

DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-1-25-39

SPLINE SYNTHESIS OF THE CHARTED REFERENCE OF THE FIELD INFORMATIVITY IN MISSION OF CORRELATION-EXTREME NAVIGATION

I. V. Yuyukin

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,
St. Petersburg, Russian Federation

The paper focuses on the understanding of informativity as a measure that determines the effectiveness of using the geophysical field to obtain a position fixing. The factology of map-aided navigation is revealed as a sequence of instantaneous comparison of navigation measurements with the standard of informativity of field stored in the memory of the on-board computer. Correlation-extreme navigation is synchronized with the parallel task of organizing an informative path as the best optimal trajectory of movement in three-dimensional space when following a marine mobile object in a given direction, taking into account restrictive obstacles. An explanation of the understanding of innovative navigation as a “binding” of measurements to a standard based on the search for the global extremum of the functional of correlational comparison of the measured fragment with the informativity of the geophysical field chart is given. The navigation process is interpreted into an extreme task of route planning as a tactical spline method of the roadmap in a conflict environment, taking into account the factor of avoiding navigational hazards. The assumption on developing the technology of correlation-extreme navigation using the methods of spline functions as a realization of the practical navigability of a perspective concept in the full scope of the progressive capabilities of an autonomous project is made. In the development of the idea of correlation-extreme navigation, a three-dimensional synthesis of a geophysical field fragment based on reproduced digital values from an isolines contour chart is implemented to create a hybrid B-spline approximation of a possible reference standard of informativity. The disadvantages of traditional methods of processing navigation information in the project of correlation-extreme navigation are analyzed. It is noted that the spline algorithm is mathematically devoid of the «curse of dimensionality» phenomenon as the main difficulty in achieving the speed of computational implementations of alternative methods of nonlinear filtering. The hypothesis of the possibility of using the proposed approach as a mathematical support for the future automated navigation system with artificial intelligence within the framework of the unmanned navigation concept in accordance with the e-Navigation project is put forward.

Keywords: informativity, map-aided navigation, informative path, optimal trajectory, the spline method of the roadmap, navigability, «the curse of dimensionality».

For citation:

Yuyukin, Igor V. “Spline synthesis of the charted reference of the field informativity in mission of correlation-extreme navigation.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 14.1 (2022): 25–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-1-25-39.

УДК 656.61.052 656

СПЛАЙНОВОЕ СИНТЕЗИРОВАНИЕ КАРТОГРАФИРОВАННОГО ЭТАЛОНА ИНФОРМАТИВНОСТИ ПОЛЯ В ЗАДАЧЕ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ

И. В. Ююкин

ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе акцентировано внимание на понимании информативности как меры, определяющей эффективность использования геофизического поля для получения обсервации. Раскрыта фактология навигации с коррекцией по карте как последовательность мгновенных сопоставлений навигационных измерений с эталоном информативности поля, хранящемся в памяти бортового компьютера. Корреляционно-экстремальная навигация синхронизирована с параллельной задачей организации информативного маршрута как наилучшей оптимальной траектории движения в трехмерном пространстве при следовании морского

подвижного объекта в заданном направлении с учетом ограничительных препятствий. Дано объяснение понимания инновационной навигации как «привязки» измерений к эталону на основе поиска глобального экстремума функционала корреляционного сравнения измеренного фрагмента с информативностью карты геофизического поля. Процесс судовождения интерпретирован в экстремальную задачу планирования маршрута как тактического сплайн-метода дорожной карты в конфликтной среде при учете фактора уклонения от навигационных опасностей. Сделано предположение о развитии технологии корреляционно-экстремальной навигации с применением методов сплайн-функций как реализации практической пригодности к навигации перспективной концепции в полном объеме прогрессивных возможностей автономного проекта. В развитие идеи корреляционно-экстремальной навигации реализовано трехмерное синтезирование фрагмента геофизического поля на основе репродуцированных цифровых значений с контурной карты изолиний для создания гибридным методом В-сплайновой аппроксимации возможного опорного эталона информативности. Проанализированы недостатки традиционных методов обработки навигационной информации в проекте корреляционно-экстремальной навигации. Отмечается, что сплайновый алгоритм по математической конфигурации лишен феномена «проклятия размерности» как основной трудности достижения быстродействия вычислительных реализаций альтернативных методов нелинейной фильтрации. Выдвинута гипотеза возможности использования предлагаемого подхода в качестве математического обеспечения будущей автоматизированной системы судовождения с искусственным интеллектом в рамках концепции безэкипажного судоходства в соответствии с проектом e-Navigation.

Ключевые слова: информативность, навигация с коррекцией по карте, информативный маршрут, оптимальная траектория, сплайн-метод дорожной карты, пригодность к навигации, «проклятие размерности».

Для цитирования:

Ююкин И. В. Сплайновое синтезирование картографированного эталона информативности поля в задаче корреляционно-экстремальной навигации / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2022. — Т. 14. — № 1. — С. 25–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-1-25-39.

Введение (Introduction)

Инновационный подход корреляционно-экстремальной навигации основан на мгновенном сопоставлении полученных измерений навигационного поля с априорной информацией о нем, хранящейся в оперативной памяти бортового компьютера. Фактически модифицированный процесс навигации движущегося объекта реализуется как многократно повторяющаяся задача так называемой «привязки» измерительного фрагмента к эталону картографированного поля или поиска схожего профиля поля, зафиксированного бортовой аппаратурой в процессе движения, с геометрически замкнутой географической областью. Задача корреляционно-экстремальной навигации, в конечном счете, сводится к совмещению двух изображений при автоматическом определении максимальной степени близости текущего измерительного изображения к опорному эталону навигационного поля [1]. Под информативностью понимается мера, определяющая эффективность использования изотропного поля для вычисления координат местоположения транспортного средства [2]. Характеристики информативности поля могут служить в качестве показателей, определяющих возможность использования данных измерений физических параметров для решения навигационной задачи на основе использования метода корреляционно-экстремальной навигации [3].

Применение картографированной информативности в целях навигации реализуется при наличии на борту носителя эталонной карты зоны коррекции геофизического поля. Бортовой измеритель сканирует фрагмент поля в виде последовательности отсчетов физических данных с постоянным шагом вдоль траектории. Непосредственная задача метода коррекции состоит в том, чтобы путем «привязки» измеренного фрагмента поля к эталонной карте уточнить географические координаты. «Привязка» измерений производится методом поиска максимального или минимального экстремума некоторого функционала сравнения измеренного фрагмента с эталоном, полученным из информативности карты геофизического поля для подтверждения гипотез об искомых навигационных параметрах.

Информативность может быть определена для отдельной точки, плоской кривой или траектории и некоторой площади характерной поверхности стохастической природы. Эффективным

образом информативность поля, характеризующегося неоднородностью по разным направлениям, может быть представлена в виде карты. Картографирование позволяет выделить области поля, пригодные для целей навигации с дальнейшим их использованием для выбора информативного маршрута транспортного средства [4]. Понятие *информативности поля* не позволяет, например, использовать в целях навигации однородную морскую поверхность, препятствующей осуществлению «привязки» по координатам любого подвижного объекта. Задачу анализа информативности поля можно свести к поиску областей с «веером» различных направлений градиентов, чтобы результирующая матрица, формируемая при градиентном подходе, была обратимой и хорошо обусловленной [5].

