

DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517

## CORRELATION-EXTREME NAVIGATION THROUGH GEOPHYSICAL FIELDS BASED ON THE USE OF SPLINE TECHNOLOGY

**I. V. Yuyukin**

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,  
St. Petersburg, Russian Federation

*It has been assumed about the hypothetical possibility of independent control of the ship isolinear movement in the presence of special equipment on board that can constantly determine the values of the parameters of the navigation isoline, taking into account the changing of geometric characteristics. It is possible that the sequence of approximated navigation data can be an argument for calculating continuous values of the true course with synchronous transmission of commands to the steering wheel to ensure adaptive self-regulating movement of the vessel. The need to use the approximation of navigation functions is justified by the expert ability for the fast calculation the functionals of analytical inflections of spline isolines, interpreted in mathematics as characteristic points of changing the signs of derivatives, but corresponding in practical application to the signals of automatic command submission to ship controls in the form of a rudder and a telegraph. The technology of using spline functions for navigation through geophysical fields is considered on the specific example of reconstructing the chart of the anomalous gravity field in Peter the Great Bay from the data of trajectory measurements of an autonomous uninhabited underwater vehicle. Computer simulation of gravimetric procedures based on a hybrid algorithm of two-dimensional B-spline approximation as a reference geophysical field for matching with the data of measurement studies is performed. As a proof of the efficiency of the proposed approach, a three-dimensional synthesis of a fragment of the field of gravity anomalies in the Japanese Sea region is implemented. It is noted that computer visualization of the 3D format of the programmed ship movement provides the possibility of intellectual assistance to the navigator in the strategy of instantaneous determination of the ship position under any circumstances of navigation. The approved spline algorithms can serve as harmonized support for the sefarer's staff when making a competent decision on the management of the vessel in any emergency situation. The theoretical possibility of practical application of the theory of spline functions to the approximation of the newest isolines, the introduction of which in the navigation of the future is associated with the innovations of technical means of navigation, is predicted. It is assumed that isolinear passages through geophysical fields can be effectively used in the unpredictable conditions of modern shipping, under various force majeure circumstances and natural disasters, and become a real autonomous alternative to the satellite navigation.*

*Keywords: adaptive self-regulating ship movement, the spline isoline, trajectory measurements, autonomous uninhabited underwater vehicle, two-dimensional B-spline approximation, isolinear programming navigation.*

**For citation:**

Yuyukin, Igor V. "Correlation-extreme navigation through geophysical fields based on the use of spline technology." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.4 (2021): 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.

**УДК 656.61.052 656**

## КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ НАВИГАЦИЯ ПО ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПОЛЯМ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СПЛАЙНОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ

**И. В. Ююкин**

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

*Сделано предположение о гипотетической возможности независимого контроля изолинейного перемещения судна при наличии на борту специальной аппаратуры, способной постоянно определять значения параметров навигационной изолинии с учетом меняющихся геометрических характеристик. Допускается*

возможность того, что последовательность аппроксимированных навигационных данных может быть аргументом для вычисления непрерывных значений истинного курса с синхронной передачей команд на авторулевой для обеспечения адаптивного саморегулируемого движения судна. Необходимость применения аппроксимации навигационных функций обосновывается экспертной возможностью быстрого вычисления функционалов аналитических перегибов сплайновых изолиний, интерпретируемых в математике как характерные точки смены знаков производных, соответствующих в практическом приложении сигналам автоматической подачи команд на судовые органы управления в виде руля и телеграфа. Рассмотрена технология применения сплайн-функций для навигации по геофизическим полям на конкретном примере восстановления карты аномального поля силы тяжести в заливе Петра Великого по данным траекторных измерений автономного необитаемого подводного аппарата. Выполнено компьютерное моделирование гравиметрических процедур на основе гибридного алгоритма двумерной B-сплайновой аппроксимации как эталонного геофизического поля для согласования с данными измерительных исследований. В качестве доказательства работоспособности предлагаемого подхода реализовано трехмерное синтезирование фрагмента поля аномалий силы тяжести района Японского моря. Отмечается, что компьютерная визуализация 3D формата программированного движения судна предоставляет возможность интеллектуальной помощи штурману в стратегии мгновенного определения места судна при любых обстоятельствах плавания. Апробированные сплайновые алгоритмы могут служить гармонизированной поддержкой для судоводительского состава при принятии грамотного решения по управлению судном при любой нештатной ситуации. Прогнозируется теоретическая возможность практического применения теории сплайн-функций к приближению новейших изолиний, внедрение которых в навигацию будущего связано с инновациями технических средств судовождения. Предполагается, что изолинейные переходы по геофизическим полям могут эффективно использоваться в непредсказуемых условиях современного судоходства, при различных форс-мажорных обстоятельствах и природных катаклизмах и служить реальной автономной альтернативой спутниковой навигации.

*Ключевые слова:* адаптивное саморегулируемое движение судна, сплайновая изолиния, траекторные измерения, автономный необитаемый подводный аппарат, двумерная B-сплайновая аппроксимация, изолинейное программированное плавание.

#### Для цитирования:

Ююкин И. В. Корреляционно-экстремальная навигация по геофизическим полям на основе использования сплайновой технологии / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 4. — С. 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.

### Введение (Introduction)

В настоящее время активно развивается направление создания альтернативных спутниковой навигации интегрированных систем, в которых для определения положения и ориентации мобильного объекта наряду с традиционной инерциальной информацией используются сторонние данные неинерциальной природы [1]. В современных научных публикациях мотивированное управление движением по естественным геофизическим полям Земли различной природы получило название *корреляционно-экстремальной навигации* [2]. Корреляционно-экстремальная система, в которой используется связь параметров геофизических полей с географическими координатами судна, обладает высокой помехозащищенностью и, следовательно, является реальной альтернативой спутниковым системам навигации.

