсификации транспортных потоков автоматизация поиска наиболее эффективных решений потоковых задач позволяет оптимальным образом распределять имеющиеся финансовые и материальные ресурсы, необходимые для оптимального функционирования всех отраслей экономики на качественно новом технологическом уровне [1]–[3]. Одной из важных научных проблем, получившей прикладное значение на водном транспорте и в других отраслях отечественной экономики, является автоматизация поиска эффективных грузопотоков (трафика) в системах управления грузоперевозками на основе оптимизации стоимостных и материальных затрат с использованием компьютерных моделей [4].

Решение задач данной проблематики с учетом динамики развития логистических сетей и соответствующих структур управления рынком транспортных услуг, а также усиления требований к экономии материальных и финансовых ресурсов на платформе автоматизации поиска максимально рентабельных грузоперевозок имеет актуальное значение [2], [5]. С позиций системности важным механизмом автоматизации поиска оптимального трафика перевозки грузов могут служить *методы исследования операций* [6], [7] и построенные на их основе модели потоковых задач для сетей различного назначения: транспортных, логистических, энергетических, коммуникационных и др. Алгоритмы, реализующие оптимальное решение потоковых задач, должны базироваться на цифровой технологической платформе [8], [9], использующей инструментарий мощных программно-вычислительных оболочек. С точки зрения компьютерного моделирования и алгоритмизации потоковых задач управления грузоперевозками их оптимальное решение может быть получено *экстремальными методами* [10], [11], при условии сохранения баланса (равновесия) грузопотоков в узлах. Это обеспечит поиск оптимальных маршрутов грузоперевозок в транспортной сети независимо от условий ее функционирования.

В работе рассмотрен один из способов поиска рентабельных маршрутов в логистической сети на основе применения целочисленного линейного программирования с использованием инструментальных средств MATLAB, обеспечивающих максимум целевого функционала двойственной транспортной задачи. Сначала решается *прямая транспортная задача* оптимального планирования грузоперевозок для удовлетворения требуемого спроса потребителей на рынке путем моделирования грузопотоков от каждого поставщика (с учетом имеющихся запасов в нем) в каждый пункт

назначения (с учетом его потребности). Затем решается *двойственная транспортная задача* с целью вычисления потенциалов как поставщика (производителя), так и потребителя для определения максимальной ценности единицы перевозимой продукции. Потенциалы можно интерпретировать как стоимости единицы продукции у поставщиков и потребителей продукции, а ограничения на эти переменные служат транспортные расходы на доставку продукции. Для поиска оптимального варианта грузоперевозки составляется производственная матрица маршрутизации из разностей двойственных переменных, интерпретируемых как приращения ценности единицы продукции при перевозке грузов из i -го пункта отправления в j -й пункт назначения грузов.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Покажем на примере классической транспортной задачи [12], заданной в виде канонической математической модели:

$$F = \min \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \right), \quad (1)$$

возможность решения и моделирования задачи поиска рентабельных маршрутов грузоперевозок средствами целочисленного программирования, реализуемыми с применением функциональных средств MATLAB, при условиях:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Представим модель двойственной задачи путем замены переменных x_{ij} в условии (2) на $u_1, u_2, \dots, u_m$ и переменных x_{ij} из условия (3) на $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$. С учетом однократного вхождения каждой переменной x_{ij} как в условия (2), (3), так и в целевую функцию (1) двойственная транспортная задача относительно прямой задачи формулируется следующим образом: нужно найти такие неотрицательные числа u_i ($i = 1, 2, \dots, m$) и v_j ($j = 1, 2, \dots, n$), которые бы обращали в максимум целевой функционал:

$$G = \max \left(\sum_{j=1}^n b_j v_j - \sum_{i=1}^m a_i u_i \right),$$

при условии

$$v_j - u_i \leq c_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n). \quad (4)$$

Переменные u_i, v_j двойственной задачи называются *потенциалами поставщика и потребителя* и интерпретируются как стоимости единицы продукции у поставщиков и потребителей продукции соответственно. В систему ограничений на эти переменные, как следует из условия (4), входят $m \times n$ неравенств, правыми границами которых служат транспортные расходы на доставку продукции.