Следовательно, параллельно с процессом навигации по геофизическому полю осуществляется сопутствующая задача организации информативного маршрута как наилучшей оптимальной траектории движения в трехмерном пространстве при стратегическом следовании объекта в заданном направлении с учетом ограничительных препятствий [6], [7]. Трактовка оптимальности траектории д-ра физ.-мат. наук, проф., акад. РАН В. И. Бердышева как уклонение от областей влияния и теневых секторов нахождения недружественного наблюдателя при следовании движущегося объекта по запланированному пути аналогичным образом согласуется с проработкой перехода судна при обязательности условия устранения принципиальной возможности прохождения зон мелководья или районов военных учений, определяемого судоводителем при подъеме морской карты.

Выбор информативной траектории напрямую связан с анализом навигационной информативности. При этом линия оптимального пути с позиций *теории аппроксимации* должна быть «гладкой» кривой класса C^2 , что означает двойную успешность функциональной дифференцируемости [8]–[10]. Эффективный способ устранения осцилляций синтезированной изолинии заключается в построении составной кривой, в которой кусочные полиномы низкой степени последовательно применяются для интерполяции групп характерных точек. Полученная в результате кусочно-полиномиальная функция в идеальном варианте будет непрерывной, но в общем случае может иметь разрывы производных в точках соединения последовательных сплайновых сегментов.

Идея корреляционно-экстремальной навигации на примере потенциального поля с одновременным поиском и построением безопасной интерактивной траектории навигации по информативному маршруту наглядно представлена на рис. 1 [11].

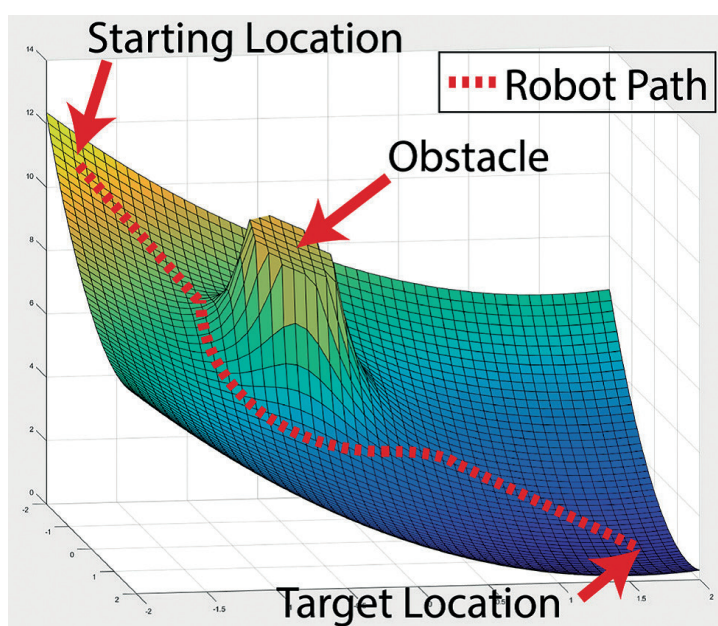


Рис. 1. Процесс корреляционно-экстремальной навигации с синхронным поиском интерактивной траектории движения объекта

Основой для построения «гладкого» пути может быть не ломаная, а «коридор», который выбирают так, что в нем отсутствуют препятствия [12]. Характеристика оптимальной по «гладкости» траектории фокусируется на обязательном прохождении движущегося объекта внутри заданного «коридора» по наилучшему маршруту в удалении от недружественных наблюдателей [13]. Аналогично в ЭКНИС формируется электронный маршрут перехода в коридоре безопасности от столкновений с навигационными препятствиями и тактическими границами дистанции бокового отклонения как величины допустимого смещения судна в перпендикулярном направлении от проложенной линии пути. В качестве маршрутного «коридора» может быть эффективно использована кусочно-гладкая «оболочка» на основе конфигураций кубических сглаживающих B -сплайнов [14], [10], [15].

Для морского потребителя значимость представляют не технические точностные характеристики следящей системы, а реальная геометрия взаимного соотношения местоположения и навигационных опасностей по маршруту следования судна для гарантированного прохождения препятствий в заданном маршрутном «коридоре» при полном соответствии с концепцией *хорошей морской практики*. Экстремальные задачи планирования маршрута движущегося объекта в конфликтной среде при учете фактора геометрической наблюдаемости логичным образом преобразуются в задачу судовождения как определение безопасной тактики движения судна при переходе морем в ситуации уклонения от навигационных опасностей.

Принципиально в целях навигации могут быть использованы информационные поля различной физической природы: магнитное или гравитационное поле Земли, поля оптического, радиолокационного или радиотеплового яркостных контрастов естественных покровов и искусственных ландшафтов, поле высот, поле характеристик пространственного положения объектов подстилающей поверхности, радионавигационное поле спутниковых систем навигации, рельефометрическое поле [16], [17].

Под корреляционно-экстремальной доктриной понимаются системы обработки информации как реализации целевой функции, предназначенной для определения координат движения. Для формирования экстремума традиционно используется корреляционное свойство достижения максимума при нулевом значении аргументов. Практическое применение исследуемого помехоустойчивого подхода автоматически создает проблему эффективного синтеза математической модели геофизического поля как базовой основы обеспечения корреляционно-экстремальной навигации.

Картографирование эталона информативности поля на основе кусочной аппроксимации автоматически обеспечивает экономную организацию цифровой базы модельных данных эталона поля. Оптимальные результаты могут быть достигнуты с помощью кубических B -сплайнов, обеспечивающих благодаря конструктивной особенности базисной структуры «функций-крыш» четырехкратное сжатие массивов данных по сравнению с традиционными методами [18].

Необходимо учитывать, что метод обработки навигационной информации на основе сплайн-функций не гарантирует автоматическую надежность спутниковых обсерваций в условиях преднамеренных помех, спуфинга и локальной недоступности спутниковых сигналов [1], [16]. Кардинальное решение указанной проблемы возможно только за счет использования средств судовождения, основанных на иных принципах работы [19]. Представляется целесообразным для эффективного решения данной задачи использовать новые возможности автономной корреляционно-экстремальной навигации с целью обеспечения максимальной точности определения местоположения подвижного объекта в любых обстоятельствах неопределенности спутниковых систем [20].