Суть рассматриваемого подхода заключается в том, что в процессе навигации измеряемые параметры геофизического поля постоянно сравниваются с предварительно созданным характеристическим эталоном, хранящимся в памяти бортового компьютера. В связи с этим маршрутизация движения судна по изолиниям объединяет задачи математического восстановления карты геофизического поля и ориентирования по изолиниям, вдоль которых реализация поля сохраняет постоянное параметрическое значение. При совместном решении комбинированная задача программируемого плавания с непрерывным оцениванием состояния знания виртуальной карты геофизического поля с лучшей точностью, чем счисление пути судна, позволяет постоянно уточнять местоположение морского подвижного объекта с помощью специальной бортовой навигационной системы при дискретном измерении параметров поля и их сопоставлении с навигационными данными.

Перспективную навигацию морской транспортной единицы, например, можно осуществлять на основе измерений градиента планетарного магнитного поля с использованием показаний бортовых магнитных градиентометров [3], [4]. Актуальными для практического применения являются: компьютерная визуализация измерительных полей батиметрии [5], магнитометрии, рельефа подводного ландшафта, аэромагнитной градиентометрии, оптических свойств поверхности, а также гравиметрии различных морских районов для оперативной информированности судоводителей в процессе изолинейной навигации. Рассмотренные примеры допускают обобщение синтеза математическими методами моделей геофизических полей с оцениванием их профильных контуров по экстремальным показателям.

Целесообразность применения сплайн-аппроксимации навигационных функций обосновывается экспертной возможностью быстрого вычисления навигационных параметров и их градиентов для оперативного установления таких атрибутов изолиний, как функционалы аналитических перегибов траектории движения судна, интерпретируемые в математике как характерные точки смены знаков производных, соответствующих в практическом приложении сигналам автоматической подачи команд на судовые органы управления в виде руля и телеграфа. Способствующим этому фактором является то, что при известном градиенте сравнительно просто найти производную функции по любому направлению. С учетом физической картины представления поля навигационной информации, отражающей изолинейное движение судна, сплайн динамически описывает в общей перспективе требуемую траекторию движения инерционного водоизмещающего средства.

Апробированные на методах сплайн-функций алгоритмы могут явиться интеллектуальной поддержкой для судоводительского состава в процессе принятия грамотного решения по управлению судном в автономном регулировании движения при любой нештатной ситуации. Трехмерная графическая визуализация навигационной информации для вахтенного помощника наглядно реализуется за счет построения аппроксимированных изоповерхностей на компьютерных устройствах отображения дисплейного типа. Задача вероятностного прогнозирования движения морского потребителя практически обеспечивается посредством математической процедуры сплайн-экстраполяции. Базовой основой автоматизированного плавания может служить электронная картографическая навигационная информационная система от любого сертифицированного производителя.

В качестве доказательного примера применимости сплайновой технологии к исследуемой проблеме следует отметить алгоритм высокоточной морской навигации по геофизическим полям [6] с масштабированным восстановлением виртуальных карт для эталонного сравнения с фактическими измерениями на основе метода интервальной  $B$ -сплайновой аппроксимации [7], [8] или билинейной интерполяции [9]. Метод квадратичных  $B$ -сплайнов позволяет получать достаточно приемлемую точность текущих координат судна с помощью теории гарантированного оценивания при одновременно ограниченных требованиях к объему памяти бортового компьютера [8]. Основной проблемой при построении следящих навигационных систем является синтез эффективных алгоритмов хранения и воспроизведения геофизических данных в цифровой форме. Оптимальные результаты могут быть достигнуты при восстановлении изоповерхностей в варианте практического их применения с помощью кубических  $B$ -сплайнов, обеспечивающих как минимум четырехкратное сжатие массивов данных по сравнению с традиционными методами [10]. Обработка информации на основе базисных сплайнов позволяет корректно определять неслучайные ошибки алгоритмической модели состояния, а также учитывать неполноту и неопределенность исходной информации. Измерительная ошибка датчиков следящих систем различной физической природы гарантированно обнаруживается в виде геометрической вейвлетовой флуктуации на основе апробированного метода визуализации сплайновой изоповерхности за счет нарушения «гладкости» и условий «склейки» лоскутных патчей синтезированного электронного профиля изоповерхности [11]. Под сплайновой «гладкостью» подразумевается успешность функциональной дифференцируемости [12].

При сплайновом подходе к изолинейной навигации устраняется множество современных проблем кибернетической безопасности с автоматической ликвидацией возможности потери ориентировки судна при подавлении спутникового сигнала, необходимости резервирования оборудования

GPS для обеспечения устойчивой работы, устранения угрозы спуфинга или непосредственно возможности прямой хакерской атаки на автоматизированную систему судовождения, а также стороннего враждебного контроля судна [13]. Корреляционно-экстремальная навигация в интеграции со сплайновой технологией может быть эффективно использована в непредсказуемых условиях современного мореплавания в зонах неустойчивого приема сигналов спутниковых систем при различных форс-мажорных обстоятельствах и природных катаклизмах. Компьютерная детализация программированного движения судна предусматривает возможность интеллектуальной помощи штурману в стратегии независимого определения места судна при любых обстоятельствах плавания.

При практической реализации концепции навигации по естественным геофизическим полям с использованием методов сплайн-функций сформулированы следующие задачи:

1. Математическая адаптация ретроспективного алгоритма *двумерной B-сплайновой аппроксимации* с целью получения реалистичного детального профиля геофизического поля.
2. Применение оптимального критерия по методу наименьших квадратов для учета рассогласования синтезируемой геофизической топографии с дискретной измерительной информацией датчиков поля при их сопоставлении.
3. Трехмерное визуализированное представление цифровой модели фрагмента геофизического поля на основе базисных финитных сплайнов.
4. Разработка прикладной паскаль-программы применительно к задаче компьютерной визуализации геофизического ландшафта.
5. Рассмотрение теоретической возможности практического применения теории сплайн-функций к приближению новейших изолиний для организации изолинейного плавания, внедрение которых в навигацию будущего связано с прогрессивным развитием технических средств судовождения.