Необходимым условием оптимальности пары допустимых решений $X^* = \{x_{ij}^*\}$ и $Y^* = \{u_1, \dots, u_m, v_1, \dots, v_n\}$ прямой и двойственной транспортных задач, соответственно, как следует из теоремы равновесия решений этих задач, является удовлетворение следующих соотношений:

- если $x_{ij}^* > 0$, то $v_j - u_i = c_{ij}$;
- если $v_j - u_i < c_{ij}$, то $x_{ij}^* = 0$.

Эти соотношения являются необходимыми и достаточными условиями оптимальности решений *транспортной задачи*.

Покажем на конкретном примере решение двойственной транспортной задачи средствами целочисленного программирования MATLAB. Полагаем известной из табл. 1 матрицу тарифов по доставке единицы груза от каждого поставщика в каждый пункт назначения груза.

Таблица 1

Стоимость перевозки в пункты потребления ед. груза (в уд. е)

Предприятия	Пункты потребления				Запасы a_i
	1	2	3	4	
1	$C_{11} = 5$	$C_{12} = 2$	$C_{13} = 4$	$C_{14} = 9$	2720
2	$C_{21} = 2$	$C_{22} = 3$	$C_{23} = 5$	$C_{24} = 7$	3180
3	$C_{31} = 8$	$C_{32} = 1$	$C_{33} = 3$	$C_{34} = 6$	3000
Потребности b_j	1070	2930	2360	2640	

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке продукции. Решение. Проверим необходимое и достаточное условия разрешимости задачи:

$$\sum_{i=1}^3 a_i = 2720 + 3180 + 3000 = 8900;$$

$$\sum_{j=1}^4 b_j = 1070 + 2930 + 2360 + 2640 = 9000.$$

Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения меньше запасов груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является «открытой». Чтобы получить «закрытую» модель, введем дополнительный (фиктивный) пункт доставки с потребностью, равной 100 (9000–8900). Тарифы перевозки единицы груза из базы во все магазины полагаем равными нулю. Занесем исходные данные в распределительную табл. 2.

Таблица 2

Дополненная фиктивным поставщиком тарифная матрица

Пункты отправления	Пункты потребления				Запасы a_i
	1	2	3	4	
1	5	2	4	9	2720
2	2	3	5	7	3180
3	8	1	3	6	3000
4	0	0	0	0	100
Потребности b_j	1070	2930	2360	2640	

Сначала решим прямую задачу получения оптимального плана перевозки грузов в пункты потребления, используя для этой цели математический аппарат целочисленного линейного программирования, который в кодах MATLAB реализуется с помощью функции *intlinprog* пакета Optimization Toolbox программно-вычислительной среды MATLAB. Подготовка данных и ввод информации осуществляются при соблюдении синтаксиса функций.

Использование в предлагаемом алгоритме функции целочисленного программирования позволяет задавать ограничения трафика назначением целочисленных значений как искомым переменных, так и критерия качества для всех разрешенных маршрутов в сети, что является его *существенным отличием* от известных алгоритмов. Ее аргументы задаются векторами и матрицами, входящими в состав ограничений трафика перевозок, и определяют условия поиска области допустимых значений:

- $A \cdot x \leq b$ — линейные неравенства (A — матрица, b — вектор);
- $A_{eq} \cdot x = b_{eq}$ — линейные уравнения (A_{eq} — матрица, b_{eq} — вектор);
- $lb \leq x \leq ub$ — ограничения на координаты (lb — вектор нижних границ и ub — вектор верхних границ).

Целевая функция f^*x в `intlinprog` задается вектором коэффициентов f , а `intcon` — вектором целых положительных чисел, являющихся компонентами вектора x .

Форма обращения к этой функции:

```
[x, J]=intlinprog(f, intcon, A, b, Aeq, beq, lb, ub),
```

где J — значение целевого функционала.