Применение изолинейного плавания позволяет автоматически решить проблему использования множественности референц-эллипсоидов при системном отсутствии практической необходимости работы с классической морской картой [21]. Таким образом, автономная навигация по геофизическим полям является перспективным направлением альтернативы спутниковой навигации. В практической реализации синтеза картографического эталона информативности поля корреляционно-экстремальной навигации сформулированы следующие задачи:

1. Аналитический обзор проблематики сопутствующей задачи корреляционно-экстремальной навигации по формированию оптимальной траектории сплайн-пути мобильного объекта.
2. Математическая адаптация к задаче корреляционно-экстремальной навигации алгоритма *двумерной B-сплайновой аппроксимации* с целью моделирования эталона информативности поля любой природы.
3. Применение эмпирического критерия по методу наименьших квадратов для учета рассогласования синтезируемой топографии с дискретной измерительной информацией датчиков поля при их сопоставлении.
4. Трехмерное виртуальное представление цифровой модели геофизического поля на основе базисных финитных сплайнов.
5. Разработка прикладной паскаль-программы применительно к задаче компьютерной визуализации эталонной информативности.
6. Рассмотрение теоретической возможности практического применения теории сплайн-функций к приближению новейших структур информационного поля для организации автономного изолинейного плавания, внедрение которых в навигацию будущего связано с прогрессивным развитием технических средств судовождения.

Методы и материалы (Methods and Materials)

Оптимальная точность корреляционно-экстремальной навигационной системы (КЭНС) в условиях современности составляет 100 м [22]. Задача наилучшей аппроксимации карты поля с точки зрения финальной точности позиционирования движущегося объекта играет первостепенную роль в новом способе навигации. Эффективным аппроксиматором необходимо признать широкий класс сплайн-функций, обеспечивающих потерю точности корреляционного сопоставления эталонного и полученного в результате инструментальных измерений представления геофизического поля на 15–20 % меньше по сравнению с альтернативными математическими методами [23], [24]. Применимость сплайновой технологии к исследуемой проблеме апробирует способ морской навигации по геофизическим полям с масштабированным восстановлением априорных виртуальных карт на основе двумерного метода *B-сплайновой аппроксимации* для эталонного сравнения с фрагментарными бортовыми измерениями.

Оптимизация геометрии поверхностей *B-сплайнов* выражается в возможности локальной сопоставимости с любой сложной областью навигационного поля путем формирования пространственного изгиба без искажений, растяжения или разрыва. Дважды дифференцируемые кусочно бикубические финитные поверхности являются одинарно изогнутыми. Это означает, что *Гауссова кривизна* в каждой точке равна нулю [25]. Плавность «склейки» полиномиальных патчей выступает в качестве минимизатора регулярной комбинаторики, что является предпочтительным вариантом в проекте архитектурного дизайна картографированного эталона информативности корреляционно-экстремальной навигации.

Требование точности приближения *B-сплайновой* изоповерхности к сложному профилю геофизического поля действует как регулятор для реализации задачи оптимизации, формулируемой с помощью кусочных полиномиальных энергий упругого сжатия в физическом понимании. Предлагаемый метод *B-сплайновой аппроксимации* задает меньшие экстремумы кривизны поверхности при ее аналогичной дифференциальной непрерывности, что концептуально обеспечивает сглаживающий эффект [26]. Сбалансированное сочетание изогеометрических ограничений при оптимальной расстановке фиксированных узловых точек позволяет избежать ожидаемых вырожденных результатов.

Двумерный базисный сплайн как минимум один раз является непрерывно дифференцируемым по каждой из переменных с обеспечением гладкой «склейки» соседних каркасных ячеек между собой до непрерывности производной, на единицу меньшей, чем степень сплайна. Если взять всевозможные произведения финитных сплайнов по координатным осям $B_{i,k}(\varphi)$ и $B_{j,m}(\lambda)$, то двумерный *B-сплайн* класса гладкости $C^{k-1,m-1}$ может быть скомплексирован как однозначное представление в виде

$$S(\varphi, \lambda) = \sum_{i=-k}^{g+k+1} \sum_{j=-m}^{h+m+1} B_{i,k}(\varphi) B_{j,m}(\lambda) C_{i,j}, \quad (1)$$

где k, m — степени B -сплайна по координатным осям широты φ и долготы λ соответственно;
 g, h — максимальное количество узлов на сеточных интервалах широты j и долготы i ;
 $B_{i,k}(\varphi), B_{j,m}(\lambda)$ — «шапочные» функции базисного сплайна;
 $C_{i,j}$ — матрица подлежащих математическому определению скалярных сплайновых коэффициентов.

В силу универсальности сплайн-функций исследуемый математический аппарат синтеза картографического эталона информативности геофизического поля в задаче корреляционно-экстремальной навигации апробирован аналогичными приложениями для решения различных важных навигационных задач: компьютерной визуализацией подводного рельефа судоходного прол. Чатем в морской зоне Аляски, восстановления района аномальной силы тяжести в Японском море, реализации сплайновой альтернативы множественности использования референц-эллипсоидов в судовождении и аппроксимации фрагмента геоидной изоповерхности [21], [27], [28].

В стратегии корреляционно-экстремальной навигации особую актуальность приобретают проблемы разработки методов дорожной карты на основе методов сплайн-функций как планирования тактики движения мобильного объекта [29]–[31]. Многокритериальный поиск безопасного сплайн-пути может быть определен эффективным образом на основе алгоритма кубических B -сплайнов, позволяющего избежать избыточной сложности кусочных аппроксимаций и одновременно в полном объеме сконфигурировать глобальное планирование маршрута следования [32].

Использование базисной конгломерации позволяет добиться «гладкого» изменения кривизны линии маршрута при пяти сеточных точках на каждом кусочном полиноме третьей степени. На рис. 2 наглядно продемонстрировано единичное представление компактного носителя из пяти опорных точек для кубического B -сплайна [33].

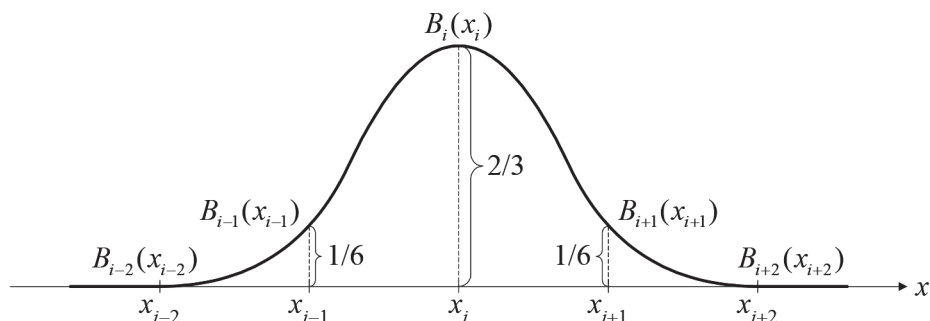


Рис. 2. Пятикратный узловый полигон кубического B -сплайна

При синтезировании сложных изолиний и изоповерхностей может возникнуть необходимость локальной модификации аппроксиматора для точного решения поставленной задачи. Базисные финитные функции позволяют выполнить трансформацию многозвенной структуры. Кубический B -сплайн может быть повторно выражен в виде разложения на набор *многочленов Бернштейна* на каждом пятикратном узловом полигоне сеточных контрольных точек альтернативным способом [34]. Пять опорных точек, характеризующих кубический B -сплайн, алгоритмически минимизированы до числа базовых точек данного интерполянта, что непосредственно упрощает процесс оптимизации интерполяции [35].