### Методы и материалы (Methods and Materials)

Математическое синтезирование фрагмента геофизического поля реализуется на основе апробированной гибридной сплайновой модели [10]:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=-k}^{g+k+1} \sum_{j=-m}^{h+m+1} B_{i,k}(\varphi_q) B_{j,m}(\lambda_r) C_{i,j} &= F_{q,r} \text{ при } q=1, \dots, z_1; r=1, \dots, z_2; \\ \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{i=-k}^{g+k+1} \sum_{j=-m}^{h+m+1} B_{i,k}(\varphi_q) L_{j,r}(\lambda_r) C_{i,j} &= 0 \text{ при } q=1, \dots, z_1; r=1, \dots, h; \\ \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{i=-k}^{g+k+1} \sum_{j=-m}^{h+m+1} B_{j,m}(\lambda_r) L_{i,q}(\varphi_q) C_{i,j} &= 0 \text{ при } q=1, \dots, g; r=1, \dots, z_2; \\ \frac{1}{p} \sum_{i=-k}^{g+k+1} \sum_{j=-m}^{h+m+1} L_{i,q}(\varphi_q) L_{j,r}(\lambda_r) C_{i,j} &= 0 \text{ при } q=1, \dots, g; r=1, \dots, h, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $k, m$  — степени  $B$ -сплайна по координатным осям  $\varphi$  и  $\lambda$  соответственно;  
 $g, h$  — максимальное количество узлов по координатным осям  $\varphi$  и  $\lambda$  соответственно;  
 $B_{i,k}(\varphi), B_{j,m}(\lambda)$  — «шапочные» функции базисного сплайна;  
 $C_{i,j}$  — матрица искоемых скалярных коэффициентов;  
 $p$  — сглаживающий весовой коэффициент;  
 $z_1, z_2$  — максимальное число дискретных измерений датчиками геофизического поля по координатным осям  $\varphi$  и  $\lambda$  соответственно;  
 $L_{i,q}, L_{j,r}$  — ассоциированные множители сплайнов лагранжевого типа;  
 $q, r$  — фактическое количество узлов на координатных осях  $\varphi$  и  $\lambda$  с учетом граничных условий.

Как следует из анализа системы (1), степень сплайна по координатным осям можно варьировать, но для универсального решения задачи корреляционно-экстремальной навигации оптимальным является применение бикубических сплайнов ( $k = 3, m = 3$ ). Для эффективности сплайновой технологии необходимо учитывать тот факт, что увеличение степени сплайна не всегда ведет к улучшению аппроксимации [14]. Классическим доказательством ухудшения восстановления формы алгебраической кривой является известный *пример Рунге*, демонстрирующий ситуацию возникновения неожиданного осциллирующего всплеска функциональности при необоснованном выборе кусочного многочлена высокой степени в качестве аппроксиматора [15]. Кроме того, необходимо учитывать тот факт, что вычислительная устойчивость расчетных процедур на основе сплайнов третьей степени может быть искусственно улучшена при условии применения оптимизационных схем организации узлов аппроксимации [16] или введением дополнительных узлов при так называемой *процедуре загущения сетки* [17]. Причем дополнительные узлы эффективнее вводить одновременно слева и справа на сеточных отрезках для обеспечения лучших условий сплайнового приближения изолинии [18]. При любом сценарии выбора аппроксиманта кубические сплайны являются основным и наиболее универсальным средством приближения навигационных функций в силу их хороших аппроксимационных свойств в сочетании с относительно простой компьютерной реализацией [15].

Алгоритмическое решение гибридной модели аппроксимации (1) выполняется *модифицированным методом наименьших квадратов* для сплайн-аппроксимации любой навигационной изоповерхности [19]. Согласованность смоделированных и измеренных значений профиля геофизического поля можно определить при помощи критерия оптимизации [5]:

$$\sum_{q=1}^g \sum_{r=1}^h \left[ F_{q,r} - \sum_{i=-k}^{g+k+1} \sum_{j=-m}^{h+m+1} B_{i,k}(\varphi_q) B_{j,m}(\lambda_r) C_{i,j} \right]^2 \leq S, \quad (2)$$

где  $S$  — эмпирический параметр сглаживания вейвлетовых особенностей геофизического поля.

Интуитивное определение пользователем в интерактивном режиме числовой реализации  $S$  из выражения (2) является эмпирическим компромиссом между точностью синтеза геометрии изолинейного рельефа и правдоподобием трехмерной визуализации фрагментов геофизического поля по принципу *виртуального ключа*, удачно повернув который можно получить удовлетворительную аппроксимацию измерительных данных.

### Результаты (Results)

Рассмотрим технологию применения сплайн-функций для навигации по геофизическим полям на конкретном примере восстановления карты аномального поля силы тяжести в заливе Петра Великого по данным траекторных измерений автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) [20]. Географическая карта остаточных аномалий силы тяжести получена в лаборатории гравиметрии Тихоокеанского океанологического института ДВО РАН. Для исследования был выбран район с географическими координатами по широте  $42,0^\circ \text{ N} \dots 42,6^\circ \text{ N}$  и долготы  $131,5^\circ \text{ E} \dots 132,5^\circ \text{ E}$  в соответствии с выделенным на рис. 1 фрагментом с глубинами моря 50–3000 м, в нижней части которого расположен потухший вулкан, отмеченный ярко-желтым цветом. Существующая изменчивость рельефа дна обследуемого морского района фиксируется переменным спектром градиентов аномалий силы тяжести. В обозначенной на рис. 1 области Японского моря был изучен участок геофизического поля размером  $50 \times 40$  км [20].

Суть эксперимента заключалась в том, что на борту АНПА находится эталонная карта геофизического поля, заданная в виде матрицы интенсивностей поля в узлах равномерной регулярной сетки. Гравиметр на борту роботизированного движительного комплекса фиксирует фрагмент поля в виде последовательности отсчетов уровня поля с постоянным шагом вдоль траектории каждого параллельного галса. Под результатами измерений исследуемого фрагмента поля понимается набор дискретных отсчетов в таких единицах измерений, как мГал ( $1 \text{ Гал} = 1 \text{ см/с}^2$ ), представленный

на вертикальной шкале в правой части рис. 1 с дополнительной градацией по шкале в цветовой гамме от минимального темно-синего до максимального ярко-желтого.