Для обращения к функции `intlinprog` подготовим входную информацию:

– вектор коэффициентов целевой функции:

```
f=[5 2 4 9;2 3 5 7;8 1 3 6;0 0 0 0]%тыс. руб.
```

– матрица коэффициентов системы линейных ограничений по поставкам:

```
A=[ones(1,4) zeros(1,4) zeros(1,4) zeros(1,4);
zeros(1,4) ones(1,4) zeros(1,4) zeros(1,4);
zeros(1,4) zeros(1,4) ones(1,4) zeros(1,4);
zeros(1,4) zeros(1,4) zeros(1,4) ones(1,4)];
```

– вектор объемов поставок (производства):

```
b=[2720;3180;3000;100];
```

– матрица коэффициентов системы линейных ограничений по потреблению:

```
Aeq=[eye(4) eye(4) eye(4) eye(4)];
```

– вектор объемов потребления (емкостей складов):

```
beq=[1070 2930 2360 2640]';
```

– вектор нижних границ переменных:

```
lb=zeros(16,1);
```

– компоненты вектора x :

```
intcon=[1:16].
```

Результаты решения прямой транспортной задачи:

```
>> chetz3.m
```

```
f =
```

5	2	4	9
2	3	5	7
8	1	3	6
0	0	0	0

```
Optimal solution found.
```

```
fval =
```

```
11490
```

```
x =
```

0	2720	0	0
610	210	2360	0
460	0	0	2540
0	0	0	100

```
>>
```

Сформулируем задачу, двойственную задаче, рассмотренной в данном примере. Для формулировки двойственной задачи к любой прямой задаче необходимо руководствоваться следующими правилами:

1. Если прямая задача является задачей максимизации, то двойственная будет задачей минимизации и наоборот.

2. Каждому ограничению типа стандартного неравенства прямой задачи соответствует неотрицательная двойственная переменная двойственной задачи и наоборот.

3. Каждому ограничению типа равенства прямой задачи соответствует двойственная переменная без ограничения на знак и наоборот.

4. Коэффициенты целевой функции прямой задачи становятся свободными членами ограничений двойственной задачи и наоборот.

5. Матрицу ограничений двойственной задачи получают транспонированием матрицы ограничений прямой задачи.

Для целочисленного моделирования двойственной транспортной задачи в кодах MATLAB, обращаемся к той же функции *intlinprog*, но уже используя составные аргументы:

```
[y, qval]=intlinprog([b; beq], intcon,-[A' Aeq'],-f,[],[], lb,[])
```

В коде используется тот же метод *intlinprog* применительно к прямой транспортной задаче, но в отличие от него в двойственной транспортной задаче аргументы правой части функции *intlinprog* *b* и *A* являются составными из аргументов функции *intlinprog* прямой транспортной задачи *b* и *beq*, а также *A* и *Aeq* соответственно. В векторе переменной *y* будут находиться значения неизвестных двойственной задачи, а в переменной *qval* — значение целевой функции двойственной задачи. Необходимо также скорректировать вектор нижних границ, который с учетом числа ограничений (переменных *y*) имеет вид:

```
lb = zeros (8,1).
```

С учетом указанных правил и замечаний обращение к функции *intlinprog* в двойственной задаче примет вид:

```
intcon=[1,2,3,4,5,6,7,8];
[y, qval]=intlinprog([b; beq], intcon,-[A' Aeq'],-f,[],[], lb,[]);
u=[y(1) y(2) y(3) y(4)];
v=[y(5) y(6) y(7) y(8)].
```

Результаты (Results)

По результатам моделирования получим следующие значения двойственных переменных и целевой функции:

```
>> chetz3a
Optimal solution found.
y =
     3
     0
     2
     7
     2
     3
     5
     0

qval =
    37590

u =
     3     0     2     7

v =
     2     3     5     0

>>
```


Обсуждение (Discussion)

Экономическая интерпретация полученных результатов. Разность $v_j - u_i$ можно рассматривать как приращение ценности единицы продукции при перевозке из i -го пункта в j -й пункт. Поэтому если

$$v_j^* - u_i^* < c_{ij} \text{ и } x_{ij}^* = 0,$$

то перевозка из i -го пункта в j -й пункт нерентабельна.

Если $x_{ij}^* > 0$ (согласно оптимальному плану), то условию

$$v_j^* - u_i^* = c_{ij}$$

будет соответствовать рентабельная перевозка из i -го пункта в j -й пункт.