Геометрическое преимущество изолинии, построенной при помощи B -сплайнов третьей степени, заключается в том, что изменение одной из характеристических точек линии равного значения навигационного параметра вызывает изменение только четырех последовательных сегментов кривой, что означает возможность корректировки общей формы без изменения всей изолинии. При этом необходимо учитывать, что базисный сплайн представляет собой вторичную абстракцию

по отношению к оригинальной изолинии [36]. Ассоциированный финитный сплайн, синтезирующий по пяти дискретным данным в каждом элементе сплайнного набора искусственную кусочную конструкцию, не является непосредственно фактическим фрагментом интерполируемой кривой, но при этом он формирует максимально близкую к реальности навигационную изолинию. Именно *B*-сплайн обеспечивает последовательное соединение фрагментарных носителей без резких функциональных изменений и разрывов, что формирует «склеенную» сплайн-траекторию в гомотопическом пространстве запланированного пути [37].

Согласованность смоделированных и измеренных значений профиля геофизического поля можно определить при помощи практического критерия оптимизации:

$$\sum_{q=1}^g \sum_{r=1}^h \left[F_{q,r} - \sum_{i=-k}^{g+k+1} \sum_{j=-m}^{h+m+1} B_{i,k}(\varphi_q) B_{j,m}(\lambda_r) C_{i,j} \right]^2 \leq S, \quad (2)$$

где S — эмпирический параметр сглаживания особенностей геофизического поля.

Интуитивное определение пользователем в интерактивном режиме числовой реализации S из выражения (2) является эмпирическим компромиссом между точностью синтеза геометрии информационного поля и правдоподобием трехмерной визуализации геофизического поля.

В результате вычислений решение системы алгебраических уравнений реализуется на основе модифицированного метода наименьших квадратов для сплайн-аппроксимации навигационной изоповерхности [38].

Развитие технологии корреляционно-экстремальной навигации по геофизическому полю с применением методов сплайн-функций реализует практическую востребованность инновационной концепции в полном объеме перспективных возможностей автономного проекта.

Результаты (Results)

Суть рассматриваемого подхода можно пояснить на примере корреляционно-экстремальной навигации необитаемого подводного аппарата при использовании в качестве эталона характеристик информативности аномального поля силы тяжести в виде рельефной карты, служащей для сравнения с данными гравиметрических измерений с борта роботизированного устройства в целях автономного определения местоположения [39].

На рис. 3 приведен фрагмент контурной карты изолиний геофизического поля, который в трехмерной компьютерной визуализации может быть использован аналогично ситуации с подводным роботом в виде эталона информативности в КЭНС [2]. Существующая изменчивость геофизического поля обследуемого района характеризуется наличием двух выраженных аномальных участков в виде возвышенности (бирюзово-желтые концентрические изолинии) и ложбины (сине-фиолетовые концентрические изолинии).

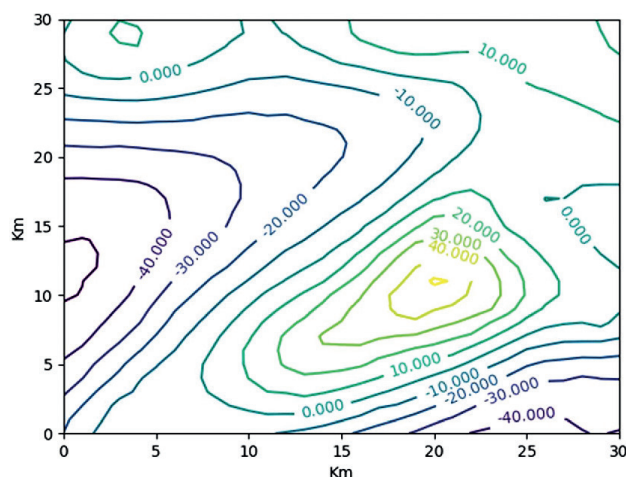


Рис. 3. Фрагмент контурной карты изолиний геофизического поля

Цифровая модель фрагмента размерностью 30×30 км для карты изолиний геофизического поля была использована с целью моделирования объемного профиля рельефа *методом двумерной В-сплайновой аппроксимации* при фиксировании тринадцати сеточных точек по широте и тринадцати точек по долготе с соответствующим организованным матричным массивом размерностью 13×13 при общем количестве задействованных 169 узловых информационных данных. Для обеспечения лучшей информативности представления геофизического поля помимо узловых точек в 5, 10, 15, 20, 25 и 30 км дополнительно использовались промежуточные сеточные точки в 2,5; 12,5; 17,5; 22,5; 27,5 км по каждой координатной оси.

С целью демонстрации принципиальной работоспособности предлагаемого алгоритма выполнена трехмерная компьютерная визуализация синтезированного фрагмента карты изолиний геофизического поля на основе использования методов базисных сплайнов (рис. 4). Приведенная геометрическая интерпретация символизирует возможность эффективного вычисления в цифровом формате равного значения навигационного параметра каждой фиксированной изолинии.

В развитие идеи корреляционно-экстремальной навигации реализовано синтезирование фрагмента геофизического поля на основе репродуцированных цифровых значений по рис. 3 для создания возможного картографированного эталона информативности, представленного на рис. 4 в трехмерном измерении.

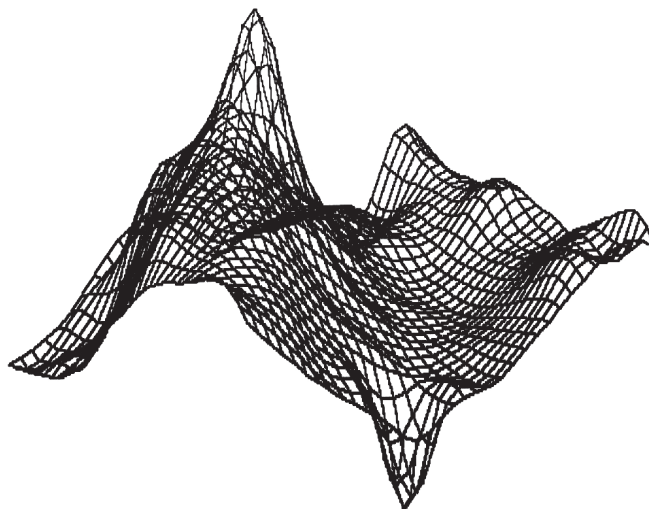


Рис. 4. Трехмерная визуализация синтезированного фрагмента

Фактически скриншот (см. рис. 4) является трехмерным представлением плоскостной карты изолиний, приведенной на рис. 3. На основе анализа рис. 4 можно сделать вывод о том, что максимальный и минимальный естественные всплески навигационной изоповерхности соответствуют местоположению возвышенности и ложбины, определяемых по густоте и оцифровке циклических контуров, обозначенных на рис. 3.