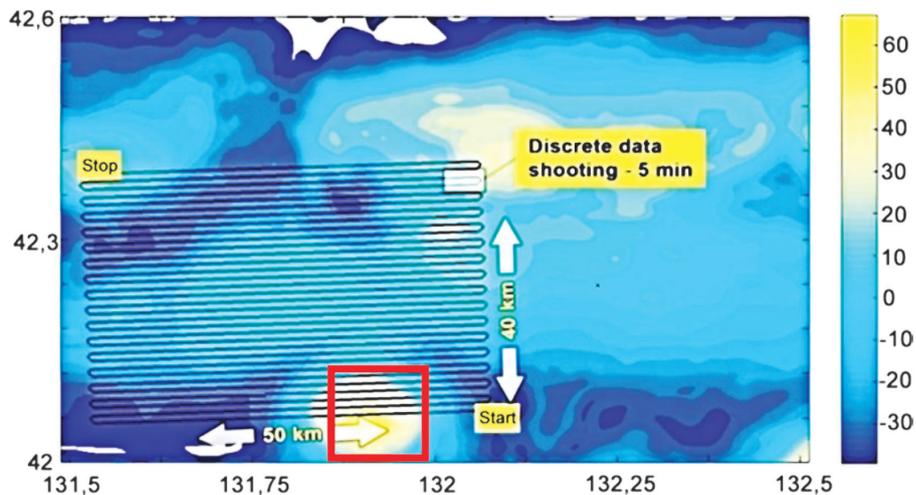


Рис. 1. Карта поля аномалий силы тяжести в заливе Петра Великого

Имитационно-модельный сценарий формирования комплексных данных натурального эксперимента реализован путем покрытия локального поля сетью поисковых траекторий измерений на основе типового способа параллельных галсов. Для согласованности инерциальной навигации выполняется привязка по координатам относительно стартовой точки обследования района. При этом за счет погрешностей автономной навигации измеренная форма трассы АНПА отличается от эталонной траектории. Фактическая траектория подводного робота представляется в виде отрезков, каждый из которых минимизирует длину эквидистанты по отношению к сопряженным элементам в отдельной пройденной точке траектории [21]. Задача управления движением подводного аппарата сводится к стабилизации позиционных и угловых рассогласований, сформированных с помощью нескольких дальномеров. Алгоритм управления одновременно стабилизирует глубину и расстояние до дна, разрабатывает программу курса и корректирует ее с учетом возможных навигационных погрешностей [22].

Метод коррекции навигационных параметров состоит в том, чтобы методом привязки измеренного фрагмента поля к эталонной карте постоянно уточнять географические координаты маршрутизации движения АНПА. Привязка измерений к эталонной карте производится методом поиска глобального экстремума функционала сравнения измеренного фрагмента и эталонной карты, используемых для ориентирования движения мобильного объекта. На основе полученных экспериментальных данных графически определены контуры изолиний с заданными цифровыми значениями уровня поля силы тяжести.

Характеристики информативности аномального поля в виде рельефной карты 2D-формата на рис. 2 могут служить в качестве показателей, определяющих возможность использования данных гравиметрических измерений с борта АНПА для высокоточного определения мгновенного местоположения подводного робота на основе рассмотренного метода корреляционно-экстремальной навигации [20]. На правой вертикальной шкале рис. 2 указаны значения уровня поля в мГал с дополнительной детализацией в оттенках серого цвета по аналогии с приведенной на рис. 1. В целом прямоугольный фрагмент эталонного аномального поля реализован в системе географических координат. Широта и долгота в прямоугольной системе координат позиционируются с точностью до десятых долей градуса. Высокая эффективность автоматизированной площадной съемки локального гравитационного поля обеспечивается путем покрытия исследуемого подводного ландшафта планомерной сетью траекторий параллельных галсов с измеренными параметрами, необходимыми для последующего картографирования аномального поля.

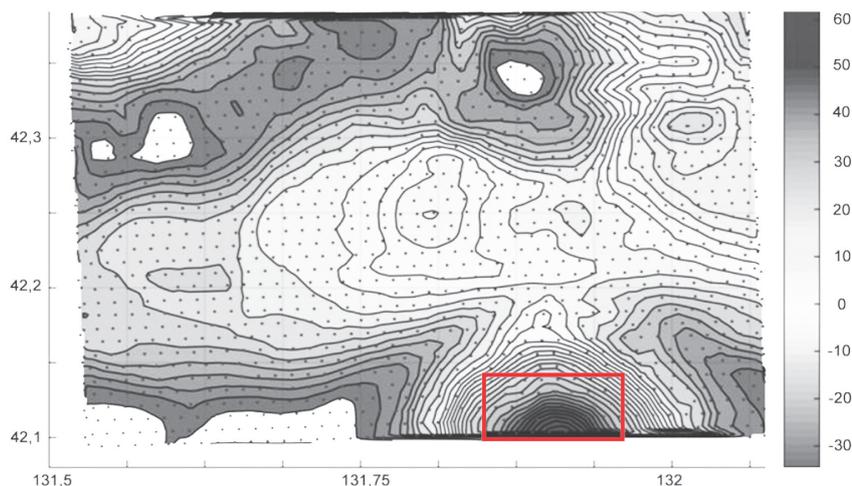


Рис. 2. Восстановленная контурная карта аномалий силы тяжести района Японского моря

В качестве получения новых результатов эксперимента выполнено компьютерное моделирование гравиметрических процедур на основе гибридного алгоритма двумерной *B*-сплайновой аппроксимации как эталонного геофизического поля для согласования с данными вычислительных исследований. Для доказательства работоспособности предлагаемого подхода реализовано синтезирование фрагмента поля аномалий силы тяжести на основе полученных цифровых значений на рис. 1 при их синхронной корректуре по рис. 2 для создания высокоточного эталона корреляционно-экстремальной навигации, представленного на рис. 3 в трехмерном измерении.