Находим разности потенциалов для всех значений $x_{ij}^* > 0$ (согласно оптимальному плану), полученных в прямой задаче:

$$v_1 - u_2 = 2, v_2 - u_1 = 0, v_3 - u_2 = 5, v_4 - u_3 = -2;$$

$$v_1 - u_3 = 0, v_2 - u_2 = 3, v_4 - u_4 = -7.$$

Условию оптимальности переменных двойственной задачи удовлетворяют следующие разности:

$$v_1 - u_2 = c_{21} = 2, x_{21}^* = 610 > 0;$$

$$v_2 - u_2 = c_{22} = 3, x_{22}^* = 210 > 0;$$

$$v_3 - u_2 = c_{23} = 5, x_{33}^* = 2360 > 0.$$

Отсюда видно, что максимально рентабельной является перевозка продукции из второго пункта производства в третий пункт потребления, для которой приращение ценности единицы перевозимой продукции, т. е. разность $v_3 - u_2 = c_{23} = 5$ при $x_{33}^* = 2360 > 0$, будет максимальной.

Проверим, соответствует ли найденное оптимальное решение двойственной задачи условию баланса прямой и двойственной транспортных задач, согласно которому значения их целевых функций составляют

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^* = \sum_{j=1}^n b_j v_j^* - \sum_{i=1}^m a_i u_i^* \text{ или } F = G.$$

Экономическая интерпретация условия баланса: суммарные транспортные затраты при оптимальном плане перевозок равны оптимальному изменению суммарной стоимости продукции при полном удовлетворении спроса.

В рассматриваемом примере для наиболее рентабельной перевозки по условию равновесия для оптимальных значений $x_{23}^* = 2360$, $v_3^* = 5$ и $u_2^* = 0$ при известных значениях $c_{23} = 5$ и $b_3 = 2360$ должно выполняться равенство:

$$c_{23} x_{23}^* = b_3 v_3^* - a_2 u_2^*, \text{ или } 11800 = 11800.$$

Таким образом, суммарные транспортные затраты при оптимальной перевозке из второго пункта производства в третий пункт потребления равны оптимальному изменению суммарной стоимости продукции при полном удовлетворении его спроса.

Заключение (Conclusion)

Выполнено моделирование двойственной транспортной задачи средствами целочисленного программирования и получены оценки потенциалов как производителей, так и потребителей продукции, приращения которых позволили определить маршруты наиболее рентабельных грузоперевозок. Таким образом, предложен вычислительный алгоритм и процедура оптимизации,

позволяющие полностью автоматизировать процесс решения двойственной транспортной задачи и получить оптимальные оценки переменных, удовлетворяющие условию баланса прямой и двойственной транспортных задач, согласно которому значения их целевых функций равны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сахаров В. В. Автоматизация поиска оптимальных маршрутов и грузовых потоков в транспортных сетях средствами целочисленного линейного программирования / В. В. Сахаров, И. А. Сикарев, А. А. Чертков // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2018. — Т. 10. — № 3. — С. 647–657. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-647-657.
2. Сахаров В. В. Алгоритм трафика перевозки грузов с обеспечением минимума транспортной работы / В. В. Сахаров, А. А. Чертков, А. А. Дмитриев // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2016. — № 1 (35). — С. 180–188. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-1-180-188.
3. Чертков А. А. Автоматизация выбора кратчайших маршрутов судов на основе модифицированного алгоритма Беллмана – Форда / А. А. Чертков // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2017. — Т. 9. — № 5. — С. 1113–1122. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-5-1113-1122.
4. D'Ambrossio C. Mathematical programming techniques in water network optimization / C. D'Ambrossio, A. Lodi, S. Wiese, C. Bragalli // European Journal of Operational Research. — 2015. — Vol. 243. — Is. 3. — Pp. 774–778. DOI: 10.1016/j.ejor.2014.12.039.
5. Гольштейн Е. Г. Задачи линейного программирования транспортного типа / Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. — М.: Либроком, 2014. — 184 с.
6. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. — М.: КноРус, 2010. — 208 с.
7. Таха Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха. — 7-е изд. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 912 с.
8. Гузаиров М. Б. Моделирование транспортной сети поставок в строительной индустрии / М. Б. Гузаиров, В. А. Тарасова // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. — 2008. — Т. 10. — № 2. — С. 58–63.
9. Мэтьюз Д. Г. Численные методы. Использование MATLAB / Д. Г. Мэтьюз, К. Д. Финк. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. — 720 с.
10. Reich D. A linear programming approach for linear programs with probabilistic constraints / D. Reich // European Journal of Operational Research. — 2013. — Vol. 230. — Is. 3. — Pp. 487–494. DOI: 10.1016/j.ejor.2013.04.049.
11. Кочетов Ю. А. Методы локального поиска для дискретных задач размещения: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / Юрий Андреевич Кочетов; 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». — Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения РАН, 2009. — 269 с.
12. Кормен Т. Х. Алгоритмы: построение и анализ; пер. с англ. / Т. Х. Кормен [и др.]. — 2 изд. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 1296 с.