Основной проблемой при построении следящих навигационных систем является синтез эффективных алгоритмов хранения и воспроизведения геофизических данных в цифровой форме. Любые нежелательные результаты измерительных ошибок датчиков следящих систем гарантированно обнаруживаются в виде шумовой изометрической флуктуации на основе метода визуализации сплайновой изоповерхности за счет нарушения «гладкости» и условий «склейки» лоскутных образований синтезированного электронного профиля эталонной изоповерхности [40].

Для наиболее сложных вариантов структуры информационного поля возможно оптимальное решение при условии использования сплайновой технологии, позволяющей оперировать даже искаженными изолиниями в навигационных целях [41]. При сплайновой визуализации в качестве эталона информативности геофизического поля эффективной является практическая реализация высокоточной корреляционно-экстремальной навигации при организации движения подвижного

объекта на основе соблюдения принципа знания геометрии поля в виде трехмерной карты сплайнового профиля с ориентированием перемещения в соответствии с «гладкостью» по электронной сплайн-траектории.

Универсальность сплайн-функций в перспективном аспекте создает парадигму прогнозирования реальной возможности организации программируемого плавания не только по изученным, но и по новейшим изолиниям, которые могут появиться в будущем в процессе технологических инноваций судовождения. Предлагаемый подход может быть использован как математическое обеспечение будущей автоматизированной системы судовождения с искусственным интеллектом в рамках концепции безэкипажного судоходства в стратегическом соответствии с проектом e-Navigation.

Обсуждение (Discussion)

Дополнительным преимуществом КЭНС на основе сплайновых технологий является быстрое действие вычислительных реализаций. При применении альтернативных алгоритмов в рамках байесовского подхода и калмановской фильтрации возникают трудности быстрого действия расчетов в процессе решения задачи корреляционно-экстремальной навигации [42], [43].

В отличие от фильтра Калмана и алгоритмов Байеса, сплайновая аппроксимация является высокоскоростным средством решения различных навигационных задач, так как формат аппроксимированной функции определяет только объем памяти судового компьютера с предварительно рассчитанными сплайновыми коэффициентами и сеточными координатами для вычисления в масштабе реального времени значения навигационной функции по номеру сеточного интервала.

Измеренная вдоль траектории движения реализация поля в обязательном порядке подлежит коррекции для повышения точности обсервации. Коррекция осуществляется путем выработки поправок к показаниям навигационной системы с помощью алгоритма, основанного на сопоставлении измеренной реализации поля и фактологии его значений, вычисляемых с использованием информативности карты вдоль предполагаемых траекторий движения объекта. Байесовские алгоритмы дают оптимальное решение задачи коррекции как нелинейной задачи фильтрации, однако необходимые для их практического воплощения вычислительные ресурсы даже при современном уровне развития компьютерной техники остаются не всегда реализуемыми.

В силу нелинейности характера задачи коррекции возникают трудности реализации алгоритмов Байеса также по причине так называемого «проклятия размерности» [42]. Данный термин означает экспоненциальный рост преимущества экспериментальных данных по сравнению с размерностью пространства вероятностно-статистических решений [44]. Указанное ранее обстоятельство вызывает предпосылку для намеренного искусственного упрощения алгоритмов решения стратегически сложной задачи корреляционно-экстремальной навигации. Интуитивное тактическое решение проблемы направлено на снижение влияния различных составляющих погрешностей измерения с целью повышения точности оценки значений навигационного поля в каждой текущей точке траектории перемещения транспортной единицы. В итоге происходит частичная потеря измерительной информации, обуславливающая неизбежность снижения конечной точности решения непосредственно задачи коррекции. Становится очевидной необходимость использования всего набора измерений по трассе корреляционно-экстремальной навигации для устранения недостатка финальной потери точности обсерваций.

По мнению автора терминологии, ведущего американского специалиста в области математики Ричарда Эрнеста Беллмана, проблема размерности действует на конечный результат оптимизационного метода в силу неоправданного усложнения целевой функции. Фактическая реализация сравнения в бортовом вычислителе выполняется на основе расчета целевого функционала, отражающего корреляционную зависимость между измеренным и эталонным сигналами. Экстремум функционала, соответствующий искомому навигационному решению, в упрощенном варианте не позволяет найти точное решение позиционирования в масштабе реального времени. Таким образом, происходит автоматическое возвращение к необходимости первоначальной сложности алгоритма с организацией замкнутого круга нерешенной проблемы предсказательного моделирования.

Сплайновый алгоритм по своей математической конфигурации лишен феномена «проклятия размерности», что служит дополнительным основанием для применения кусочной аппроксимации при синтезировании информативности картографического эталона поля.

Выводы (Summary)

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы:

1. Выполнен обзорный анализ проблематики, выявлены преимущества и недостатки использования различных автономных вариантов корреляционно-экстремальной навигации.
2. Математический гибридный алгоритм *B*-сплайновой аппроксимации адаптирован к моделированию информативности эталона навигационного поля.
3. В алгоритме реализован целевой квадратичный функционал, учитывающий рассогласование моделируемой поверхности с измерительными данными эксперимента.
4. Выполнено трехмерное визуализированное представление цифровой модели геофизического поля на основе базисных финитных сплайнов.
5. Разработаны прикладные программы, объединенные пользовательским интерфейсом в среде языка программирования высокого уровня Turbo Pascal применительно к задаче синтезирования и визуализации фрагментов картографированной изоповерхности.
6. Сделан прогноз о принципиальной возможности практического применения теории сплайн-функций к организации изолинейного плавания по новейшим эталонным структурам информационного поля, которые могут появиться в будущем в процессе технологических инноваций судовождения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобров Д. С. Разработка методов и средств создания навигационных гравитационных карт: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Д. С. Бобров. — Менделеево, 2020. — 23 с.
2. Stepanov O. A. Navigation informativity of geophysical fields in map-aided navigation / O. A. Stepanov, A. S. Nosov, A. B. Toropov // 2017 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS). — IEEE, 2017. — Pp. 1–19. DOI: 10.1109/InertialSensors.2017.8171509.
3. Киселев Л. В. О гравиметрии с борта автономного подводного робота и оценках ее информативности для навигации по карте / Л. В. Киселев [и др.] // Подводные исследования и робототехника. — 2019. — № 1 (27). — С. 21–30. DOI: 10.25808/24094609.2019.27.1.003.
4. Stepanov O. A. Algorithm for Planning an Informative Route for Map-Aided Navigation / O. A. Stepanov, A. S. Nosov // 2021 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). — IEEE, 2021. — Pp. 1–5. DOI: 10.23919/ICINS43216.2021.9470825.
5. Yuyukin I. V. Configuring the fan of spline gradients when approximating the navigational isoline with a linear piecewise functional / I. V. Yuyukin // Journal of Physics: Conference Series. — IOP Publishing, 2021. — Vol. 2032. — № 1. — Pp. 012054. DOI: 10.1088/1742-6596/2032/1/012054.
6. Berdyshev V. I. Optimal Trajectory of an Observer Tracking the Motion of an Object Equipped with a Striking Device / V. I. Berdyshev // Doklady Mathematics. — Pleiades Publishing, 2021. — Vol. 104. — No. 1. — Pp. 221–224. DOI: 10.1134/S1064562421040037.
7. Бердышев В. И. Объект с поражающим устройством и недружественный наблюдатель в трехмерном пространстве / В. И. Бердышев // Труды Института математики и механики УрО РАН. — 2021. — Т. 27. — № 2. — С. 49–58. DOI: 10.21538/0134-4889-2021-27-2-49-58.
8. Wang A. Hermite Interpolation Based Interval Shannon-Cosine Wavelet and its Application in Sparse Representation of Curve / A. Wang, L. Li, S. Mei, K. Meng // Mathematics. — 2021. — Vol. 9. — Is. 1. — Pp. 1. DOI: 10.3390/math9010001.
9. Ююкин И. В. Сплайн-интерполяция навигационных изолиний / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 6. — С. 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036.
10. Лю В. Методы планирования пути в среде с препятствиями (обзор) / В. Лю // Математика и математическое моделирование. — 2018. — № 1. — С. 15–58. DOI: 10.24108/mathm.0118.0000098.