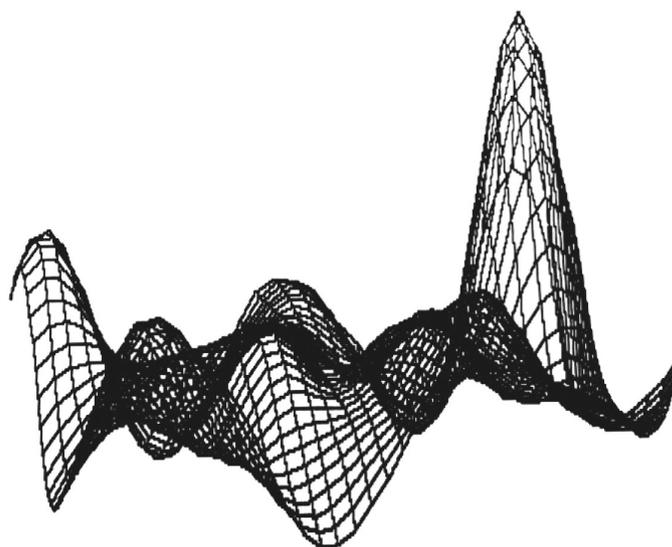


Рис. 3. Трехмерная визуализация сплайнового синтезирования аномального поля силы тяжести залива Петра Великого

Фактически рис. 3 является трехмерным представлением плоскостных карт, демонстрируемых на рис. 1 и 2. В качестве цифровой сеточной основы сплайновой технологии использовалась матрица размером  $6 \times 10$  в соответствии с координатной оцифровкой по рис. 1 и 2 при общем числе задействованных шестидесяти реперных точек. По широте задействовались шесть узловых точек, а по долготе — десять точек. Максимальный флуктуационный всплеск навигационной изоповерхности соответствует местоположению потухшего вулкана, обозначенного ярко-желтым пятном на рис. 1 или темно-серым контуром в нижней правой части рис. 2. Подводный вулкан отмечен

на рис. 1 и 2 красным прямоугольником с целью его однозначной идентификации для сравнительного анализа с рис. 3. Эмпирический параметр  $S$  сглаживания особенностей геофизического поля региона Японского моря в вычислительном эксперименте задавался в интерактивном режиме равным 0,4 в соответствии с формулой (2). Необходимо отметить, что если  $S = 0,0$ , то решается исключительно задача сплайн-интерполяции.

Популярность базисных сплайнов обусловлена экспериментально доказанной высокой точностью вычислительных операций до шестого порядка, т. е. до шестого знака после запятой в аппроксимационном расчете любого навигационного параметра [5]. При использовании в качестве эталона сплайновой визуализации аномального поля силы тяжести как варианта виртуального геофизического поля становится эффективной практическая реализация высокоточной корреляционно-экстремальной навигации при организации плавания на основе соблюдения принципа знания геометрии поля в виде трехмерной карты сплайнового профиля с ориентированием движения судна в соответствии с «гладкостью» по каждой электронной изолинии. Даже при определенной идеализации преимущество навигации по геофизическим полям Мирового океана заключается в абсолютной автономности морского перехода при полном абстрагировании судовождения от использования сигналов любых спутниковых систем. Развитие технологий производства телеуправляемых подводных аппаратов с возобновляемыми источниками энергии может позволить реализовать масштабную автоматизированную сеть океанографических измерений и тем самым практически осуществить концепцию корреляционно-экстремальной навигации на морских просторах в полном объеме перспективных возможностей [23].

### Обсуждение (Discussion)

С навигационной точки зрения использование резервных следящих систем, работающих в автономном режиме без привлечения внешних средств, по сути организует изолинейное плавание. Переход судна по любой траектории фактически выполняется по изолинии, что принципиально согласуется с концепцией навигационного пространства [24]. В соответствии с показаниями гирокопического или магнитного компаса, в сущности реализующего условие постоянства истинного курса, маршруты судна по путевым морским картам прокладываются по такой изолинии, как *локсодромия*, а океанские плавания обычно совершаются по другой изолинии — *ортодромии*.

Роль локсодромии является особенной в сравнении с другими изолиниями ввиду наличия преимуществ локсодромического плавания. Во-первых, необходимо учитывать главенствующую роль курсоуказателя, обеспечивающего ориентацию судна при плавании по локсодромии. Во-вторых, имеет место факт прямолинейности изображения локсодромии как линии пути на карте в меркаторской проекции, что является неоспоримым преимуществом при морском переходе. В связи с учетом двух указанных ранее обстоятельств локсодромия как изолиния постоянного курса в соотношении с изображением в виде прямой линии на меркаторской проекции представляет самостоятельный научный интерес. Дополнительным преимуществом изолинейного плавания на основе сплайновых технологий является быстрое действие вычислительных реализаций. При применении альтернативных алгоритмов в рамках байесовского подхода и калмановской фильтрации возникают трудности в процессе решения задачи корреляционно-экстремальной навигации в реальном времени [25]. При этом сплайновые аппроксимации действительно являются высокоскоростным средством решения различных навигационных задач, так как формат аппроксимированной функции определяет только объем памяти судового компьютера с предварительно рассчитанными сплайновыми коэффициентами и сеточными координатами для вычисления в масштабе реального времени значения навигационной функции по номеру сеточного интервала [10].

При изолинейном плавании математическая основа такой процедуры, как обсервация, эффективно реализуется на основе итерационного нахождения точки пересечения сплайновых изолиний, включая искаженные корректирующими поправками сложные изолинии [26], [27]. При апробировании сплайнового подхода с использованием соответствующего программного обеспечения бортового компьютера в эргономическом варианте в структуре навигационного автоматизированного ком-

плекса будущего измеряемые параметры изолинии по известным формулам могут быть типовым способом пересчитаны в географические координаты с целью постоянного позиционирования любого подвижного объекта в автономном режиме на специализированных электронных средствах мониторинга [28]. Изолинейность аналогично используется в интеллектуальной авионике для программирования автономного полета летательного аппарата [29].

Существующие алгоритмы обработки навигационной информации полностью опираются на априорные сведения, которые могут не соответствовать локальной ситуации измерений [30]. Представляется целесообразным сделать предположение о гипотетической возможности независимого контроля изолинейного перемещения судна при наличии на борту специальной аппаратуры, способной постоянно фиксировать основные значения параметров навигационной изолинии подобных «кривизне» и «кручению» [31]. Дополнительная мгновенная фиксация градиента приобретает особенно важное практическое значение. Обозначенные навигационные параметры в общепринятом в навигации смысле полностью характеризуют внутреннюю геометрию изолинии плавания судна. В ситуации применения сплайновой изолинии добавляется дополнительный параметр внутренней геометрии аппроксимированной изолинии — сплайновая «гладкость» [10] при фактической градиентной веерной ориентации. Параметрическое представление навигационной изолинии может составить фундаментальную основу для конструирования технического устройства с целью организации программированного изолинейного плавания судна при условии восстановления профиля характерной изолинии *методом сплайн-аппроксимации*. Важное практическое свойство вытекает из кусочного характера сплайна, который восстанавливает навигационную функцию конкретным сегментным полиномом в соответствии с условием «гладкости» на каждом участке разбиения аргумента.