REFERENCE

1. Saharov, Vladimir V., Igor A. Sikarev, and Alexander A. Chertkov. "Automating search optimal routes and goods flows in transport networks means the integer linear programming." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 10.3 (2018): 647–657. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-3-647-657.
2. Saharov, Vladimir Vasilevich, Alexandr Alexandrovich Chertkov, and Alexandr Alexandrovich Dmitriev. "Ensuring minimum transport work algorithm for goods traffic". *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 1(35) (2016): 180–188. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-1-180-188.
3. Chertkov, Alexander A. "Automation selection shortcuts routes of ships on the basis of modified Bellman-Ford Algorithm." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 9.5 (2017): 1113–1122. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-5-1113-1122.

4. D'Ambrosio, Claudia, Andrea Lodi, Sven Wiese, and Cristiana Bragalli. "Mathematical programming techniques in water network optimization." *European Journal of Operational Research* 243.3 (2015): 774–788. DOI: 10.1016/j.ejor.2014.12.039.
5. Gol'shtein, E. G., and D. B. Yudin. *Zadachi lineinogo programmirovaniya transportnogo tipa*. M.: Librokom, 2014.
6. Venttsel', E. S. *Issledovanie operatsii. Zadachi, printsipy, metodologiya*. M.: KnoRus, 2010.
7. Takha, Kh. A. *Vvedenie v issledovanie operatsii*. 7th ed. M.: Izd. Dom «Vil'yams», 2005.
8. Guzaïrov, M. B., and V. A. Tarasova. "Modelirovanie transportnoi seti postavok v stroitel'noi industrii." *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta* 10.2 (2008): 58–63.
9. Mathews, John H., and Kurtis D. Fink. *Numerical Methods Using MATLAB*. 3rd Edition. Prentice Hall College Div, 1998.
10. Reich, Daniel. "A linear programming approach for linear programs with probabilistic constraints." *European Journal of Operational Research* 230.3 (2013): 487–494. DOI: 10.1016/j.ejor.2013.04.049.
11. Kochetov, Yu. A. *Metody lokal'nogo poiska dlya diskretnykh zadach razmeshcheniya*. Dr. diss. Institut matematiki im. S. L. Soboleva Sibirskogo otdeleniya RAN, 2009.
12. Cormen, Thomas H., Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. *Introduction to algorithms*. Second Edition. The MIT Press, 2001.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Чертков Александр Александрович —
 доктор технических наук, доцент
 ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
 С. О. Макарова»
 198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
 ул. Двинская, 5/7
 e-mail: chertkov51@mail.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Каск Ярослав Николаевич —
 кандидат технических наук, доцент
 ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
 С. О. Макарова»
 198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
 ул. Двинская, 5/7
 e-mail: rgam2010@yandex.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Сабуров Сергей Валерьевич —
 кандидат технических наук
 ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
 С. О. Макарова»
 198035, Российская Федерация, Санкт-Петербург,
 ул. Двинская, 5/7
 e-mail: kaf_osnivr@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Chertkov, Alexandr A. — Dr. of Technical Sciences,
 associate professor
 Admiral Makarov State University of Maritime
 and Inland Shipping
 5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
 Russian Federation
 e-mail: chertkov51@mail.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Kask, Yaroslav N. —
 PhD, associate professor
 Admiral Makarov State University of Maritime
 and Inland Shipping
 5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
 Russian Federation
 e-mail: rgam2010@yandex.ru,
kaf_electricautomatic@gumrf.ru
Saburov, Sergey V. —
 PhD, associate professor
 Admiral Makarov State University of Maritime
 and Inland Shipping
 5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
 Russian Federation
 e-mail: kaf_osnivr@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 30 мая 2021 г.
 Received: May 30, 2021.