11. Woods A. C. Dynamic Target Tracking and Obstacle Avoidance using a Drone / A. C. Woods, H. M. La // International Symposium on Visual Computing. — Springer, Cham, 2015. — Vol. 9474. — Pp. 857–866. DOI: 10.1007/978-3-319-27857-5_76.
12. Berdyshev V. I. Optimal Trajectory in R^2 under Observation / V. I. Berdyshev, V. B. Kostousov, A. A. Popov // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. — 2019. — Vol. 304. — Is. 1. — Pp. S31–S34. DOI: 10.1134/S0081543819020056.
13. Berdyshev V. I. Characterization of Optimal Trajectories in R^3 / V. I. Berdyshev // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. — 2019. — Vol. 305. — Is. 1. — Pp. S10–S15. DOI: 10.1134/S0081543819040035.
14. Shi C. Mobile robot path planning in three-dimensional environment based on ACO-PSO hybrid algorithm / C. Shi, Y. Bu, J. Liu // 2008 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. — IEEE, 2008. — Pp. 252–256. DOI: 10.1109/AIM.2008.4601668.
15. Лю В. Построение траекторий и моделирование движения летательного аппарата в среде с препятствиями: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. н. / В. Лю. — М., 2018. — 15 с.
16. Рыбаков Е. А. Комплексирование аппаратуры потребителя глобальных навигационных спутниковых систем с аппаратурой корреляционно-экстремальной навигации по гравитационному полю Земли: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Е. А. Рыбаков. — М., 2021. — 16 с.
17. Тхоренко М. Ю. Синтез и анализ алгоритмов навигации по измерениям магнитного поля: дис. ... канд. техн. наук / М. Ю. Тхоренко. — М., 2020. — 107 с.
18. Ююкин И. В. Аппроксимация геоида методами сплайн-функций / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 2. — С. 262–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-262-271.
19. Ююкин И. В. Навигационное использование e-Logan в модификации с методом сплайн-функций / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 4. — С. 703–715. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-4-703-715.
20. Fateev V. Problems of creating autonomous navigation systems on geophysical fields / V. Fateev, D. Bobrov, M. Muzabekov, R. Davlatov // E3S Web of Conferences. — EDP Sciences, 2021. — Vol. 310. — Pp. 03008. DOI: 10.1051/e3sconf/202131003008.
21. Ююкин И. В. Сплайновая альтернатива множественности использования референц-эллипсоидов в судовождении / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 6. — С. 804–818. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-6-804-818.
22. Karshakov E. V. Promising Map-Aided Aircraft Navigation Systems / E. V. Karshakov, B. V. Pavlov, M. Y. Tkorenko, I. A. Papusha // Gyroscopy and Navigation. — 2021. — Vol. 12. — Is. 1. — Pp. 38–49. DOI: 10.1134/S2075108721010077.
23. Berdyshev V. I. Extremal problems of navigation by geophysical fields / V. I. Berdyshev, V. B. Kostousov // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. — 2018. — Vol. 6. — Is. 2. — Pp. 4–18. DOI: 10.32523/2306-6172-2018-6-2-4-18.
24. Berdyshev V. I. Mapping Problems of Geophysical Fields in Ocean and Extremum Problems of Underwater Objects Navigation / V. I. Berdyshev, L. V. Kiselev, V. B. Kostousov // IFAC-PapersOnLine. — 2018. — Vol. 51. — Is. 32. — Pp. 189–194. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.11.379.
25. Gavril K. Optimizing B-spline surface for developability and paneling architectural freeform surfaces / K. Gavril, A. Schiftner, H. Pottman // Computer-Aided Design. — 2019. — Vol. 111. — Pp. 29–43. DOI: 10.1016/j.cad.2019.01.006.
26. Gao X. Double B-Spline Curve-Fitting and synchronization-Integrated Feedrate Scheduling Method for Five-Axis Linear-Segment Toolpath / X. Gao, S. Zhang, L. Qiu, X. Liu, Z. Wang, Y. Wang // Applied Sciences. — 2020. — Vol. 10. — Is. 9. — Pp. 3158. DOI: 10.3390/app10093158.
27. Ююкин И. В. Применение метода сплайн-функций при компьютерной визуализации подводного рельефа / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 1. — С. 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.
28. Ююкин И. В. Корреляционно-экстремальная навигация по геофизическим полям на основе использования сплайновой технологии / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 4. — С. 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.