Универсальность сплайн-функций обладает парадигмой прогнозирования в смысле возможности в перспективном аспекте организации программируемого плавания не только по изученным изолиниям, но и по новейшим изолиниям, которые могут появиться в будущем при технологических инновациях судовождения. Предлагаемый подход может быть использован как математическое обеспечение будущей автоматизированной системы судовождения с искусственным интеллектом в рамках концепции безэкипажного судовождения в стратегическом соответствии с проектом e-Navigation.

### Выводы (Summary)

Проведенное исследование возможности синтеза и компьютерной визуализации фрагмента геофизического поля на методах сплайн-функций позволяет сделать следующие выводы:

1. Математический алгоритм двумерной  $B$ -сплайновой аппроксимации адаптирован под моделирование геофизического профиля.
2. В алгоритме реализован целевой квадратичный функционал, учитывающий рассогласование моделируемой геофизической поверхности с измерительными данными эксперимента.
3. Выполнено трехмерное визуализированное представление цифровой модели фрагмента геофизического поля на основе базисных финитных сплайнов.
4. Разработаны прикладные программы, объединенные пользовательским интерфейсом в турбо-паскалевской компьютерной «оболочке» под задачу синтеза и визуализации фрагментов геофизических профилей.
5. Сделан прогноз о возможности практического применения теории сплайн-функций к организации программируемого плавания по новейшим изолиниям, которые могут появиться в будущем при технологических инновациях судовождения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тхоренко М. Ю. Синтез и анализ алгоритмов навигации по измерениям магнитного поля: дис. ... канд. техн. наук / М. Ю. Тхоренко. — М., 2019. — 107 с.

2. Дунаевская К. В. Исследование метода вычисления текущей характеристики точности в задаче навигации по картам геофизических полей / К. В. Дунаевская, Л. В. Киселев, В. Б. Костоусов // Гироскопия и навигация. — 2021. — Т. 29. — № 1 (112). — С. 52–69. DOI: 10.17285/0869-7035.0056.

3. Karshakov E. V. Navigation in the field of a point magnetic dipole from measurements of the field gradient parameters / E. V. Karshakov, A. K. Volkovitskii, B. V. Pavlov // 2018 14th International Conference "Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems" (Pyatnitskiy's Conference)(STAB). — IEEE, 2018. — Pp. 1–3. DOI: 10.1109/STAB.2018.8408362.

4. Volkovitskii A. K. Application of Magnetic Gradiometers to Control Magnetic Field of Moving Object / A. K. Volkovitskii, E. V. Karshakov, M. Yu. Tkhorenko, B. V. Pavlov // Automation and Remote Control. — 2020. — Vol. 81. — Is. 2. — Pp. 333–339. DOI: 10.1134/S0005117920020113.

5. Ююкин И. В. Применение метода сплайн-функций при компьютерной визуализации подводного рельефа / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 1. — С. 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.

6. Stepanov O. A. Navigation informativity of geophysical fields in map-aided navigation / O. A. Stepanov, A. S. Nosov, A. V. Toropov // 2017 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS). — IEEE, 2017. — Pp. 1–19. DOI: 10.1109/InertialSensors.2017.8171509.

7. Дешнер А. И. Анализ и синтез алгоритмов высокоточной морской навигации по геофизическим полям: дис. ... канд. техн. наук / А. И. Дешнер. — Владивосток, 2004. — 122 с.

8. Розенбаум А. Н. Сплайн-интерполяция в минимаксной фильтрации для решения задач навигации по геофизическим полям Мирового океана / А. Н. Розенбаум, А. И. Дешнер // Вестник Астраханского государственного технического университета. — 2009. — № 2. — С. 65–72.

9. Дунаевская К. В. Оценка ошибок корреляционно-экстремальной навигации по карте аномалий силы тяжести на основе траекторных измерений с борта автономного подводного робота / К. В. Дунаевская, Л. В. Киселев, В. Б. Костоусов, А. Е. Тарханов // Подводные исследования и робототехника. — 2020. — № 1 (31). — С. 13–20. DOI: 10.37102/24094609.2020.31.1.002.

10. Ююкин И. В. Оптимизация моделирования навигационной изоповерхности методами базисных финитных сплайнов / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 2. — С. 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.

11. Ююкин И. В. Поиск ошибок в базе навигационных данных методом визуализации сплайновой изоповерхности / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 3. — С. 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.

12. Dmitriev V. I. The Regularized Spline (R-Spline) Method for Function Approximation / V. I. Dmitriev, J. G. Ingtem // Computational Mathematics and Modeling. — 2019. — Vol. 30. — Is. 3. — Pp. 198–206. DOI: 10.1007/s10598-019-09447-w.

13. Ююкин И. В. Навигационное использование e-Lozan в модификации с методом сплайн-функций / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 4. — С. 703–715. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-4-703-715.

14. Ebrahimi A. A composite iterative procedure with fast convergence rate for the progressive-iteration approximation of curves / A. Ebrahimi, G. B. Loghmani // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2019. — Vol. 359. — Pp. 1–15. DOI: 10.1016/j.cam.2019.03.025.

15. Bogdanov V. V. Shape-Preservation Conditions for Cubic Spline Interpolation / V. V. Bogdanov, Y. S. Volkov // Siberian Advances in Mathematics. — 2019. — Vol. 29. — Is. 4. — Pp. 231–262. DOI: 10.3103/S1055134419040011.