29. *Lavrenov R.* Modified Spline-Based Navigation: Guaranteed Safety for Obstacle Avoidance / R. Lavrenov, F. Matsuno, E. Magid // International Conference on Interactive Collaborative Robotics. — Springer, Cham, 2017. — Vol. 10459. — Pp. 123–133. DOI: 10.1007/978-3-319-66471-2_14.
30. *Lavrenov R.* Towards heterogeneous robot team path planning: acquisition of multiple routes with a modified spline-based algorithm / R. Lavrenov, E. Magid // MATEC Web of Conference. — EDP Sciences, 2017. — Vol. 113. — Pp. 02015. DOI: 10.1051/mateconf/201711302015.
31. *Lavrenov R.* Smart Spline-Based Robot Navigation on Several Homotopies: Guaranteed Avoidance of Potential Function Local Minima / R. Lavrenov // The 2018 International Conference on Artificial Life and Robotics (ICAROB2018). — ALife Robotics Corporation Ltd, 2018. — Pp. 407–410. DOI: 10.5954/ICAROB.2018.OS7-7.
32. *Лавренов Р. О.* Математическое и программное обеспечение решения задачи многокритериального поиска пути мобильного объекта: дис. ... канд. техн. наук / Р. О. Лавренов. — Казань, 2020. — 138 с.
33. *Ююкин И. В.* Оптимизация моделирования навигационной изоповерхности методами базисных финитных сплайнов / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 2. — С. 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.
34. *Penner A.* ODF Using a 5-Point B-Spline / A. Penner // Fitting Splines to a Parametric Function. Springer Briefs in Computer Sciences. — Springer, Cham, 2019. — Pp. 37–42. DOI: 10.1007/978-3-030-12551-6_6.
35. *Лавренов Р. О.* Разработка и имплементация сплайн-алгоритма планирования пути в среде ROS/Gazebo / Р. О. Лавренов, Е. А. Магид, Ф. Мацуно, Дж. Сутакорн // Труды СПИИРАН. — 2019. — № 18 (1). — С. 57–84. DOI: 10.15622/sp.18.1.57-84.
36. *Ююкин И. В.* Интерполяция навигационной функции сплайном лагранжева типа / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 1. — С. 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.
37. *Лавренов Р. О.* Многогомотопический поиск оптимального маршрута для автономных мобильных устройств / Р. О. Лавренов, Е. А. Магид // Автоматизация в промышленности. — 2020. — № 7. — С. 61–64. DOI: 10.25728/avtprom.2020.07.14.
38. *Ююкин И. В.* Модификация метода наименьших квадратов для сплайн-аппроксимации навигационной изоповерхности / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2019. — Т. 11. — № 4. — С. 631–639. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-4-631-639.
39. *Kiselev L. V.* Computational Models of Trajectory Investigation of Marine Geophysical Fields and Its Implementation for Solving Problems of Map-Aided Navigation / L. V. Kiselev, V. B. Kostousov, A. V. Medvedev, A. E. Tarkhanov, K. V. Dunaevskaya // Advanced in Systems Science and Applications. — 2020. — Vol. 20. — № 4. — Pp. 45–59. DOI: 10.25728/assa2020.20.4.972.
40. *Ююкин И. В.* Поиск ошибок в базе навигационных данных методом визуализации сплайновой изоповерхности / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2020. — Т. 12. — № 3. — С. 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.
41. *Ююкин И. В.* Синтез кубическими сплайнами искажённой изолинии в аспекте использования дифференциального режима спутниковой навигации / И. В. Ююкин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2021. — Т. 13. — № 3. — С. 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358.
42. *Stepanov O. A.* A Map-Aided Navigation Algorithm without Preprocessing of Field Measurements / O. A. Stepanov, A. S. Nosov // Gyroscopy and Navigation. — 2020. — Vol. 11. — Is. 2. — Pp. 162–175. DOI: 10.1134/S207510872002008X.
43. *Stepanov O. A.* Classification of Map-Aided Navigation Algorithms / O. A. Stepanov, A. S. Nosov, A. B. Toporov // 2020 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). — IEEE, 2020. — Pp. 1–9. DOI: 10.23919/ICINS43216.2020.9133757.
44. *Poggio T.* Why and When Can Deep-but Not Shallow-networks Avoid the Curse of Dimensionality: A Review / T. Poggio, H. Mhaskar, L. Rosasco, B. Mirando, Q. Liano // International Journal of Automation and Computing. — 2017. — Vol. 14. — № 5. — Pp. 503–519. DOI: 10.1007/s11633-017-1054-2.

REFERENCES

1. Bobrov, Dmitriy S. Razrabotka metodov i sredstv sozdaniya navigatsionnykh gravitatsionnykh kart. Abstract of PhD Diss. Mendeleevo, 2021.
2. Stepanov, Oleg A., Alexey S. Nosov, and Anton B. Toropov. "Navigation informativity of geophysical fields in map-aided navigation." *2017 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*. IEEE, 2017. DOI: 10.1109/InertialSensors.2017.8171509.
3. Kiselev, L. V. [et al]. "About gravimetry of on-board autonomous underwater robot and estimates of its informative for navigation on the map." *Underwater Investigations and Robotics* 1(27) (2019): 21–30. DOI: 10.25808/24094609.2019.27.1.003.
4. Stepanov, O. A., and A. S. Nosov. "Algorithm for Planning an Informative Route for Map-Aided Navigation." *2021 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. IEEE, 2021. DOI: 10.23919/ICINS43216.2021.9470825.
5. Yuyukin, I. V. "Configuring the fan of spline gradients when approximating the navigational isoline with a linear piecewise functional." *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 2032. No. 1. IOP Publishing, 2021. DOI: 10.1088/1742-6596/2032/1/012054.
6. Berdyshev, V. I. "Optimal Trajectory of an Observer Tracking the Motion of an Object Equipped with a Striking Device." *Doklady Mathematics*. Vol. 104. No. 1. Pleiades Publishing, 2021. 221–224. DOI: 10.1134/S1064562421040037.
7. Berdyshev, Vitalii Ivanovich. "An object with a destructive device and an unfriendly observer in three-dimensional space." *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN* 27.2 (2021): 49–58. DOI: 10.21538/0134-4889-2021-27-2-49-58.
8. Wang, Aiping, Li Li, Shuli Mei, and Kexin Meng. "Hermite Interpolation Based Interval Shannon-Cosine Wavelet and its Application in Sparse Representation of Curve." *Mathematics* 9.1 (2021): 1. DOI: 10.3390/math9010001.
9. Yuyukin, Igor V. "Spline interpolation of navigational isolines." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.6 (2019): 1026–1036. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-6-1026-1036.
10. Liu, W. "Path Planning Methods in an Environment with Obstacles (A Review)." *Mathematics and Mathematical Modeling* 1 (2018): 15–58. DOI: 10.24108/mathm.0118.0000098.
11. Woods, Alexander C., and Hung M. La. "Dynamic Target Tracking and Obstacle Avoidance using a Drone." *International Symposium on Visual Computing*. Vol. 9474. Springer, Cham, 2015. 857–866. DOI: 10.1007/978-3-319-27857-5_76.
12. Berdyshev, V. I., V. B. Kostousov, and A. A. Popov. "Optimal Trajectory in R^2 under Observation." *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics* 304.1 (2019): S31–S43. DOI: 10.1134/S0081543819020056.
13. Berdyshev, V. I. "Characterization of Optimal Trajectories in R^3 ." *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics* 305.1 (2019): S10–S15. DOI: 10.1134/S0081543819040035.
14. Shi, Chunxue, Yingyong Bu, and Jianghui Liu. "Mobile robot path planning in three-dimensional environment based on ACO-PSO hybrid algorithm." *2008 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. IEEE, 2008. 252–256. DOI: 10.1109/AIM.2008.4601668.
15. Liu, V. Postroenie traektorii i modelirovanie dvizheniya letatel'nogo apparata v srede s prepyatstviyami: Abstract of PhD Diss. M., 2018.
16. Rybakov, Evgeniy A. Kompleksirovanie apparatury global'nykh navigatsionnykh sputnikovykh sistem s apparatury korrelyatsionno-ekstremal'noy navigatsii po gravitatsionnomu polu Zemli. Abstract of PhD Diss. M., 2021.
17. Tkhorenko, M. Yu. Sintez i analiz algoritmov navigatsii po izmereniyam magnitnogo polya. PhD Diss. M., 2020.
18. Yuyukin, Igor V. "Geoid approximation by methods of spline functions." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.2 (2020): 262–271. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-2-262-271.
19. Yuyukin, Igor V. "Navigational use of e-Loran in modification with spline functions method." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 12.4 (2020): 703–715. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-4-703-715.