16. Zhang Y. B-Spline Surface Fitting with Knot Position Optimization / Y. Zhang, J. Cao, Z. Chen, X. Li, X. M. Zeng // Computers and Graphics. — 2016. — Vol. 58. — Pp. 73–83. DOI: 10.1016/j.cag.2016.05010.

17. Bogdanov V. V. Near-optimal tension parameters in convexity preserving interpolation by generalized cubic splines / V. V. Bogdanov, Y. S. Volkov // Numerical Algorithms. — 2021. — Vol. 86. — Is. 2. — Pp. 833–861. DOI: 10.1007/s11075-020-00914-9.

18. Volkov Y. S. De Boor-Fix functionals and Hermite boundary conditions in the polynomial spline interpolation problem / Y. S. Volkov // European Journal of Mathematics. — 2021. — Vol. 7. — Is. 1. — Pp. 396–403. DOI: 10.1007/s40879-020-00406-z.

19. Ююкин И. В. Модификация метода наименьших квадратов для сплайн-аппроксимации навигационной изоповерхности / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота

имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 4. — С. 631–639. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-4-631-639.

20. Kiselev L. V. Computational Models of Trajectory Investigation of Marine Geophysical Fields and Its Implementation for Solving Problems of Map-Aided Navigation / L. V. Kiselev, V. B. Kostousov, A. V. Medvedev, A. E. Tarkhanov, K. V. Dunaevskaya // *Advanced in Systems Science and Applications*. — 2020. — Vol. 20. — № 4. — Pp. 45–59. DOI: 10.25728/assa2020.20.4.972.

21. Kiselev L. V. Selected Features of Autonomous Underwater Robot Dynamics under Near-Bottom Equidistant Motion Control / L. V. Kiselev, A. V. Medvedev // *Gyroskopy and Navigation*. — 2019. — Vol. 10. — Is. 2. — Pp. 90–98. DOI: 10.1134/S2075108719020044.

22. Medvedev A. Dynamic models for trajectory survey and mapping of local physical fields of the ocean with autonomus underwater vehicle / A. Medvedev, L. Kiselev, A. Tolstonogov // *2017 IEEE Underwater Technology (UT)*. — IEEE, 2017. — Pp. 1–6. DOI: 10.1109/UT.2017.7890327.

23. Kiselev L. V. Autonomous underwater robot as an ideal platform for marine gravity surveys / L. V. Kiselev, A. V. Medvedev, V. B. Kostousov, A. E. Tarkhanov // *2017 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. — IEEE, 2017. — Pp. 605–608. DOI: 10.23919/ICINS.2017.7995685.

24. Ююкин И. В. Аппроксимация геоида методами сплайн-функций / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2020. — Т. 12. — № 2. — С. 262–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-262-271.

25. Stepanov O. A. A Map-Aided Navigation Algorithm without Preprocessing of Field Measurements / O. A. Stepanov, A. S. Nosov // *Gyroskopy and Navigation*. — 2020. — Vol. 11. — Is. 2. — Pp. 162–175. DOI: 10.1134/S207510872002008X.

26. Ююкин И. В. Сплайн-интерполяция навигационных изолиний / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2019. — Т. 11. — № 6. — С. 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036.

27. Ююкин И. В. Синтез кубическими сплайнами искаженной изолинии в аспекте использования дифференциального режима спутниковой навигации / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2021. — Т. 13. — № 3. — С. 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358.

28. Козис Д. В. Построение динамических моделей функционирования комплекса пилатажно-навигационного оборудования летательных аппаратов: дис. ... канд. техн. наук / Д. В. Козис. — СПб., 2006. — 152 с.

29. Karshakov E. V. Aeromagnetic Gradiometry and Its Application to Navigation / E. V. Karshakov, M. Y. Tkhorenko, B. V. Pavlov // *Automation and Remote Control*. — 2018. — Vol. 79. — Is. 5. — Pp. 897–910. DOI: 10.1134/S0005117918050107.

30. Ююкин И. В. Интерполяция навигационной функции сплайном лагранжева типа / И. В. Ююкин // *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. — 2020. — Т. 12. — № 1. — С. 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.

31. Вульфович Б. А. Основы общей теории навигационных изолиний: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Б. А. Вульфович. — Л., 1975. — 43 с.

## REFERENCES

1. Tkhorenko, Maksim Yu. *Sintez i analiz algoritmov navigatsii po izmereniyam magnitnogo polya*. PhD Diss. M., 2019.

2. Dunaevskaya, K. V., L. V. Kiselev, and V. B. Kostousov. “Study of a method for calculating the current accuracy in map-aided navigation problem.” *Gyroskopy and Navigation* 29.1(112) (2021): 52–69. DOI: 10.17285/0869-7035.0056.

3. Karshakov, E. V., A. K. Volkovitsky, and B. V. Pavlov. “Navigation in the field of a point magnetic dipole from measurements of the field gradient parameters.” *2018 14th International Conference “Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems” (Pyatnitskiy’s Conference)(STAB)*. IEEE, 2018. DOI: 10.1109/STAB.2018.8408362.

4. Volkovitskii, Andrey K., Evgeniy V. Karshakov, Maksim Yu. Tkhorenko, and Boris V. Pavlov. “Application of Magnetic Gradiometers to Control Magnetic Field of Moving Object.” *Automation and Remote Control* 81.2 (2020): 333–339. DOI: 10.1134/S0005117920020113.

5. Yuyukin, Igor V. “Application of the spline-functions method in computer visualization of underwater relief.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.1 (2021): 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.
6. Stepanov, Oleg A., Alexey S. Nosov, and Anton B. Toropov. “Navigation informativity of geophysical fields in map-aided navigation.” *2017 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*. IEEE, 2017. DOI: 10.1109/InertialSensors.2017.8171509.
7. Dешнер, Andrey I. *Analiz i sintez algoritmov vysokotochnoy morskoy navigatsii po geofizicheskim polyam*. PhD Diss. Vladivostok, 2004.
8. Rozenbaum, Anatoly N., and Andrey I. Dешнер. “Spline interpolation in minimax filtration for solution navigation tasks of geophysical fields of the world ocean.” *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Marine engineering and technologies* 2 (2009): 65–72.
9. Dynaevskaya, K. V., L. V. Kiselev, V. B. Kostousov, and A. E. Tarhanov. “Accuracy evaluation of the correlation-extreme navigation system according to a local gravity map based on trajectory measurements made by on autonomous underwater vehicle.” *Underwater research and robotics* 1(31) (2020): 13–20. DOI: 10.37102/24094609.2020.31.1.002.
10. Yuyukin, Igor V. “Optimization of navigational isosurface simulation by the methods of basic finite splines.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.2 (2019): 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.
11. Yuyukin, Igor V. “Search for errors in the base of navigation data by the method of spline isosurface visualization.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.3 (2020): 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.
12. Dmitriev, Vladimir I., and Jennie G. Ingtem. “The Regularized Spline (R-Spline) Method for Function Approximation.” *Computational Mathematics and Modeling* 30.3 (2019): 198–206. DOI: 10.1007/s10598-019-09447-w.
13. Yuyukin, Igor V. “Navigational use of e-Loran in modification with spline functions method.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.4 (2020): 703–715. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-4-703-715.
14. Ebrahimi, Alireza, and Ghasem Barid Loghmani. “A composite iterative procedure with fast convergence rate for the progressive-iteration approximation of curves.” *Journal of Computational and Applied Mathematics* 359 (2019): 1–15. DOI: 10.1016/j.cam.2019.03.025.
15. Bogdanov, Vladimir Vasil’evich, and Yuriy Stepanovich Volkov. “Shape-Preservation Conditions for Cubic Spline Interpolation.” *Siberian Advances in Mathematics* 29.4 (2019): 231–262. DOI: 10.3103/S1055134419040011.
16. Zhang, Yuhua, Juan Cao, Zhonggui Chen, Xin Li, and Xiao-Ming Zeng. “B-Spline Surface Fitting with Knot Position Optimization.” *Computers and Graphics* 58 (2016): 73–83. DOI: 10.1016/j.cag.2016.05010.
17. Bogdanov, Vladimir V., and Yuriy S. Volkov. “Near-optimal tension parameters in convexity preserving interpolation by generalized cubic splines.” *Numerical Algorithms* 68.2 (2021): 833–861. DOI: 10.1007/s11075-020-00914-9.
18. Volkov, Yuriy S. “De Boor-Fix functionals and Hermite boundary conditions in the polynomial spline interpolation problem.” *European Journal of Mathematics* 7.1 (2021): 396–403. DOI: 10.1007/s40879-020-00406-z.
19. Yuyukin, Igor V. “Modification of the least squares method for spline approximation of navigational isosurface.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.4 (2019): 631–639. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-4-631-639.
20. Kiselev, Lev V., Victor B. Kostousov, Andrei V. Medvedev, Alexander E. Tarkhanov, and Kristina V. Dynaevskaya. “Computational Models of Trajectory Investigation of Marine Geophysical Fields and Its Implementation for Solving Problems of Map-Aided Navigation.” *Advanced in Systems Science and Applications* 20.4 (2020): 45–59. DOI: 10.25728/assa2020.20.4.972.
21. Kiselev, Lev V., and Andrei V. Medvedev. “Selected Features of Autonomous Underwater Robot Dynamics under Near-Bottom Equidistant Motion Control.” *Gyroskopy and Navigation* 10.2 (2019): 90–98. DOI: 10.1134/S2075108719020044.
22. Medvedev, Andrei, Lev Kiselev, and Anton Tolstonogov. “Dynamic models for trajectory survey and mapping of local physical fields of the ocean with autonomous underwater vehicle.” *2017 IEEE Underwater Technology (UT)*. IEEE, 2017. DOI: 10.1109/UT.2017.7890327.
23. Kiselev, Lev V., Andrei V. Medvedev, Victor B. Kostousov, and Alexander E. Tarkhanov. “Autonomous underwater robot as an ideal platform for marine gravity surveys.” *2017 24th Saint Petersburg International*

*Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. IEEE, 2017. 605–608. DOI: 10.23919/ICINS.2017.7995685.

24. Yuyukin, Igor V. “Geoid approximation by spline functions methods.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.2 (2020): 262–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-262-271.

25. Stepanov, Oleg A., and Alexey S. Nosov. “A Map-Aided Navigation Algorithm without Preprocessing of Field Measurements.” *Gyroskopy and Navigation* 11.2 (2020): 162–175. DOI: 10.1134/S207510872002008X.

26. Yuyukin, Igor V. “Spline interpolation of navigational isolines.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.6 (2019): 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036.

27. Yuyukin, Igor V. “Cubic splines synthesis of a distorted isoline in the aspect of using differential mode of satellite navigation.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.3 (2021): 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358.

28. Kozis, Dmitriy V. Postroenie dinamicheskikh modeliy funktsionirovaniya kompleksa pilotazhno-navigatsionnogo oborudovaniya letatel'nykh apparatov. PhD Diss. SPb., 2006.

29. Karshakov, Evgeny V., Maksim Yu. Tkhorenko, and Boris V. Pavlov. “Aeromagnetic Gradiometry and Its Application to Navigation.” *Automation and Remote Control* 79.5 (2018): 897–910. DOI: 10.1134/S0005117918050107.

30. Yuyukin, Igor V. “Interpolation of navigational function by lagrange type spline.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.1 (2020): 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.

31. Vulfovich, Boris A. Osnovy obshey teorii navigatsionnykh izolinii. Abstract of Dr. Diss. L., 1975.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

**Ююкин Игорь Викторович** —  
кандидат технических наук, доцент  
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала  
С. О. Макарова»  
198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург,  
ул. Двинская, 5/7  
e-mail: [enigma\\_777@mail.ru](mailto:enigma_777@mail.ru), [kaf\\_nav@gumrf.ru](mailto:kaf_nav@gumrf.ru)

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

**Yuyukin, Igor V.** —  
PhD, associate professor  
Admiral Makarov State University of Maritime  
and Inland Shipping  
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,  
Russian Federation  
e-mail: [enigma\\_777@mail.ru](mailto:enigma_777@mail.ru), [kaf\\_nav@gumrf.ru](mailto:kaf_nav@gumrf.ru)

Статья поступила в редакцию 3 июня 2021 г.  
Received: June 3, 2021.