20. Fateev, Vyacheslav, Dmitrii Bobrov, Murat Murzabekov, and Ruslan Davlatov. "Problems of creating autonomous navigation systems on geophysical fields." *E3S Web of Conferences*. Vol. 310. EDP Sciences, 2021. DOI: 10.1051/e3sconf/202131003008.
21. Yuyukin, Igor V. "Spline alternative to the multiplicity of using reference ellipsoids in navigation." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.6 (2021): 804–818. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-6-804-818.
22. Karshakov, E. V., B. V. Pavlov, M. Y. Tkorenko, and I. A. Papusha. "Promising Map-Aided Aircraft Navigation Systems." *Gyroskopy and Navigation* 12.1 (2021): 38–49. DOI: 10.1134/S2075108721010077.
23. Berdyshev, Vitalii Ivanovich, and Viktor Borisovich Kostousov. "Extremal problems of navigation by geophysical fields." *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications* 6.2 (2018): 4–18. DOI: 10.32523/2306-6172-2018-6-2-4-18.
24. Berdyshev, Vitalii I., Lev V. Kiselev, and Victor B. Kostousov. "Mapping Problems of Geophysical Fields in Ocean and Extremum Problems of Underwater Objects Navigation." *IFAC-PapersOnLine* 51.32 (2018): 189–194. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.11.379.
25. Gavriil, Konstantinos, Alexander Schiftner, and Helmut Pottmann. "Optimizing B-spline surface for developability and paneling architectural freeform surfaces." *Computer-Aided Design* 111 (2019): 29–43. DOI: 10.1016/j.cad.2019.01.006.
26. Gao, Xiangyu, Shuyou Zhang, Lemiao Qiu, Xiaojian Liu, Zili Wang, and Yang Wang. "Double B-Spline Curve-Fitting and synchronization-Integrated Feedrate Scheduling Method for Five-Axis Linear-Segment Toolpath." *Applied Sciences* 10.9 (2020): 3158. DOI: 10.3390/app10093158.
27. Yuyukin, Igor V. "Application of the spline-functions method in computer visualization of underwater relief." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.1 (2021): 64–79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.
28. Yuyukin, Igor V. "Correlation-extreme navigation through geophysical fields based on the use of spline technology." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.4 (2021): 505–517. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517.
29. Lavrenov, Roman, Fumitoshi Matsuno, and Evgeni Magid. "Modified Spline-Based Navigation: Guaranteed Safety for Obstacle Avoidance." *International Conference on Interactive Collaborative Robotics*. Vol. 10459. Springer, Cham, 2017. 123–133. DOI: 10.1007/978-3-319-66471-2_14.
30. Lavrenov, Roman, and Evgeni Magid. "Towards heterogeneous robot team path planning: acquisition of multiple routes with a modified spline-based algorithm." *MATEC Web of Conference*. Vol. 113. EDP Sciences, 2017. DOI: 10.1051/matecconf/201711302015.
31. Lavrenov, Roman. "Smart Spline-Based Robot Navigation on Several Homotopics: Guaranteed Avoidance of Potential Function Local Minima." *The 2018 International Conference on Artificial Life and Robotics (ICAROB2018)*. ALife Robotics Corporation Ltd, 2018. 407–410. DOI: 10.5954/ICAROB.2018.OS7-7.
32. Lavrenov, Roman O. *Matematicheskoe i programnoe obespechenie resheniya zadashi mnogokriterialnogo poiska puti mobil'nogo obekta*. PhD Diss. Kazan, 2020.
33. Yuyukin, Igor V. "Optimization of navigational isosurface simulation by the methods of basic finite splines." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.2 (2019): 266–274. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-2-266-274.
34. Penner, Alvin. "ODF Using a 5-Point B-Spline." *Fitting Splines to a Parametric Function. Springer Briefs in Computer Sciences*. Springer, Cham, 2019. 37–42. DOI: 10.1007/978-3-030-12551-6_6.
35. Lavrenov, Roman O., Evgeni A. Magid, Fumitoshi Matsuno, Mikhail M. Svinin, and Jackrit Suthakorn. "Development and implementation of spline-based path planning algorithm in ROS/Gazebo." *SPIIRAS Proceedings* 18 (1) (2019): 57–84. DOI: 10.15622/sp.18.1.57-84.
36. Yuyukin, Igor V. "Interpolation of navigational function by lagrange type spline." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.1 (2020): 57–70. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-1-57-70.
37. Lavrenov, Roman O., and Evgeni A. Magid. "Mnogogomotopicheskiy poisk optimal'nogo marshruta dlya avtonomnykh mobil'nykh ustroystv." *Avtomatizatsiya v promyshlennosti* 7 (2020): 61–64. DOI: 10.25728/avtprom.2020.07.14.
38. Yuyukin, Igor V. "Modification of the least squares method for spline approximation of navigational isosurface." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 11.4 (2019): 631–639. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-4-631-639.

39. Kiselev, Lev V., Victor B. Kostousov, Andrei V. Medvedev, Alexander E. Tarkhanov, and Kristina V. Dunaevskaya. "Computational Models of Trajectory Investigation of Marine Geophysical Fields and Its Implementation for Solving Problems of Map-Aided Navigation." *Advanced in Systems Science and Applications* 20.4 (2020): 45–59. DOI: 10.25728/assa2020.20.4.972.

40. Yuyukin, Igor V. "Search for errors in the base of navigation data by the method of spline isosurface visualization." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 12.3 (2020): 481–491. DOI: 10.21821/2309-5180-2020-12-3-481-491.

41. Yuyukin, Igor V. "Cubic spline synthesis of a distorted isoline in the aspect of using differential mode of satellite navigation." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 13.3 (2021): 341–358. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-3-341-358.

42. Stepanov, Oleg A., and Alexey S. Nosov. "A Map-Aided Navigation Algorithm without Preprocessing of Field Measurements." *Gyroskopy and Navigation* 11.2 (2020): 162–175. DOI: 10.1134/S207510872002008X.

43. Stepanov, O. A., A. S. Nosov, and A. B. Toropov. "Classification of Map-Aided Navigation Algorithms." *2020 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. IEEE, 2020. DOI: 10.23919/ICINS43216.2020.9133757.

44. Poggio, Tomaso, Hrushikesh Mhaskar, Lorenzo Rosasco, Brado Miranda, and Qianli Liano. "Why and When Can Deep-but Not Shallow-networks Avoid the Curse of Dimensionality: A Review." *International Journal of Automation and Computing* 14.5 (2017): 503–519. DOI: 10.1007/s11633-017-1054-2.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Ююкин Игорь Викторович —

кандидат технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала
С. О. Макарова»
198035, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург,
ул. Двинская, 5/7
e-mail: enigma_777@mail.ru, kaf_nav@gumrf.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Yuyukin, Igor V. —

PhD, associate professor
Admiral Makarov State University of Maritime
and Inland Shipping
5/7 Dvinskaya Str., St. Petersburg, 198035,
Russian Federation
e-mail: enigma_777@mail.ru, kaf_nav@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 30 ноября 2021 г.

Received: November 30, 2021.